

文章编号: 1672-2892(2012)02-0169-04

基于证据理论的系统非概率可靠性分析

熊彦铭, 杨战平

(中国工程物理研究院 电子工程研究所, 四川 绵阳 621900)

摘 要: 为实现对复杂电子学系统进行可靠性量化分析, 提出了一种基于证据理论的电子学系统非概率可靠性分析方法。利用证据理论来表征单元可靠性的不确定性, 并通过响应函数获得系统的非概率可靠性输出, 其区间的上下界分别为似真函数和信任函数, 从而实现了不确定性的传播。与传统的概率可靠性分析方法相比, 该方法不需要先验概率和条件概率, 因而适合于对小子样的电子学系统进行可靠性量化分析, 仿真结果表明了该方法的合理性及有效性。

关键词: 证据理论; 非概率可靠性; 似真函数; 信任函数

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

Non-probabilistic system reliability analysis based on evidence theory

XIONG Yan-ming, YANG Zhan-ping

(Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang Sichuan 621900, China)

Abstract: In order to make quantitative analysis on complex electronic system, a novel non-probabilistic reliability analysis method based on evidence theory is proposed. The plausibility function and belief function are the upper and lower bounds respectively, then the uncertainty propagation is implemented through the system model. Comparing with conventional reliability analysis method based on stochastic model, the proposed method needs neither prior nor conditional probability, thus it can be applied to small sample condition. Good performance of the proposed method is demonstrated by simulation results.

Key words: evidence theory; non-probabilistic reliability; plausibility function; belief function

在电子学系统的可靠性分析与设计中, 由于系统本身的复杂性以及人们认识上的局限性而产生了诸多的不确定性, 概括起来主要有 3 种: 随机不确定性、模糊不确定性和未确知性^[1]。采用何种方法来处理这些不确定因素, 是系统可靠性评估中的一个关键问题。基于随机模型的可靠性分析方法^[2-3]已经在各个工程领域中得到了广泛的应用, 也有大量文献对基于模糊数学的系统可靠性分析方法^[4-5]进行了深入研究。这 2 类方法均需要足够的统计数据来获得不确定参数的概率密度函数或模糊隶属度函数。在很多工程实际情况中, 统计数据往往是十分有限的, 对于这种情况, 基于随机模型和模糊数学的可靠性分析方法均不适用^[1,6]。本文提出一种基于证据理论的系统非概率可靠性分析方法。引入证据理论中的证据组合规则, 对多个信息源给出的单元非概率可靠性信息进行融合, 以此表征单元可靠性的不确定性。并通过响应函数获得系统的非概率可靠性输出, 从而实现了不确定性的传播。该方法不需要先验概率和条件概率, 因而适合于对小子样的电子学系统进行可靠性量化分析。

1 证据理论

证据理论是一种处理不确定性推理问题的数学方法, 基本信任分配(Basic Probability Assignment, BPA)为证据理论中最基本的信息载体, 其定义如下:

定义^[7-10]: 对于辨识框架 Θ , 称映射 $m: 2^\Theta \rightarrow [0,1]$ 为 Θ 上的基本信任分配函数, 它满足:

$$\begin{cases} \sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1 \\ m(\emptyset) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2011-04-13; 修回日期: 2011-06-27

基金项目: “十一五” 行业预先研究资助项目(426010501); “十一五” 跨行业预先研究资助项目(51305060204)

式中: ϕ 为空集; $m(A)$ 为正确命题属于命题 A 的信任程度。

在公式(1)的基础上, 定义信任函数 $Bel(A)$ 和似真函数 $Pl(A)$ 分别为:

$$Bel(A) = \sum_{X \subset A} m(X) \quad (2)$$

$$Pl(A) = \sum_{X \cap A \neq \phi} m(X) \quad (3)$$

信任函数 $Bel(A)$ 为命题 A 中所有子集的基本信任分配之和, 表示对命题 A 的信任程度; 似真函数 $Pl(A)$ 为对命题 $\bar{A}$ 的否定程度, 即不怀疑命题 A 的程度。由此, 用区间 $[Bel(A), Pl(A)]$ 描述命题 A 的不确定性, 称之为信任区间。图1表示了以上各个区间定义之间的关系^[9]。

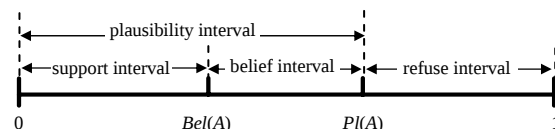


Fig.1 Relationship among the intervals in evidence theory

图1 证据理论中各个区间的相互关系

2 单元非概率可靠性的获取

由于各种不确定因素的影响, 不同信息源提供的单元可靠性的 BPA 可能不尽相同, 甚至存在一定冲突。因此, 在利用 Dempster-Shafer(DS)规则进行证据合成之前, 必须对各个原始证据的 BPA 进行修正, 通过引入证据间的距离函数求得可信度加权平均证据, 再利用 DS 规则完成证据合成。

设辨识框架 Θ 为 (A_1, A_2, L, A_{2^n}) 。对于证据体 m_i 和 m_k , 引入文献[11]中的证据间距离函数和相似度函数, 证据 m_i 和 m_k 之间的距离为:

$$d(m_i, m_k) = \sqrt{\frac{1}{2}(\mathbf{M}_i - \mathbf{M}_k)^T \mathbf{D}(\mathbf{M}_i - \mathbf{M}_k)} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{M}_i = [m_i(A_1), m_i(A_2), L, m_i(A_{2^n})]^T$; $\mathbf{M}_k = [m_k(A_1), m_k(A_2), L, m_k(A_{2^n})]^T$; $\mathbf{D}$ 为一个 $2^N \times 2^N$ 的矩阵, $\mathbf{D}(A_n, A_j) = \frac{|A_n \cap A_j|}{|A_n \cup A_j|}$, 运算符 $|\cdot|$ 表示集合的基数。

由式(4)获得各个证据间的距离和相似度, 由此得到证据 m_i 与其他证据的相似度之和为:

$$Sup(m_i) = \sum_{k=1, k \neq i}^N Sim(m_i, m_k) \quad (5)$$

式中的 Sup 和 Sim 分别表示支持度和相似度。

在式(5)基础上定义证据 m_i 归一化的可信度为:

$$C(m_i) = \frac{\sum_{k=1, k \neq i}^N Sim(m_i, m_k)}{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1, k \neq i}^N Sim(m_i, m_k)} \quad (6)$$

从而得到可信度加权平均证据为:

$$m_0(A_n) = \sum_{i=1}^N m_i(A_n) C(m_i), n = 1, 2, L, N \quad (7)$$

最后利用 DS 组合规则, 将式(7)得到的可信度加权平均证据组合 $N-1$ 次, 得到经过信息融合之后的单元非概率可靠性。

3 系统非概率可靠性的计算

得到单元的非概率可靠性之后, 如何计算系统的非概率可靠性是一个关键问题, 即不确定性的传播问题。

假定系统由 q 个成败型单元构成, 各单元之间相互独立。用 $r_i (i=1, 2, L, q)$ 表示各个单元的可靠性, 则系统可靠性可表示为 r_i 的函数:

$$R = f(r_1, r_2, L, r_q) \quad (8)$$

式(8)中的各个输入和输出参数均为不确定性变量。用 $C_{r_i} (i=1, 2, L, q)$ 分别表示各个输入变量的焦元, 其数量分

别为 $n_{r1}, n_{r2}, L, n_{rq}$, 则输出联合焦元为 $f(C_{r1,n}, C_{r1,j}, L, C_{rm,k})$, 其基本概率分配为 $m_{r1}(C_{r1,n})m_{r1}(C_{r1,i})L m_{rm}(C_{rm,k})$, 其中 $n \leq n_{r1}, i \leq n_{r2}, k \leq n_{r3}$, 这里各个输入变量的组合共有 $n_{r1}n_{r2}n_{r3}$ 种。

由式(2)和式(3)得到输出结果 R 的区间概率上下界分别为:

$$CDF^U(x) = Pl(R < x) = \sum_{x \geq \inf(C_{R,l})} m(C_{R,l}) \quad (9)$$

$$CDF^L(x) = Bel(R < x) = \sum_{x \geq \sup(C_{R,l})} m(C_{R,l}) \quad (10)$$

式中 $C_{R,l}$ 表示联合焦元在映射 $f(g)$ 下的像, $l=1, 2, L, n_{r1}n_{r2}n_{r3}$ 。

对于联合焦元 $C_{R,l}$, 需要求解 $f(x)(x \in C_{R,l})$ 的极大值和极小值。对于简单的解析函数, 可以获得极值的解析解, 当 f 较为复杂时, 可以通过 Monte-Carlo 仿真、遗传算法等方法^[9,12-13]来进行全局优化。

4 算例仿真

某多传感器数据融合系统的组成见图2, 该系统由传感器组和融合系统串联组成, 其中传感器组由3个传感器并联而成。该系统中共有4个组成单元, 分别用 $r_{S_1}, r_{S_2}, r_{S_3}, r_G$ 表示各个单元的可靠性。由于各种条件限制, 很难获得足够的统计数据来确定各个单元可靠性的概率密度函数或模糊隶属度函数, 因此基于随机模型和模糊数学的概率可靠性分析方法此时并不适用。

运用本文方法, 首先分别对各个单元的非概率可靠性进行计算。以传感器 S_1 为例, 从3个不同信息源获得的 S_1 的可靠性的 BPA 见表1。

由第2节中的证据组合方法对以上3个信息源的 BPA 进行合成, 得到3个证据之间的相似度矩阵为:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0.9500 & 0.9564 \\ 0.9500 & 1 & 0.9800 \\ 0.9564 & 0.9800 & 1 \end{bmatrix}$$

由式(6)得到3个证据可信度分别为: $C(m_{i1}) = 0.3303, C(m_{i2}) = 0.3343, C(m_{i3}) = 0.3354$ 。

从而得到可信度加权平均证据为: $m([0.8, 0.85]) = 0.3067, m([0.85, 0.9]) = 0.3666, m([0.85, 0.9]) = 0.3267$ 。

经过融合之后的传感器 S_1 的可靠性 BPA 为: $m([0.8, 0.85]) = 0.256, m([0.85, 0.9]) = 0.436, m([0.85, 0.9]) = 0.308$ 。用同样方法得到其余几个单元的可靠性 BPA 见表2。

对于图2所示的融合系统, 其可靠性 R 为:

$$R = f(r_{S_1}, r_{S_2}, r_{S_3}, r_G) = \left(1 - \prod_{i=1}^3 (1 - r_{S_i})\right) r_G$$

这里的映射 $f(g)$ 为各个自变量的单调函数, 因此在由4个不确定性变量组成的多维箱体模型上可以很方便地进行极值求解。图3给出了系统可靠性概率分布的上下边界。

图3中, 系统可靠性的最小值和最大值分别为0.8786和0.9499, 这与采用区间分析方法得到的结果是一致的。本方法不仅求出了系统可靠性的极大值和极小值, 而且充分地利用了各个单元的可靠性信息, 得出了系统可靠性不确定性变量所有可能的分布概率, 提供了完整的概率边界, 其上下界分别如图中的曲线 CDF^U 和 CDF^L 所示。在

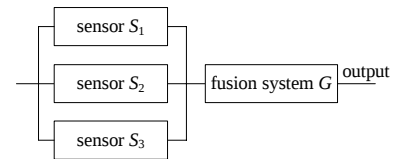


Fig.2 Multi-sensor data fusion system
图2 多传感器数据融合系统

表1 三个不同信息源给出的证据
Table1 Evidences from three different information sources

information source	BPA
$i1$	$m_{i1}([0.8, 0.85])=0.3$ $m_{i1}([0.85, 0.9])=0.4$ $m_{i1}([0.9, 0.95])=0.3$
$i2$	$m_{i2}([0.8, 0.85])=0.30$ $m_{i2}([0.85, 0.9])=0.35$ $m_{i2}([0.9, 0.95])=0.35$
$i3$	$m_{i3}([0.8, 0.85])=0.2$ $m_{i3}([0.85, 0.9])=0.4$ $m_{i3}([0.9, 0.95])=0.4$

表2 各个单元可靠性的 BPA
Table2 BPA of each unit's reliability

unit	BPA
S_2	$m_1([0.75, 0.85])=0.313$ $m_1([0.85, 0.9])=0.352$ $m_1([0.9, 0.95])=0.335$
S_3	$m_2([0.83, 0.85])=0.326$ $m_2([0.85, 0.89])=0.403$ $m_2([0.89, 0.96])=0.271$
G	$m_3([0.78, 0.81])=0.291$ $m_3([0.81, 0.88])=0.368$ $m_3([0.9, 0.92])=0.341$

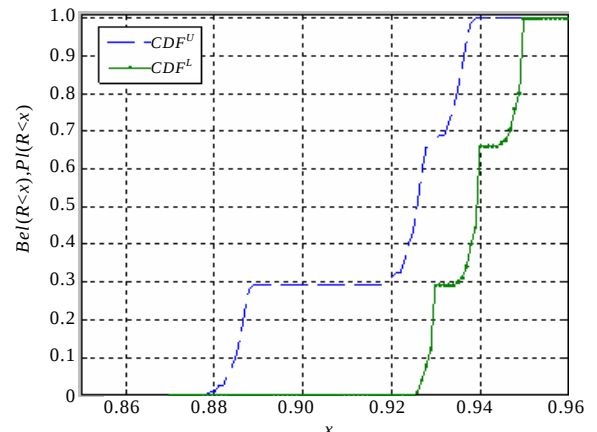


Fig.3 Upper and lower probability bounds of system reliability
图3 系统非概率可靠性的上下边界

不同置信度下,利用图3可以得到系统非概率可靠性的对应分布区间范围。因而本方法适合于对系统可靠性的不确定性分析,并获得裕量的量化结果。

5 结论

传统的基于随机模型和模糊数学的概率可靠性分析方法已经得到深入研究和广泛应用,但依赖于不确定参量的统计分布模型,其求解结果对模型参数很敏感。本文提出一种基于证据理论的系统非概率可靠性评估方法,利用证据理论来处理单元可靠性和系统可靠性的不确定性,较好地处理了不确定性的表示和传播问题,适合于小子样下的复杂系统可靠性评估问题。

参考文献:

- [1] 李永华,黄洪钟,刘忠贺. 结构稳健可靠性分析的凸集模型[J]. 应用基础与工程科学学报, 2004,12(4):383-391. (LI Yong hua,HUANG Hongzhong,LIU Zhonghe. Convex Model in Robust Reliability Analysis of Structure[J]. Journal of basic science and engineering, 2004,12(4):383-391.)
- [2] Charles E Ebeling. An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering[M]. New York:McGraw Hill Education, 1997.
- [3] 龚庆祥,赵宇,顾长鸿. 型号可靠性工程手册[M]. 北京:国防工业出版社, 2007.
- [4] Suresh P V,Babar A K,Raj VV. Uncertainty in fault tree analysis:a fuzzy approach[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996,83(2): 135-141.
- [5] 高明,陈文振,刘峰. 基于离散化修正模糊算子的模糊故障树新析[J]. 系统工程与电子技术, 2006,28(5):783-787. (GAO Ming,CHEN Wenzhen,LIU Feng. Improved fuzzy arithmetic operator with discretization procedure for fuzzy fault tree new analysis[J]. System Engineering and Electronics, 2006,28(5):783-787.)
- [6] Ganzerili S,Pantelides C P. Load and resistance convex models for optimum design[J]. Structural Optimization, 1999,17(2): 259-268.
- [7] Smets P,Kennes R. The transferable belief model[J]. Artificial Intelligence, 1994,66(2):191-243.
- [8] Jousselme A L,Liu C,Grenier D,et al. Measuring Ambiguity in the Evidence Theory[J]. IEEE Transactions on Systems,Man and Cybernetics,Part A, 2006,36(5):890-903.
- [9] 肖明珠. 基于证据理论的不确定性处理研究及其在测试中的应用[D]. 成都:电子科技大学, 2008. (XIAO Mingzhu. Study on the uncertainty processing based on evidence theory and its application in test[D]. Chengdu:University of Electronic Science and Technology of China, 2008.)
- [10] 颜坤玉,王杰贵,白日辉. 基于D-S证据理论的无源航迹关联算法[J]. 信息与电子工程, 2010,8(5):550-554. (YAN Kun yu,WANG Jiegui,BAI Rihui. Track association algorithm with multi-feature based on distributed multi-target passive tracking system[J]. Information and Electronic Engineering, 2010,8(5):550-554.)
- [11] 邓勇,施文康,朱振福. 一种有效处理冲突证据的组合方法[J]. 红外与毫米波学报, 2004,23(1):27-32. (DENG Yong,SHI Wenkang,ZHU Zhenfu. Efficient combination approach of conflict evidence[J]. Journal of infrared and millimeter waves, 2004,23(1):27-32.)
- [12] 李世玲. 基于投影寻踪和遗传算法的一种非线性系统建模方法[J]. 系统工程理论与实践, 2005,25(4):22-28. (LI Shiling. A nonlinear system modeling method based on projection pursuit and genetic algorithm[J]. System engineering theory and practice, 2005,25(4):22-28.)
- [13] 郭惠昕,刘德顺,胡冠昱,等. 证据理论和区间分析相结合的可靠性优化设计方法[J]. 机械工程学报, 2008,44(12):35-41. (GUO Huixin,LIU Deshun,HU Guanyu,et al. Method of reliability design optimization using evidence theory and interval analysis[J]. China Journal of Mechanical Engineering, 2008,44(12):35-41.)

作者简介:



熊彦铭(1983-),男,湖南省醴陵市人,在读博士研究生,主要从事武器电子学系统研究工作.email:xym_china@126.com.

杨战平(1966-),男,重庆市人,研究员,博士生导师,主要从事武器电子学系统研究工作.