

文章编号: 1672-2892(2011)03-0330-07

## 基于 FDTD 的太赫兹光导天线三维辐射特性计算方法

陈琦<sup>1</sup>, 何晓阳<sup>1</sup>, 杨阳<sup>2</sup>, 赵永久<sup>2</sup>

(1.中国工程物理研究院 电子工程研究所, 四川 绵阳 621900; 2.南京航空航天大学 信息科学与技术学院, 江苏 南京 210016)

**摘要:** 光导天线是目前产生和探测太赫兹波最常用的辐射源之一, 在太赫兹成像、光谱检测等诸多领域有着广泛的应用前景。本文介绍了基于时域有限差分(FDTD)的太赫兹光导天线三维辐射特性计算方法, 在分析光导天线辐射原理的基础上阐述了半导体漂移电流、扩散电流对电场及磁场的作用, 并根据实际运用情况对漂移方程、连续性方程进行简化, 最终求得电流密度、电场、磁场的迭代方程, 给出了光导天线辐射特性计算流程。

**关键词:** 太赫兹; 光导天线; 时域有限差分方法; 辐射特性

**中图分类号:** TN820

**文献标识码:** A

### 3-D radiation characteristics calculation for terahertz photoconductive antenna using FDTD method

CHEN Qi<sup>1</sup>, HE Xiao-yang<sup>1</sup>, YANG Yang<sup>2</sup>, ZHAO Yong-jiu<sup>2</sup>

(1.Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang Sichuan 621900, China; 2.College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

**Abstract:** Photoconductive antenna is one of the most useful radiation sources for terahertz generation and detection, which has broad applications in the terahertz imaging, spectral detection and many other areas. In this paper, a calculation method of THz photoconductive antenna 3-D radiation characteristics by using Finite-Difference Time-Domain is presented. By analyzing the radiation theory of photoconductive antenna, the effect of semiconductor drift current and diffusion current on the electric and magnetic field is described. According to the actual situations, the drift equation and continuous equation can be simplified. Finally, the iterative equations of current density, electric and magnetic field are obtained, and the computing process for the photoconductive antenna radiation characteristics is introduced.

**Key word:** terahertz; photoconductive antenna; Finite-Difference Time Domain(FDTD); radiation characteristics

在太赫兹波段, 电磁波在大气层传播时衰减很快, 接收和检测异常困难, 因此如何辐射出大功率的太赫兹信号在很长一段时间内一直是太赫兹的研究热点。光导天线利用光电导材料作为瞬态电流源向外产生太赫兹辐射, 能产生周期为几百飞秒的超短太赫兹脉冲, 是现阶段产生和探测太赫兹波最常用方法之一<sup>[1-6]</sup>。但单一太赫兹光导天线的辐射单元辐射的增益和方向性较差, 如何利用太赫兹光导天线阵列产生高增益的辐射信号成为今后研究的重点, 这必然要求对光导天线阵列单元的辐射特性有着精确的把握, 因而如何对太赫兹天线的辐射特性进行仿真是急需解决的技术问题。本文从光导天线的辐射原理出发, 采用时域有限差分方法, 计算光导半导体激光脉冲高斯激励时半导体光生载流子的时变输运方程以及半导体载流子浓度变化效应, 利用麦克斯韦方程分析半导体复杂时变场下, 电流密度、电场、磁场的迭代方程, 从而计算得到超快激光脉冲激励下太赫兹光导天线三维空间辐射特性。

#### 1 光导天线辐射理论

光导天线是基于光导开关器件设计的, 光导开关(Photoconductive Semiconductor Switches, PCSS)器件结构由

Auston 在 1975 年提出,如图 1 所示。它由半导体光导材料和宽带传输线组成。光导材料的一端通过一段充电传输线段与一直流或一脉冲电源相连,另一端通过传输线与匹配负载相连<sup>[7-9]</sup>。最常用的光导材料是 Si 和 GaAs,它们通常是本征或半绝缘的,其电阻率很高,对于 Si 一般可达  $10^4 \Omega/\text{cm}$  以上,而 GaAs 则超过  $10^7 \Omega/\text{cm}$ 。

当没有激光脉冲照射时,由于光导材料的电阻率很高,通过开关的电流(称为暗电流)很小,开关基本上处于阻断状态。而当激光照射到光导材料上的时候,会在极短的时间内在光导材料体内产生大量的电子-空穴对(电子-空穴对的浓度可高达  $10^{20} \text{cm}^{-3}$ ),使 PCSS 的电阻率骤然下降(此时的电阻率与暗态电阻率的比值可达  $10^6$  以上)。开关很快从阻断状态转换为导通状态(简称通态),这一转换过程可以在皮秒甚至亚皮秒量级的时间内完成(与材料的特性参数、光脉冲的波长、脉冲宽度、脉冲功率等参数有关)。当光脉冲熄灭后,由于载流子的复合,PCSS 将恢复到原阻断状态,这样在负载上就得到了一个电脉冲,从而辐射出太赫兹电磁波。光导天线的基本工作原理<sup>[10-13]</sup>是通过改变光导材料的特性(如载流子的寿命)和激励光脉冲的波长、能量、脉宽等参量实现对输出电脉冲参量的有效控制。

经典的麦克斯韦旋度方程为:

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{E}$  为电场强度;  $\mathbf{D}$  为电通量密度;  $\mathbf{H}$  为磁场强度;  $\mathbf{B}$  为磁通量密度;  $\mathbf{J}$  为电流密度。

各项同性线性介质中的本构关系为:

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \end{cases} \quad (2)$$

在半导体内部其电流密度受到载流子浓度的影响,而载流子浓度的变化也会进一步影响半导体的电流密度,从而影响半导体内部的电场和磁场分布,半导体内部载流子的变化将直接影响电场和磁场的计算准确度。

### 1.1 载流子的输运

在半导体中载流子的电子和空穴是带电粒子,它们的输运将产生电流,在外加电场力的作用下电子和空穴以速度  $v_d$  作漂移运动,从而形成漂移电流。除了漂移运动外,在半导体中电子和空穴从高浓度区流向低浓度区的运动形成扩散电流。因此,半导体内部的体电流密度由漂移电流和扩散电流组成,即:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_n + \mathbf{J}_p \quad (3)$$

$$\mathbf{J}_n = \mathbf{J}_{n|\text{drf}} + \mathbf{J}_{n|\text{dif}} \quad (4)$$

$$\mathbf{J}_p = \mathbf{J}_{p|\text{drf}} + \mathbf{J}_{p|\text{dif}} \quad (5)$$

式(3)~(5)中:下标  $n,p$  分别表示电子和空穴的体电流密度; drf,dif 分别表示扩散电流密度和漂移电流密度。

#### a) 漂移电流(见图 2)

密度为  $\rho$  正体积电荷以平均漂移速度  $v_d$  运动,则它形成的漂移电流密度为:

$$\mathbf{J}_{\text{drf}} = \rho \mathbf{v}_d \quad (6)$$

在电场作用下,半导体中的空穴获得加速度,速度增加,当载流子同晶格中的原子相碰撞后,载流子粒子损失了大部分或全部能量,然后粒子将重新开始加速并且获得能量,直到下一次受到散射。这一过程不断重复。因此,在整个过程中粒子将具有一个平均漂移速度,在弱电场情况下,平均漂移速度与电场强度成正比:

$$\mathbf{v}_d = \mu_{n,p} \mathbf{E} \quad (7)$$

式中  $u_{n,p}$  为比例系数,称为空穴迁移率,下标  $n,p$  分别表示电子和空穴的迁移率。

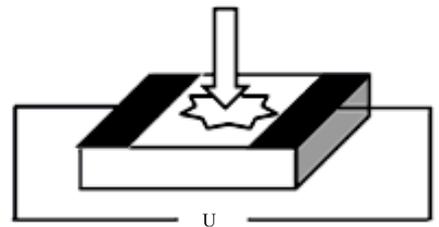


Fig.1 Basic principle of PCSS  
图 1 光导开关工作原理

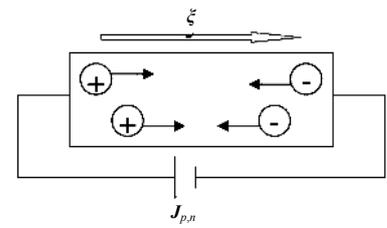


Fig.2 Drift current in semiconductor  
图 2 半导体中的漂移电流

当电场强度足够大时,迁移率呈现非线性特性,在中等电场强度下,发生最频繁的散射机制为声学声子的发射,载流子平均获得的能量高于热平衡时的情况,随着电场的增加,载流子的平均能量也随之增加,载流子的漂移速度与所加电场开始偏离线性关系,当电场足够高时载流子开始与光学声子相互作用,其漂移速度越来越不依赖于施加的电场,最终达到饱和。为了减少载流子漂移速度变化的不连续性,通常用经验公式来描述从低电场漂移速度到达饱和区的整个区域:

$$v_d(\mathbf{E}) = \frac{u_0 \mathbf{E}}{\left[ 1 + \left( \frac{u_0 \mathbf{E}}{v_{\text{sat}}} \right)^C \right]^{\frac{1}{C}}} \quad (8)$$

式中:  $u_0$  为低电场下电子或空穴的迁移率;  $v_{\text{sat}}$  是电子或空穴饱和漂移速度,对于电子常数  $C$  接近于 2,对于空穴其值约为 1,是温度的函数。对应于电子和空穴的迁移率为:

$$u_n = \frac{u_{n0}}{\sqrt{1 + (u_{n0} \mathbf{E} / v_{\text{sat},n})^2}} \quad (9)$$

$$u_p = \frac{u_{p0}}{\sqrt{1 + (u_{p0} \mathbf{E} / v_{\text{sat},p})}} \quad (10)$$

联立式(5)~式(8)可得到电子和空穴的漂移电流密度为:

$$\mathbf{J}_{\text{drif}} = \rho u_{n,p} \mathbf{E} = q n(p) u_{n,p} \mathbf{E} \quad (11)$$

b) 扩散电流(见图 3)

在半导体中一旦存在过剩载流子浓度的梯度,就会发生载流子从高浓度区域向低浓度区域转移的扩散过程,使得系统达到一个均匀的状态,这种载流子的流动遵循菲克扩散定律。

以电子为例,考虑电子从高浓度区向低浓度区的扩散沿负  $x$  方向进行。因为电子带负电荷,所以电流方向沿正  $x$  方向,可将电子的扩散电流密度表示出来:

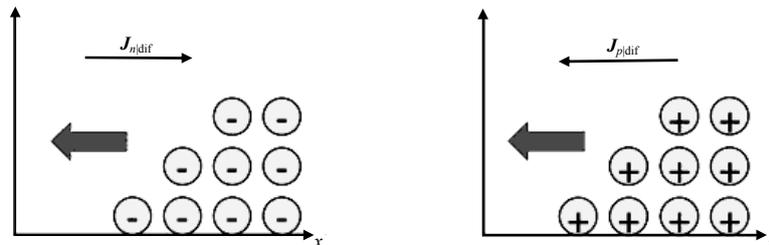


Fig.3 Diffusion current in semiconductor  
图3 半导体中的扩散电流

$$\mathbf{J}_{nx|\text{dif}} = q D_n \frac{dn}{dx} \quad (12)$$

式中:  $D_n$  为电子扩散系数,单位为  $\text{cm}^2/\text{s}$ ;  $n$  为半导体电子浓度。所以扩散电流密度可表示为:

$$\mathbf{J}_{n|\text{dif}} = q D_n \nabla_n \quad (13)$$

$$\mathbf{J}_{p|\text{dif}} = q D_p \nabla_p \quad (14)$$

联立式(3)~(5)、(9)、(12)求得半导体中变化的电流为:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_n + \mathbf{J}_p \quad (15)$$

$$\mathbf{J}_n = q D_n \nabla_n + q n u_n \mathbf{E} \quad (16)$$

$$\mathbf{J}_p = q D_p \nabla_p + q p u_p \mathbf{E} \quad (17)$$

## 1.2 电流连续性方程

半导体中热平衡状态的任何偏离都可能导致电子和空穴浓度的变化,比如温度的突然升高,会使热产生电子

和空穴的速率增加,从而导致它们的浓度随时间变化,直到达到一个平衡值。一个外加的激励,比如光,也会产生电子和空穴从而导致非平衡状态,电子和空穴的生成过程,电子和空穴的消失过程就是载流子的产生和复合(见图 4)。

在激光脉冲的激励下,考虑到高斯效应在空间和实践上的分布,电子和空穴的产生率  $G$  可由下式得到:

$$G(x, y, z, t) = \frac{\alpha I}{h\nu} \exp[-\alpha(z_0 - z)] \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{\sigma_x^2} - \frac{(y-y_0)^2}{\sigma_y^2}\right] \exp\left\{-\frac{\left[t - (z_0 - z)\sqrt{\frac{\epsilon_s}{c}} - t_0\right]^2}{\sigma_t^2}\right\} \quad (18)$$

式中:  $(x_0, y_0, z_0)$  为激光脉冲激励的位置;  $\sigma_x, \sigma_y$  为激励的光斑大小;  $\sigma_t$  为脉冲的作用时间;  $c$  为真空中的光速;  $I$  为激光脉冲的能量密度峰值;  $\alpha$  为激光注入半导体时的吸收系数。根据 Shockley-Read-Hall 效应和 Auger 效应, 电子和空穴的复合率一般表达式为:

$$R = \frac{np - n_i^2}{\tau_{n0}(n + n_1) + \tau_{p0}(p + p_1)} + (C_{An}n + C_{Ap})np \quad (19)$$

式中:  $\tau_{n0}, \tau_{p0}$  分别为电子和空穴的存活时间;  $n_1, p_1$  是当费米能级在陷阱存在时半导体电子和空穴的载流子浓度;  $C_{An}, C_{Ap}$  是 Auger 效应系数。当激光激励时, 半导体电子和空穴的载流子浓度远远大于本征半导体的浓度, 因此其复合率第 1 项的分子可以简化为  $np$ , 考虑到 Auger 效应在高功率的激光脉冲激励下的作用可以忽略, 因此电子和空穴的复合率可以简化为:

$$R = \frac{np}{\tau_{n0}n + \tau_{p0}p} \quad (20)$$

载流子浓度的净电荷是产生电荷和复合电荷之差, 再加上流入和流出该区域的净电流。当有载流子注入时, (激光脉冲激励)电流的连续性方程为:

$$\begin{cases} q \frac{\partial n}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{J}_n + qG - qR \\ q \frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_p + qG - qR \end{cases} \quad (21)$$

联立式(1)、(2)、(11)、(12)、(16)、(17), 可得半导体内部的时域方程为:

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}_n + \mathbf{J}_p \\ q \frac{\partial n}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{J}_n + qG - qR \\ q \frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_p + qG - qR \\ \mathbf{J}_n = q\mu_n n \mathbf{E} + qD_n \nabla n \\ \mathbf{J}_p = q\mu_p p \mathbf{E} - qD_p \nabla n \end{cases} \quad (22)$$

### 1.3 波尔兹曼统计分布

考虑到光导天线在电场偏压的作用下其电场为静电场  $\mathbf{E}_{dc}$  和时变电场  $\mathbf{E}_{var}$  的叠加:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{dc} + \mathbf{E}_{var} \quad (23)$$

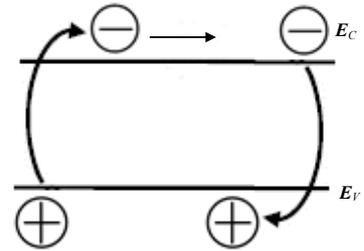


Fig.4 Electron hole pair generation and recombination  
图 4 电子和空穴的产生及复合

其静电场  $E_{dc}$  可以通过半导体中的泊松方程求得, 根据半导体理论, 热平衡下半导体中的泊松方程为:

$$\nabla^2 \phi = -\frac{q}{\epsilon_s} (p - n + N_d - N_a) \tag{24}$$

当  $T=300\text{ }^\circ\text{C}$  时, 半导体中电子和空穴的分布可以用波尔兹曼统计分布进行近似:

$$n = n_i \exp \left[ \frac{q(\xi_c - \xi_f)}{KT} \right] \tag{25}$$

$$p = n_i \exp \left[ \frac{q(\xi_f - \xi_v)}{KT} \right] \tag{26}$$

式中:  $\xi_c$  是电子在导带底的能量;  $\xi_f$  是费米能级的能量;  $\xi_v$  是空穴在导带顶的能量,  $n_i$  为本征半导体浓度;  $K$  为波尔兹曼常数;  $T$  为温度; 用静电势可以表示为:

$$n = n_i \exp \left[ \frac{q(\phi_c - \phi_{ref})}{KT} \right] \tag{27}$$

$$p = n_i \exp \left[ \frac{q(\phi_{ref} - \phi_v)}{KT} \right] \tag{28}$$

联立式(24)、(27)、(28)并令参考电势为 0 可得:

$$\nabla^2 \phi = -(qn_i) \left[ \exp(-q\phi/KT) - \exp(q\phi/KT) + N_d - N_a \right] / \epsilon \tag{29}$$

式中:  $N_d$  为施主杂质浓度;  $N_a$  为受主杂质浓度。

## 2 全波 FDTD 解算

时域有限差分方法(FDTD)是由微分形式的麦克斯韦旋度方程出发, 进行差分离散, 从而得到 1 组时域推进公式, 自 Yee 提出以来发展迅速(见图 5), 获得了广泛应用, 结合计算机技术能处理十分复杂的电磁问题, 有较好的稳定性和收敛性, 因而在工程电磁学的各个领域备受重视<sup>[14-22]</sup>。在激光脉冲的激励下, 半导体内部电子和空穴载流子的变化具有时间短、频带宽的特点, 因而时域差分方法能够大大降低计算的复杂度, 从而简化光导天线的辐射特性仿真计算。

由式(22)可得到响应的差分公式, 其差分方程为:

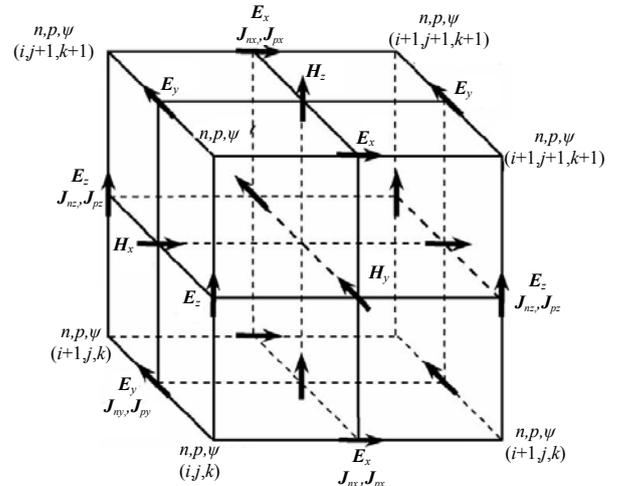


Fig.5 YEE cell of photoconductive antenna  
图 5 光导天线 YEE 元胞

$$\begin{aligned} E_x^{n+1} \left( i + \frac{1}{2}, j, k \right) &= E_x^n \left( i + \frac{1}{2}, j, k \right) + \\ &\frac{\Delta t}{\epsilon \left( i + \frac{1}{2}, j, k \right)} \left[ \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}} \left( i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right) - H_z^{n+\frac{1}{2}} \left( i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k \right)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}} \left( i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) - H_y^{n+\frac{1}{2}} \left( i + \frac{1}{2}, j, k - \frac{1}{2} \right)}{\Delta z} \right] \\ &\frac{\Delta t}{\epsilon \left( i + \frac{1}{2}, j, k \right)} \left[ J_{nx}^n \left( i + \frac{1}{2}, j, k \right) + J_{px}^n \left( i + \frac{1}{2}, j, k \right) \right] \end{aligned} \tag{30}$$

$$\mathbf{H}_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)=\mathbf{H}_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)+\frac{\Delta t}{u\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)}\left[\frac{\mathbf{E}_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k+1\right)-\mathbf{E}_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta z}-\frac{\mathbf{E}_z^n\left(i, j+1, k+\frac{1}{2}\right)-\mathbf{E}_z^n\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta y}\right] \quad (31)$$

运用 FDTD 求得空间电场、磁场分布以后,根据近远场变换算法与傅里叶变换理论,便可以得到太赫兹天线的辐射方向和增益,从而完成太赫兹天线的辐射特性分析。

整个计算步骤如下:首先初始化程序,带入偏置电压、半导体材料特性参数,运用泊松方程,在非热平衡状态下求得  $\mathbf{E}_{dc}, n_0, p_0$  的三维坐标,初始化方程变量。然后,依次计算空间时变磁场、时变电场,得到电磁和磁场的空间分布,将已经得到的电场值参数代入漂移电流方程,从而求得半导体内部载流子电流密度,此时计算半导体中电子和空穴的载流子浓度  $n, p$ 。重复迭代,直至结果收敛并稳定。

### 3 结论

本文介绍了基于 FDTD 的太赫兹光导天线三维辐射特性计算方法,在分析光导天线辐射原理的基础上阐述了半导体漂移电流、扩散电流对电场及磁场的作用,并根据实际运用情况对漂移方程、连续性方程进行简化,求得电流密度、电场、磁场的迭代方程,给出了光导天线辐射特性计算流程。下一步将结合光导天线辐射特性的测试数据验证该仿真方案的准确性。

#### 参考文献:

- [1] Jayaraman S, Lee C H. Observation of Two-Photon Conductivity in GaAs with Nanosecond and Picosecond Light Pulses [J]. Applied Physics Letters, 1972, 20(10):392-395.
- [2] Horio K, Ikoma T, Yanai H. Computer-aided analysis of GaAs n-i-n structures with a heavily compensated i-layer [J]. IEEE Trans. Electron Devices, 1986, 33(9):1242-1250.
- [3] Smith P, Auston D, Nuss M. Subpicosecond photoconducting dipole antennas [J]. IEEE J. Quantum Electron., 1988, 24(2):255-260.
- [4] Sano E. A device model for metal-semiconductor-metal photodetectors and its applications to optoelectronic integrated circuit simulation [J]. IEEE Trans. Electron Devices, 1990, 37(9):1964-1968.
- [5] Sano E, Shibata T. Fullwave analysis of picosecond photoconductive switches [J]. IEEE J. Quantum Electron., 1990, 26(2):372-377.
- [6] Zhou X. Numerical physics of subpicosecond electrical pulse generation by nonuniform gap illumination [J]. IEEE J. Quantum Electron., 1996, 32(9):1672-1679.
- [7] Sirbu M, Lepaul S B P, Aniel F. Coupling 3-D Maxwell's and Boltzmann's Equations for Analyzing a Terahertz Photoconductive Switch [J]. MTT, IEEE Transactions on., 2005, 24(2):2991-2998.
- [8] Kirawanich P, Yakura S, Islam J. Study of High-Power Wideband Terahertz-Pulse generation Using Integrated High-Speed Photoconductive Semiconductor Switches [J]. Plasma Science, IEEE Transactions on., 2009, 37(1):219-228.
- [9] Zhang X C, Darrow J T, Hu B B. Optically induced electromagnetic radiation from semiconductor surfaces [J]. Appl. Phys. Lett., 1990, 56(22):2228-2230.
- [10] Auston D, Nuss M. Electrooptic generation and detection of femtosecond electrical transients [J]. IEEE J. Quantum Electron., 1988, 24(2):184-197.
- [11] Mourou G, Stancampiano C V, Antonetti A. Picosecond microwave pulses generated with a subpicosecond laser-driven semiconductor switch [J]. Appl. Phys. Lett., 1981, 39(4):295-296.
- [12] Heidemann R, Pfeiffer T, Jager D. Optoelectronically pulsed slotline antennas [J]. Electron. Lett., 1983, 19(9):316-317.
- [13] Smith P, Auston D, Nuss M. Subpicosecond photoconducting dipole antennas [J]. IEEE J. Quantum Electron., 1988, 24(2):255-260.
- [14] Look D C. Molecular beam epitaxial GaAs grown at low temperatures [J]. Thin Solid Films, 1993, 231(1-2):61-73.
- [15] Tani M, Sakai K, Mimura H. Ultrafast photoconductive detectors based on semi-insulating GaAs and InP [J]. Jpn. J Appl. Phys. 2, Lett., 1997, 36(9A/B):L1 175-L1 178.