

文章编号: 1672-2892(2012)02-0206-04

基于递推最小二乘算法的小信号检测

邵亚勇, 竺小松

(中国人民解放军电子工程学院, 安徽 合肥 230037)

摘 要: 受到强干扰影响的小信号通常难于有效检测。在分析递推最小二乘算法(RLS)原理及其几种改进形式的基础上, 采用自适应方法将已检测出的大信号与原混叠信号对消, 降低大信号对小信号的遮蔽作用, 再进行小信号的检测。最后通过仿真证明, 该方法能够在较小失真的情况下, 有效检测出被大调幅信号干扰下的小调频信号; 同时分别比较了各种算法的优劣, 得出基于可变遗忘因子的 RLS(VFF-RLS)算法不仅具有较快的收敛速度, 而且收敛之后具有很好的平稳性能。

关键词: 递推最小二乘算法; 自适应对消; 小信号检测; 可变遗忘因子最小二乘算法

中图分类号: TN911.72; TP317.4

文献标识码: A

Detection of small-signal based on recursive least squares algorithm

SHAO Ya-yong, ZHU Xiao-song

(PLA Electronic Engineering Institute, Hefei Anhui 230037, China)

Abstract: It is difficult to detect the small-signal due to the influence of strong interference signals. Based on the analysis of recursive Least Squares Algorithm(RLS) principle and its improved forms, adaptive cancellation is performed on the detected large-signal with the original aliasing signal to reduce the shielding effect by the large signal, then the small signal can be detected. The simulation shows that this method can effectively detect small FM signal with large AM signal interference in little distortion; the pros and cons of various algorithms are also compared, it is concluded that the VFF(Variable Forgetting Factor)-RLS algorithm bears not only a faster convergence rate, but also good stability after the convergence.

Key words: Recursive Least Squares; adaptive cancellation; small-signal detection; VFF-RLS

现代电子学领域, 如通信、侦察、控制、广播、遥控遥测等, 都存在强干扰和噪声环境下精确检测出小信号的问题。当接收机同时接收到大信号和小信号时, 由于信号之间的遮蔽作用, 小信号往往不能精确检测出来。

通过已检测出的大信号与原混叠信号进行对消, 可自适应地减小信号之间的遮蔽作用, 检测出小信号。典型的自适应算法通常采取递推最小二乘算法(RLS)和最小均方算法(Least Mean Square, LMS)。LMS 算法计算量小, 但不能兼顾稳态时小失调量和收敛速度问题, 虽然如文献[1]提出的变步长方法对解决该问题有一定改进, 但仍对非平稳信号适应性差。

RLS 算法与 LMS 算法相比, 具有收敛速度快、稳态性能好等优点。但 RLS 算法存在固定遗忘因子 λ 造成的收敛速度与稳态误差之间的矛盾, 同时当预测参数趋于真值时, RLS 算法的增益向量趋于零; 为解决上述问题, 从遗忘因子和信号自相关矩阵两方面着手, 出现了 RLS 算法的多种改进形式: 其一如文献[2-5]所提出的可变遗忘因子法, 文献[2]通过最小均方梯度的动态变化来控制遗忘因子的变化, 文献[3]采用恢复误差信号中的系统噪声来实现对可变遗忘因子的控制, 文献[4]对遗忘因子的控制通过对输入信号自相关矩阵的逆矩阵的梯度来实现, 文献[5]设定遗忘因子 λ 值的大小由误差决定, 通过找一个临界误差点, 当小于这个值时, λ 由一条曲线趋近于 1, 当大于这个值时, λ 由一条曲线趋近于 $\lambda_{\min}$; 其二给逆自相关矩阵加一自扰动项, 在输入信号或信道突变的情况下, 能够及时跟踪信道的变化, 这种方法主要有 D J Park 和 B E Jun 提出的具有快速跟踪能力的自扰动 RLS 算法(SRLS)^[6], 以及 Kwang-Seop Eom 等提出的基于卡尔曼滤波具有快速跟踪和抗噪声的 RLS 算法(ISPRLS)^[7]。当前除从这两个角度改进之外, 还出现了对 RLS 算法增益向量进行调整以提高系统收敛速度的方法^[8]。

1 RLS 自适应滤波器原理及小信号检测模型

在最小二乘的递归实现中,从初始条件出发,通过应用新的数据样值中包括的信息对旧的估值进行更新^[9]。设最小化的代价函数为 $J(n)$,在代价函数中引入指数加权因子后,表达式为:

$$J(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} |e(i)|^2 \quad (1)$$

式中: λ 为遗忘因子,取值范围是 $0 < \lambda < 1$,其作用是对离 n 时刻越近的误差加比较大的权重,而对离 n 时刻越远的误差加比较小的权重^[10]; $e(i)$ 是期望响应 $d(i)$ 与 i 时刻的抽头输入经横向滤波器加权之差,即为:

$$e(i) = d(i) - y(i) = d(i) - \mathbf{w}^H(n) \mathbf{u}(i) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{w}^H$ 为加权自共轭矩阵; $\mathbf{u}(i)$ 为输入向量。

经过推导,可以将 RLS 算法归纳如下:

初始化: $\mathbf{w}(0) = 0, \mathbf{P}(0) = \delta^{-1} \mathbf{I}$, 其中, δ 为正则化参数, $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。对于每一时刻, $n=1, 2, L$, 计算

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}^H(n-1) \mathbf{u}(n) \quad (3)$$

$$k(n) = \frac{\mathbf{P}(n-1) \mathbf{u}(n)}{\lambda + \mathbf{u}^H(n) \mathbf{P}(n-1) \mathbf{u}(n)} \quad (4)$$

$$\mathbf{P}(n-1) = \frac{1}{\lambda} [\mathbf{P}(n-1) - k(n) \mathbf{u}^H(n) \mathbf{P}(n-1)] \quad (5)$$

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + k(n) e^*(n) \quad (6)$$

为了将 RLS 算法应用于小信号检测中,假设进入接收通道的时域混叠信号为 $s(n)$,其含有大信号分量为 $x(n)$,小信号分量为 $y(n)$ 。

$$s(n) = x(n) + y(n) \quad (7)$$

首先将 $s(n)$ 通过可变衰减器,衰减掉含有的小信号分量,只留下大信号分量,对衰减后的信号进行检测,得到大信号 $x(n)$ 的相关特征参数,对其进行信号重构,将重构信号 $x(n)$ 作为自适应滤波器的输入信号,经过横向滤波器加权系数的调整得 $\hat{x}(n)$,

$$\hat{x}(n) = \hat{\mathbf{w}}(n-1) x(n) \quad (8)$$

用此信号与混叠信号 $s(n)$ 进行对消,将对消后的信号分成 2 路,一路作为误差信号输入到自适应滤波器控制器,对横向滤波器的加权系数进行控制;另一路作为混合信号中小信号分量 $y(n)$ 的估计值 $\hat{y}(n)$ 进行输出。图 1 为小信号检测的基本原理图。

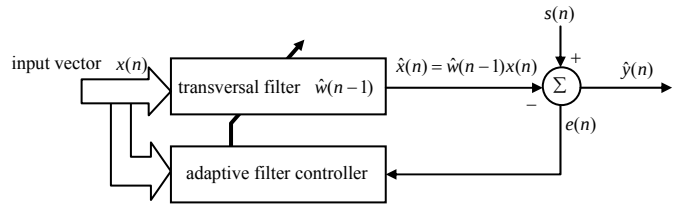


Fig.1 Model diagram of small signal detection
图 1 小信号检测模型图

2 RLS 算法的常见改进形式

对 RLS 算法的改进目的是着重解决信号收敛速度与稳态误差的矛盾及信道参数趋真时失去跟踪性能的问题。本文针对每种改进方法分别选取一种加以介绍。对于可变遗忘因子 RLS 算法,李倩茹提出的 VFF-RLS 算法^[5]具有运算简单,原理清晰的特点,该方法对 λ 的修正函数为:

$$\lambda = \frac{1 - \lambda_{\min}}{\pi} \arccot \{e(n) - E[e(n)]\} + \lambda_{\min} \quad (9)$$

在式(9)中根据 n 时刻误差信号的大小对遗忘因子进行调整,选择误差均值 $E[e(n)]$ 作为一个临界值,当 n 时刻的误差信号大于此值时, λ 趋近于最小值 $\lambda_{\min}$; 否则 λ 趋近于 1。这样,可以保证误差在 $E[e(n)]$ 附近摆动,进行缓慢变化,以缓冲 λ 变化过快带来的跟踪效果差的问题。

对输入信号自相关矩阵的逆矩阵 $\mathbf{P}(n)$ 进行调整通常采取加上一个与误差有关的自扰动项,在信号或信道发生突变时,避免 $k(n)$ 在已经趋于 0 的情况下而失去跟踪性能。Kwang-Seop Eom 提出的 ISPRLS 算法^[7]根据卡尔曼滤波实现对信号遗忘因子的控制,不需要根据信噪比的条件来调整滤波器参数。ISPRLS 算法的 $\mathbf{P}(n)$ 项为:

$$\mathbf{P}(n) = [\mathbf{I} - k(n) \mathbf{u}^T(n)] \mathbf{P}(n-1) + \mathbf{Q}(n) \quad (10)$$

式中自扰动项 $Q(n)$ 为:

$$Q(n) = \beta g NINT \left\{ \gamma \left| \frac{E[e^2(n)] - \sigma_n^2}{\sigma_n^2} \right| \right\} g \mathbf{I} \quad (11)$$

式中: $\mathbf{I}$ 为单位矩阵; $NINT$ 为取整函数; β, γ 均为常数。

由于增益向量在 RLS 算法中发挥着重要作用, 所以对增益向量的适当调整也可以有效地促进算法的收敛, 由 Anum Ali 等提出的基于增益向量来促进收敛的 RLS 算法^[8]改进形式如下:

$$\pi(n) = \mathbf{P}(n-1)\mathbf{u}(n) \quad (12)$$

$$k(n) = \begin{cases} \frac{\pi(n)}{\lambda + \mathbf{u}^H \pi(n)}, & \text{if } \left| \frac{1}{e(n)} \right| \leq 1 \\ \frac{\pi(n)}{|e(n)|(\lambda + \mathbf{u}^H \pi(n))}, & \text{if } \left| \frac{1}{e(n)} \right| > 1 \end{cases} \quad (13)$$

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}^H(n-1)\mathbf{u}(n) \quad (14)$$

将这种方法称为 GV-RLS 算法, GV-RLS 算法与 RLS 算法相比只需预先判断误差信号倒数的绝对值是否大于 1 即可, 只增加了少许的计算量, 计算步骤较为简单。

3 RLS 算法及其改进形式在小信号检测中的性能分析

自适应算法的选择取决于多个因素, 主要判断标准有: 收敛速度、跟踪性能、失调性、鲁棒性、计算要求、结构、数值特性等因素^[9]。无论对 RLS 算法的改进从哪个方面出发, 都要在满足收敛速率和稳定性的同时, 尽可能地减小运算量。而将自适应算法应用于小信号检测, 需着重考虑检测过程中的信号失真问题。本文以 RLS 算法、VFF-RLS 算法和 GV-RLS 方法为例, 检验它们在大信号和小信号混合的情况下, 将小信号检测出来的效果。假设两信号分别为 $x = 5(1 + 0.7 \cos(4000\pi t)) \cos(100000\pi t)$; $y = \cos(40000\pi t + 5 \sin(4000\pi t))$; 混叠信号为 $s = x + y$ 。分别应用 3 种算法, 检验在大调幅信号 x 的背景下检测出小调频信号 y 的性能。首先两信号的时域波形图和混叠信号的时域波形图分别如图 2 所示。从图中可知调频信号几乎被大的调幅信号遮蔽。

假设 RLS, GV-RLS 方法采取相同的遗忘因子 $\lambda = 0.97$, VFF-RLS 算法的最小遗忘因子 $\lambda_{\min}$ 也取为 0.97, 经过仿真发现使用这 3 种方法, 都能较好地检测出小信号的目的。经过加权调制的大信号与对消后检测所得小信号分别如图 3 所示。为了比较小信号经过自适应检测前后的变化情况, 取其频谱进行观测, 如图 4 所示, 经过自适应对消检测出的小信号与原始小信号在频谱上差别极小。由图 3 和图 4 可知, 检测的小信号在收敛前会有一定的杂波影响, 但收敛后与原信号相比无论从时域还是频域上误差都很小。

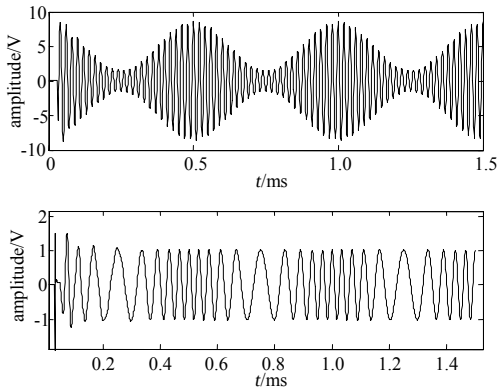


Fig.3 Large and small signals in time-domain by detection
图 3 检测的大信号与小信号时域图

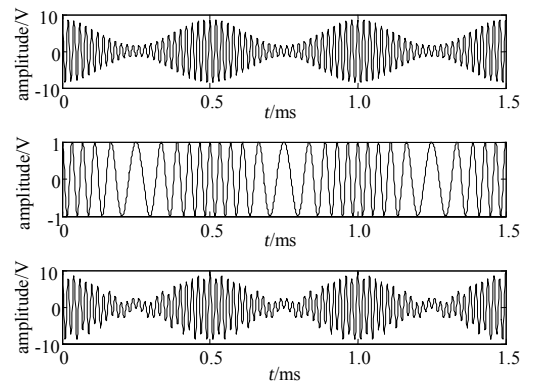


Fig.2 Original signals waveform in time-domain
图 2 原始信号时域波形图

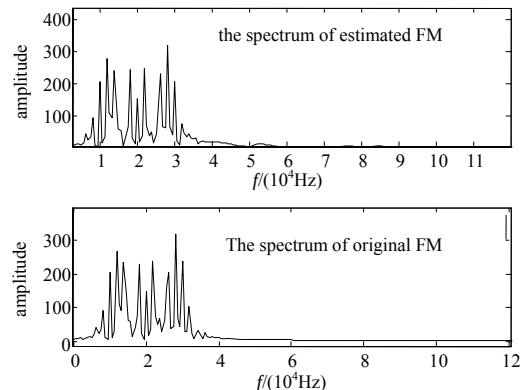


Fig.4 Signal spectrum before and after detection
图 4 检测前后信号频谱图

为了进一步说明3种方法在信号检测中的收敛速度及误差情况,以检测估计出的小信号与原小信号误差的平方进行比较,如图5所示。从图中可以得出,3种方法的收敛速度基本相当,但VFF-RLS算法收敛前的误差较小,且在收敛之后较为平滑,而RLS,GV-RLS仍存在一些干扰信号影响。因此在进行比较精确的信号分离时,可以首选VFF-RLS算法。

4 结论

本文在分析了RLS算法的原理及其几种改进形式的基础上,将它们应用于小信号检测中,通过自适应的方法将大信号对消掉,实现在大、小信号同时存在的条件下,有效检测出小信号的目的。通过仿真验证,所使用的3种方法都能在较小失真的情况下检测出小信号,而VFF-RLS算法无论在收敛速度还是平稳性能等方面都比其他2种方法更具优势。

参考文献:

- [1] 王文川,韩焱. 基于变步长 LMS 自适应时延估计算法[J]. 信息与电子工程, 2009,7(1):32-36. (WANG Wenchuan, HAN Yan. Time-delay Estimation Based on Variable Step Size LMS Algorithm[J]. Information and Electronic Engineering, 2009,7(1):32-36.)
- [2] So C F,Ng S C,Leung S H. Gradient based variable forgetting factor RLS algorithm[J]. Signal Processing, 2003,83(6): 1163-1175.
- [3] Paleologu C,Benesty J,Ciochina S. A Robust Variable Forgetting Factor Recursive Least-Squares Algorithm for System Identification[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008,15:597-600.
- [4] Hadi Sadoghi Yazdi,Mehri Sadoghi Yazdi,Mohammad Reza Mohammadi. A Novel Forgetting Factor Recursive Least Square Algorithm Applied to the Human Motion Analysis[J]. World Academy of Science, Engineering and Technology, 2009, 57:969-976.
- [5] 李倩茹,王于丁,张晓芳. 一种变遗忘因子 RLS 算法的分析与仿真[J]. 现代电子技术, 2008(17):45-47. (LI Qianru, WANG Yuding,ZHANG Xiaofang. Analysis and Simulation of a Variable Forgetting Factor RLS Algorithm[J]. Modern Electronics Technique, 2008(17):45-47.)
- [6] Park D J,Jun B E. Selfperturbing Recursive Least Squares Algorithm with Fast Tracking Capability[J]. Electronic Letters, 1992,28:558-559.
- [7] Eom Kwang-Seop,Jun Byung-Eul,Park Dong-Jo. Fast tracking and noise-immunised RLS algorithm based on Kalman filter[J]. Electronic Letters, 1996,32(2):2311-2312.
- [8] Anum Ali,Anis-ur-Rehman,Rana Liaqat Ali. An Improved Gain Vector to Enhance Convergence Characteristics of Recursive Least Squares Algorithm[J]. International Journal of Hybrid Information Technology, 2011,4:99-107.
- [9] 西蒙·赫金. 自适应滤波器原理[M]. 4版. 北京:电子工业出版社, 2010. (Simon Haykin. Adaptive Filter Theory[M]. 4th ed. Beijing:Publishing House of Electronics Industry, 2010.)
- [10] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京:清华大学出版社, 2002. (ZHANG Xianda. Modern Signal Processing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

作者简介:



邵亚勇(1984-),男,河南平舆人,在读硕士研究生,主要研究方向为自适应信号处理、小信号检测.email:yayong207@163.com.

竺小松(1963-),男,浙江定海人,教授,主要研究方向为电路与系统、电子对抗。

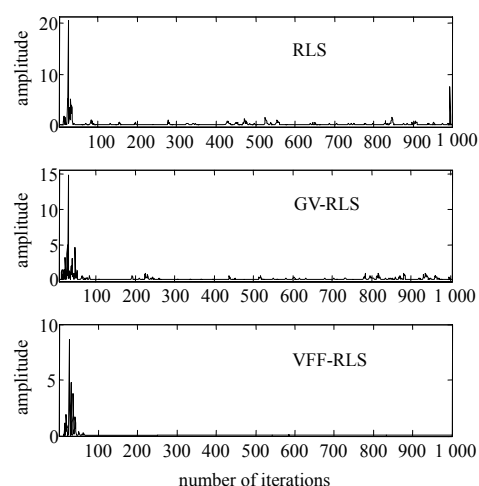


Fig.5 Signal error square before and after detection
图5 三种方法检测前后信号误差平方图