

文章编号: 1672-2892(2011)02-0229-05

一个四维四翼混沌系统及其电路实现

鲁池梅^{1,2}

(1.湖北师范学院 物理与电子科学学院, 湖北 黄石 435002; 2.华中科技大学 电子与信息工程系, 湖北 武汉 430074)

摘要: 一个四翼混沌吸引子通过引入了两个线性反馈控制量构成一个新的四维四翼混沌系统, 吸引子更加稳定、可靠, 易于电路实现。文章分析了该四维四翼混沌系统的基本特性, 并为实现该新系统设计了一个模拟电路, 实验结果表明: 数值仿真和电路实现具有很好的一致性。该系统有利于保密通信等基于混沌的实际应用。

关键词: 四维混沌系统; 四翼吸引子; 电路实现

中图分类号: TN911

文献标识码: A

A 4-D four-wing chaotic system and its circuit implementation

LU Chi-mei^{1,2}

(1.College of Physics and Electronic Science, Hubei Normal University, Huangshi Hubei 435002, China; 2.Department of Electronics and Information Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan Hubei 430074, China)

Abstract: A new 4-D four-wing chaotic system is constructed by adding two linear state feedback terms to the four-wing chaotic system, which is more stable, reliable, and its circuit can be easily implemented. The basic properties of a new 4-D four-wing chaotic system are further analyzed. Finally, an analog circuit is designed to implement the new system, which shows a good agreement between numerical simulation and experimental results. The proposed system is important to some relevant engineering applications such as secure communications.

Key words: four-dimensional chaotic system; four-wing chaotic attractor; circuit implementation

在工程领域中, 混沌动力学系统研究及其在保密通信中的应用引起了业界极大的兴趣。因此, 生成具有复杂动力学特性和拓扑结构的混沌系统是研究和应用混沌的重要前提, 该工作有两个发展方向: 一是基于Chua电路来构建具有多卷混沌吸引子的广义Chua电路^[1]; 另一个是在Lorenz系统基础上构建新的三维混沌吸引子^[2-3]。目前, 在混沌电路工程领域中, 已经有许多技术利用非光滑非线性函数产生多卷混沌吸引子^[4-5]。Qi^[6-7]等人构造了一个新的四维自治混沌系统, 它的每个方程中含有三次非线性交叉乘积项。王繁珍等人^[8]通过引入一个线性状态反馈控制项, 产生了真正的四翼混沌吸引子, 但是其电路不易实现。本文引入了2个反馈控制量, 这样构成的四维四翼混沌系统(II), 吸引子更加稳定、可靠, 电路易于实现, 并给出硬件电路的实验结果。

1 四维四翼混沌系统模型分析

定义函数:

$$\begin{cases} f_1(\mathbf{x}) = a(x_2 - x_1) + x_2x_3x_4 \\ f_2(\mathbf{x}) = b(x_1 + x_2) - x_1x_3x_4 \\ f_3(\mathbf{x}) = -cx_3 + x_1x_2x_4 \\ f_4(\mathbf{x}) = -dx_4 + x_1x_2x_3 \end{cases} \quad (1)$$

式中 a, b, c, d 是正值参数。

Qi 等人^[7]提出的四维自治混沌系统的动力学方程描述为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_i(\mathbf{x}), \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (2)$$

收稿日期: 2010-09-07; 修回日期: 2010-11-08

基金项目: 湖北省黄石市科技计划资助项目(20070508); 湖北师范学院应用科研资助项目(2006E03)

式中 $\mathbf{x}=[x_1 x_2 x_3 x_4]^T$ 是状态变量。王繁珍等人^[8]引入了1个反馈控制量。本文引入了2个反馈控制量,其函数为:

$$\begin{cases} f_1(\mathbf{x}) = a(x_2 - x_1) + x_2 x_3 x_4 \\ f_2(\mathbf{x}) = b(x_1 + x_2) - x_1 x_3 x_4 \\ f_3(\mathbf{x}) = -cx_3 + ex_2 + x_1 x_2 x_4 \\ f_4(\mathbf{x}) = -dx_4 - dx_3 + x_1 x_2 x_3 \end{cases} \quad (3)$$

式中 e 是正值参数。

本文中的四维四翼混沌系统的动力学方程描述与 Qi 等人提出的四维自治混沌系统描述一样。

1.1 平衡点

通过计算得到 Qi 等人提出的四维自治混沌系统共有 9 个平衡点(包括零点)^[6],分成 3 类,每一类具有相同的特征值。令其中 $\mathbf{S}_1 = [x_1^1 x_2^1 x_3^1 x_4^1]$, $\mathbf{S}_5 = [x_1^2 x_2^2 x_3^2 x_4^2]$ 是 2 个不同类型的平衡点。

第 1 类非零平衡点包括:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_1 = [x_1^1 x_2^1 x_3^1 x_4^1] \\ \mathbf{S}_2 = [-x_1^1 -x_2^1 x_3^1 x_4^1] \\ \mathbf{S}_3 = [x_1^1 x_2^1 -x_3^1 -x_4^1] \\ \mathbf{S}_4 = [-x_1^1 -x_2^1 -x_3^1 -x_4^1] \end{cases} \quad (4)$$

第 2 类非零平衡点包括:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_5 = [x_1^2 x_2^2 x_3^2 x_4^2] \\ \mathbf{S}_6 = [-x_1^2 -x_2^2 x_3^2 x_4^2] \\ \mathbf{S}_7 = [x_1^2 x_2^2 -x_3^2 -x_4^2] \\ \mathbf{S}_8 = [-x_1^2 -x_2^2 -x_3^2 -x_4^2] \end{cases} \quad (5)$$

第 3 类是零平衡点 $\mathbf{S}_0=[0 0 0 0]$ 。

这些平衡点中 $\mathbf{S}_i(i=1,2,\dots,8)$ 关于原点对称, $\mathbf{S}_{1,2}, \mathbf{S}_{3,4}, \mathbf{S}_{5,6}$ 和 $\mathbf{S}_{7,8}$ 关于坐标平面 x_3-x_4 对称, $\mathbf{S}_{1,3}, \mathbf{S}_{2,4}, \mathbf{S}_{5,7}$ 和 $\mathbf{S}_{6,8}$ 关于 x_1-x_2 对称。引入了 2 个反馈控制量的四维四翼混沌系统关于原点对称性保持不变,但关于 x_1-x_2 和 x_3-x_4 的对称性消失。

1.2 相似性

在平衡点 \mathbf{S}_0 处对引入了 2 个反馈控制量的四维四翼混沌系统线性化,有 Jacobian 矩阵:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 0 \\ b & b & 0 & 0 \\ 0 & e & -c & 0 \\ 0 & 0 & -d & -d \end{bmatrix} \quad (6)$$

矩阵 \mathbf{A}_0 的特征值为:

$$\begin{cases} \lambda_{01} = \frac{1}{2}(b-a+p) \\ \lambda_{02} = \frac{1}{2}(b-a-p) \\ \lambda_{03} = -c \\ \lambda_{04} = -d \end{cases} \quad (7)$$

与之相对应的特征向量为:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{01} = \left[\frac{1(b+a-p)[q+p(b-a+d+c)]}{4bed}, \frac{1q+p(b-a+d+c)}{2ed}, \frac{1-b+a-p-2d}{2d}, 1 \right]^T \\ \mathbf{v}_{02} = \left[\frac{1(b+a+p)[q-p(b-a+d+c)]}{4bed}, \frac{1q-p(b-a+d+c)}{2ed}, \frac{1-b+a+p-2d}{2d}, 1 \right]^T \\ \mathbf{v}_{03} = \left[0, 0, \frac{-d+c}{d}, 1 \right]^T \\ \mathbf{v}_{04} = \left[0, 0, 0, 1 \right]^T \end{cases} \quad (8)$$

式中: $p = \sqrt{a^2 + 6ab + b^2}$; $q = b^2 + 2ab + a^2 + 2cd + db - da + cb - ca$, 由于 a, b, c, d, e 均为正, 所以 $\lambda_{01} > 0$, 这表明平衡点 S_0 是一个不稳定鞍点。因此, 在 S_0 处线性化后的稳定流形和不稳定流形表述为:

$$\begin{cases} E^s(S_0) = span\{\mathbf{v}_{02}, \mathbf{v}_{03}, \mathbf{v}_{04}\} \\ E^u(S_0) = span\{\mathbf{v}_{01}\} \end{cases} \quad (9)$$

1.3 耗散性

引入了 2 个反馈控制量的四维四翼混沌系统是耗散的, 因为梯度(能量函数)为:

$$\nabla V = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} + \frac{\partial f_3}{\partial x_3} + \frac{\partial f_4}{\partial x_4} = b - (a + c + d), \quad b - (a + c + d) < 0 \quad (10)$$

则指数收敛速度为:

$$\frac{dV}{dt} = [b - (a + c + d)V] \quad (11)$$

体积为 $V(0)$ 则随着时间以指数收敛, 即 t 时刻的体积为 $V(t) = V(0)e^{[b - (a + c + d)]t}$ 。当 $t \rightarrow \infty$ 时, 每个小体积元以指数速率 $b - (a + c + d)$ 收敛到 0。

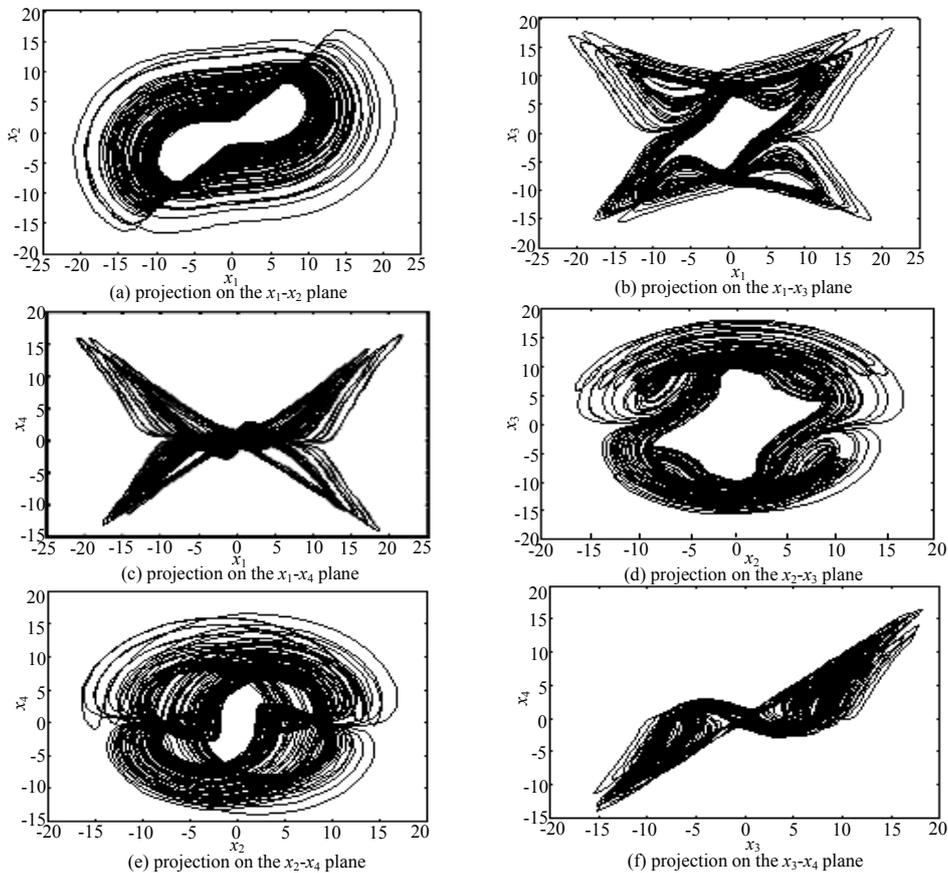


Fig.1 New 4-D four-wing chaotic attractor

图1 新的四维四翼混沌吸引子

2 基于Matlab 的数值仿真结果

取参数 $a=50, b=7, c=13, d=20, e=6$ ，采用Runge-Kuta 法数值求解系统(II)，其系统轨迹在不同相平面的数值仿真结果如图1所示。

3 系统硬件电路设计及其实现

设计了一个模拟电路来实现引入了2个反馈控制量的四维四翼混沌系统，如图2所示。电路包含6个模拟乘法器来实现4个3次交叉乘积项，12个运算放大器和线性电阻、电容，来实现加法、减法、乘法和积分。电路直接实现了原始方程，并且考虑了运算放大器和模拟乘法器的工作电压范围和各自的饱和特性，因此对 x_1, x_2, x_3, x_4 分别作1/3比例变换。其中系统(II)参数取 $a=50, b=7, c=13, d=20, e=6$ 。

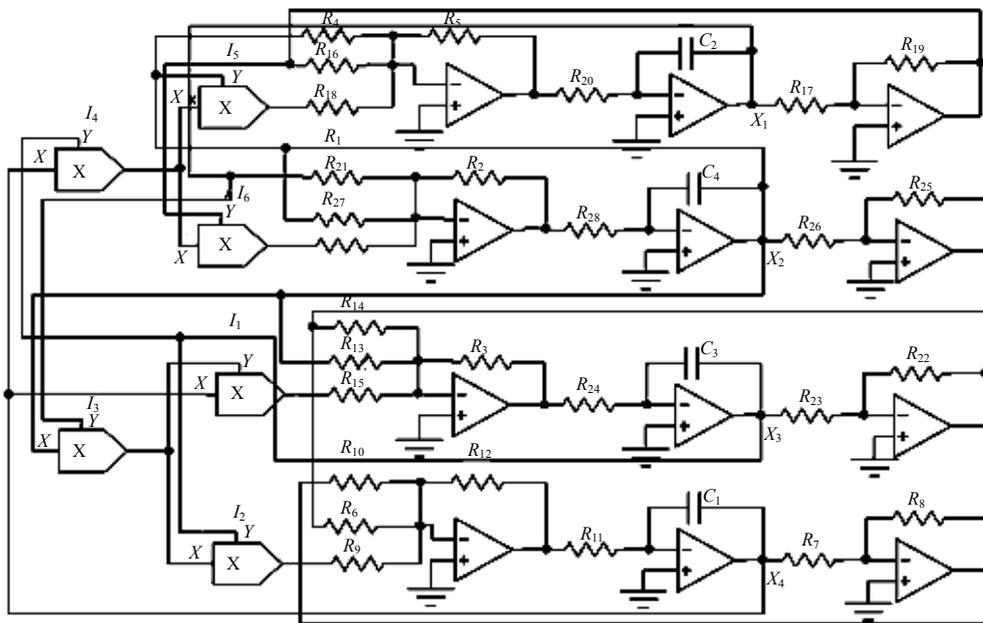


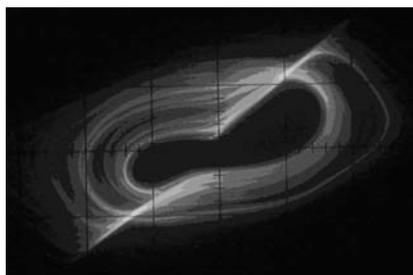
Fig.2 Diagram of implementation of the 4-D four-wing chaotic system (II), where all the active devices are supplied by $\pm 15\text{ V}$

图2 四维四翼混沌系统(II)的电路原理图，其中所有工作电压为 $\pm 15\text{ V}$

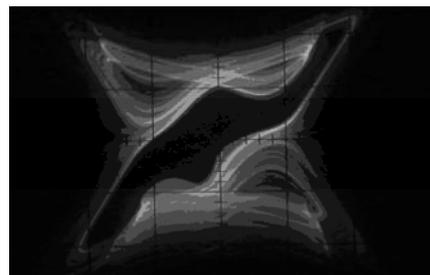
图2中固定电阻： $R_7, R_8, R_{17}, R_{19}, R_{22}, R_{23}, R_{25}, R_{26}=10\text{ k}\Omega$ ； $R_{11}, R_{20}, R_{24}, R_{28}=100\text{ k}\Omega$ ； $R_5, R_{12}=10\text{ k}\Omega$ ； $R_2, R_3=20\text{ k}\Omega$ ，可变电阻： $R_4, R_{16}=20\text{ k}\Omega$ ； $R_9, R_{18}=1.11\text{ k}\Omega$ ； $R_1, R_{21}=71.45\text{ k}\Omega$ ； $R_{15}, R_{27}=555\text{ }\Omega$ ； $R_{14}=38.5\text{ k}\Omega$ ； $R_{13}=83.3\text{ k}\Omega$ ； $R_6, R_{10}=50\text{ k}\Omega$ ，可变电容： $C_1, C_2, C_3, C_4=1\text{ nF}$ ；模拟乘法器AD633；运算放大器LF356。

4 硬件实验结果

将硬件实验装置的输出 x_1, x_2, x_3, x_4 分别接到模拟示波器中，利用示波器的X-Y档观察各变量之间的相图，如图3所示。



(a) projection on the x_1-x_2 plane



(b) projection on the x_1-x_3 plane

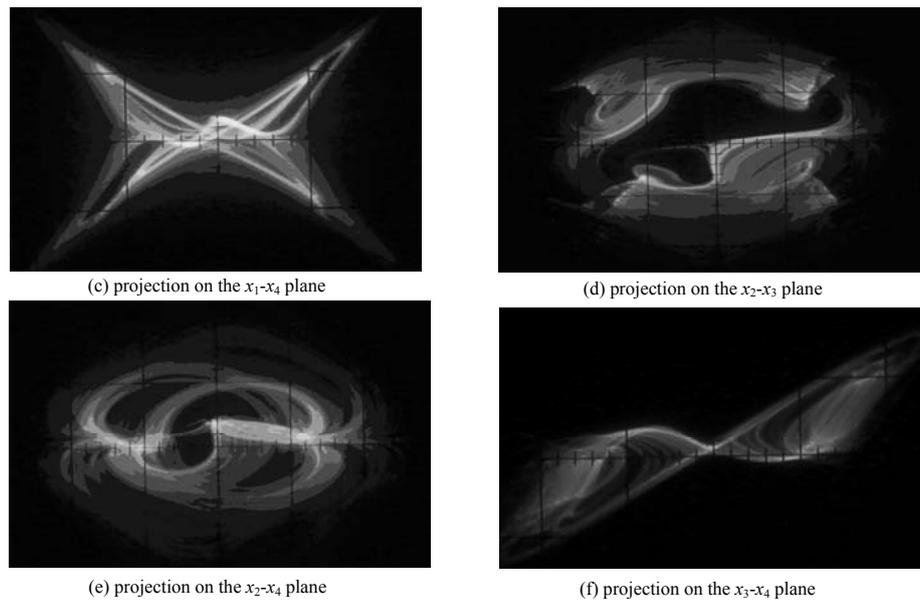


Fig.3 Phase portraits of the 4-D four-wing chaotic system observed on the analog oscilloscope
($X:2\text{ V/div}, Y:2\text{ V/div}$)

图 3 模拟示波器观察到的相图($X:2\text{ V/div}, Y:2\text{ V/div}$)

5 结论

新的四维自治混沌系统^[6-7]只能产生2个共存的上下双翼混沌吸引子。王繁珍^[8]等人则通过引入一个线性状态控制项,产生了真正的四翼混沌吸引子,但是电路不易实现。本文新的四维四翼混沌系统则引入了2个反馈控制量,混沌吸引子更加稳定、可靠,易于电路实现,并给出硬件电路的实验结果,表明数值仿真和电路实现具有很好的一致性。本文提出的四维四翼混沌系统对保密通信、流体混合等基于混沌的实际应用具有重要价值,这在下一步的工作中还将进一步研究。

参考文献:

- [1] Yalcin M E, Suykens J A K, Vandewalle J. Master-Slave Synchronization of Lur'e systems with Time-Delay[J]. Int. J of Bifurcation and Chaos, 2001, 11(6):1707-1722.
- [2] 陈朝, 汤天浩. 基于混沌扩频 CDMA 的伽利略卫星定位系统编码技术[J]. 信息与电子工程, 2010, 8(2):128-133.
- [3] 闫二艳, 马弘舸, 孟凡宝, 等. 波混沌腔体中阻抗和散射的通用特性[J]. 信息与电子工程, 2010, 8(1):41-45.
- [4] 陈关荣, 吕金虎. LONRENZ系统族的动力学分析、控制与同步[M]. 北京:科学出版社, 2003.
- [5] 齐国元, 陈增强, 袁著社. 一类基于神经网络非线性随机系统自适应滤波[J]. 系统工程学报, 2003, 18(5):419-425.
- [6] Qi Guoyuan, Du Shengzhi, Chen Guanrong, et al. On a four-dimensional chaotic system[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2005, 23(5):1671-1682.
- [7] 齐国元, 刘文良, 阎彦. 一个新的四维混沌系统理论分析与电路实现[J]. 物理学报, 2006, 55(7):3307-3314.
- [8] 王繁珍, 齐国元, 陈增强, 等. 一个四翼混沌吸引子[J]. 物理学报, 2007, 56(6):3137-3144.

作者简介:



鲁池梅(1983-),女,湖北公安人,助教,在读硕士研究生,主要研究方向为电路与系统, email: lcmwlx@163.com.