

文章编号: 1672-2892(2012)02-0210-04

基于随机共振的微弱信号检测

蔡卫菊

(长江大学 电子信息学院, 湖北 荆州 434000)

摘要: 介绍随机共振(SR)方法的基本思想, 并建立数学模型。随机共振系统是非线性双稳态系统, 存在某一最佳输入噪声强度, 使系统产生最高信噪比输出, 达到抑制噪声, 放大微弱信号的目的。针对传统系统随机共振只适用于极低频信号的局限, 本文引入尺度变换, 消除了对待检信号频率的限制, 通过 Matlab 仿真, 验证了其对微弱信号检测的有效性。

关键词: 随机共振; 微弱信号; 双稳系统

中图分类号: TN74

文献标识码: A

Detecting weak signal based on stochastic resonance

CAI Wei-ju

(Electronic Information College, Yangtze University, Jingzhou Hubei 434000, China)

Abstract: The basic concepts of detection method based on Stochastic Resonance(SR) are described and the mathematical model is established. An SR system is a nonlinear bi-stable system, which produces the highest signal-to-noise ratio output under the optimum noise intensity input to suppress noise and amplify weak signal. Its mathematical model can be defined by nonlinear Langevin equation. Conventional SR is suitable only to the signals at extreme low frequency. By introducing scale transform, the limitation on the frequency of the signal to be detected is eliminated. And the simulation results verify the validity of the detection of the weak signal.

Key words: Stochastic Resonance(SR); weak signal; bi-stable system

在信息检测领域, 如何从强噪声背景中检测出微弱的特征信息^[1], 一直受到广泛关注。目前, 在弱信号检测的信息处理方面, 其目标主要集中在设法抑制噪声以提高信噪比这一点上, 如 FFT 谱平均、小波分析、全息谱、高阶谱等。与传统的降噪方法不同, SR 作为一种新的信号分析和处理方法, 在一定程度增加噪声的同时, 不仅不会降低信噪比, 反而会在某一“共振”点处大幅度提高信噪比, 从而使得原来被噪声淹没的信号凸现出来。随机共振是天体物理学家 Benzi 在 1981 年为解释地球冰川周期性所提出^[2]。随机共振的原理就是把混合在一起的信号和噪声加到双稳态的非线性系统中去, 在非线形系统内部或外部随机力与外加周期力的协同作用下, 会产生近似于外加周期力频率的更为强烈的周期振动, 形成协同效应, 将一部分噪声能量转换成信号能量, 从而大大提高系统输出信噪比。作为一种有效的信号处理方法, SR 广泛用于诸如双稳或多稳非线性系统、激励系统、生物系统等^[2-8]。

1 SR 的基本原理

具有双势阱性质的朗之万方程(Langevin Equation, LE)是典型的双稳态非线性系统, 受到噪声 $\Gamma(t)$ 和外部周期驱动力 $A\cos w_0 t$ 作用的双稳态系统可以由以下 LE 方程描述:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bx^3 + A\cos w_0 t + \Gamma(t) \quad (1)$$

式中: a, b 为大于零的实数, 是势阱的形状参数; $\Gamma(t)$ 代表高斯分布白噪声, 且满足统计平均 $\langle \Gamma(t) \rangle = 0$ 和 $\langle \Gamma(t)\Gamma(t') \rangle = 2D\delta(t-t')$, 其中 D 为噪声强度, t' 为延迟时间。相应的势函数为:

$$U(x) = -\frac{1}{2}ax^2 + \frac{1}{4}bx^4 + x(A\cos\omega_0 t + \Gamma(t)) \quad (2)$$

式(2)描述了一个由 2 个势阱和一个势垒组成的双稳态系统。

当输入信号幅值 A 和噪声强度 D 为零时,系统有 2 个相同的势阱,阱底位于 $x = \pm\sqrt{a/b}$, 垒高为 $\Delta U = a^2/4b$ 。系统的最终输出状态将停留在 2 个势阱中的任意一个,这取决于系统的初始状态。图 1 是 $a=b=1$ 时的双稳态势曲线,从图中可以看出,在没有信号或噪声的情况下,系统在 $x = \pm\sqrt{a/b} = \pm 1, x=0$ 处的 2 个势阱点和一个势垒点分别对应势函数曲线中的 2 个极小值和 1 个极大值。

当低于阈值的信号输入双稳态系统时,由于信号能量无法克服系统势垒的阻挡,系统的输出状态只能在 $x = \sqrt{a}$ 或 $x = -\sqrt{b}$ 处的势阱中做局域的周期性运动,即在两稳态之间没有出现跃迁。当在系统中逐渐增加噪声的输入量,使得信号和噪声在双稳态系统中产生协同效应时,其协同能量能克服系统势垒,以信号频率在两稳态之间产生跃迁,此时的系统已经进入 SR 状态。

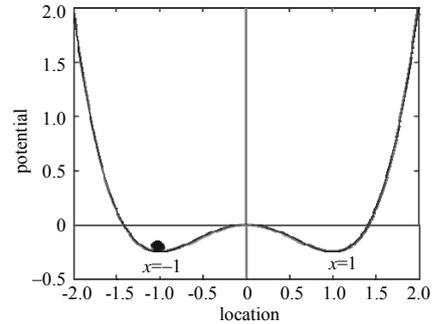


Fig.1 Symmetrical power function
图 1 对称势函数曲线

2 基于工程应用的 SR 算法

根据绝热近似理论和线性响应理论,在小信号的作用下,输出信号信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)的近似表达式为:

$$R_{SN} = \frac{\sqrt{2}a^2A^2e^{-\Delta U/D}}{4bD^2} = \sqrt{2}\Delta U \left(\frac{A}{D}\right)^2 e^{-\Delta U/D} \quad (3)$$

如图 2 所示,当 $a=b=1$, 周期信号幅度取不同值时,根据式(4)绘出输出信号信噪比 R_{SN} 随 D 的变化曲线。由图 2 可知随噪声强度 D 的增长,系统输出信号的信噪比 R_{SN} 先随 D 增长,并出现峰值,说明这一过程中存在着噪声能量向信号能量的转变,输出信噪比达到峰值的时候 SR 效应最为明显,根据式(4)计算得出,峰值出现的位置在 $D = \Delta U/2$ 处。当系统处于最佳 SR 状态时,输出信噪比会达到最大值。这就给设计自适应 SR 算法提供了一个实际可行的参量。通过监测输出信噪比的变化趋势,动态地调节双稳态非线性系统的自身参数 a 和 b 的值,即改变势垒高 ΔU ,也能够使得信号和噪声在双稳态系统中产生协同效应,从而可实现自适应的 SR。

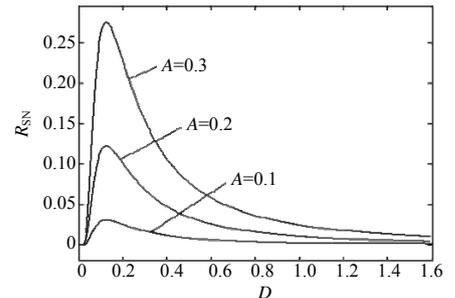


Fig.2 Relation between output signal R_{SN} and D
图 2 输出信号 R_{SN} 随 D 的变化关系

根据 SR 理论, $a=b=1$ 时, SR 仅适用于极低频的信号,一般要求周期驱动信号频率 $\omega_0 = 1$; 当 $a, b \neq 1$ 时,引入变换,令 $y = x\sqrt{\frac{b}{a}}$, $\tau = at$ 代入式(1)整理得到:

$$\frac{dy}{d\tau} = y - y^3 + \sqrt{\frac{b}{a^3}}A\cos\frac{\omega_0}{a}\tau + \sqrt{\frac{2Db}{a^2}}\varepsilon(\tau) \quad (4)$$

式中 $\varepsilon(\tau)$ 为阶跃信号。由此可见式(5)与式(1)是等价的,且信号频率为原来信号频率的 $1/a$ 。因此,对于高频信号,可以通过选取适当的参数 a , 将高频信号转化为低频信号来进行处理,通过选取适当的参数 b 可以适应强弱不同的输入信号。

采用线性随机搜索(Linear Random Search, LRS)算法,在每次迭代中,将一个小的随机改变量试探性地加在权向量上,然后观察性能的变化,由此确定权值的迭代。与其他算法相比, LRS 算法尤其适用于输入信号无法得到的情况。而这一点对将 SR 应用到工程中十分有用,因为在实际的工程测量中,信号和噪声往往是未知的。LRS 算法的这一特性可以很好地解决这个问题。自适应随机共振算法解析表达式如下:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{4}{a}\Delta U \cdot x - x^3 \quad (5)$$

$$\Delta U = \Delta U_0 + \mu k \quad (6)$$

$$R_{SN, \max} = \begin{cases} R_{SN, k}, & \Delta_k = R_{SN, k} - R_{SN, \max} \geq 0 \\ R_{SN, \max} \end{cases} \quad (7)$$

式中： k 为迭代序列； μ 为迭代步长； $R_{SN,k}$ 为系统在某参数状态下的输出信噪比； $R_{SN,max}$ 为最大输出信噪比。

在工程应用中，根据输出信噪比的采样值检验判断系统的SR效应，进而确定权向量的迭代步长。势垒高 ΔU 为自适应算法的可调权向量，通过系统参数调节模块在相应权空间实现权向量 ΔU 的迭代，使系统达到最佳SR状态，此时的系统输出信噪比值为最大。

3 微弱信号检测仿真

图3(a)和图3(b)分别为 $A=0.3$, $f=0.05$ Hz周期信号与 $\sigma=1$ 噪声混合叠加后的输入信号波形和频谱图,其中,采样频率 f_s 为10 Hz,采样点数 $N=5000$ 。图3(c)和图3(d)为系统参数 $a=b=1$ 时,经双稳态SR模型处理后的波形和频谱图。

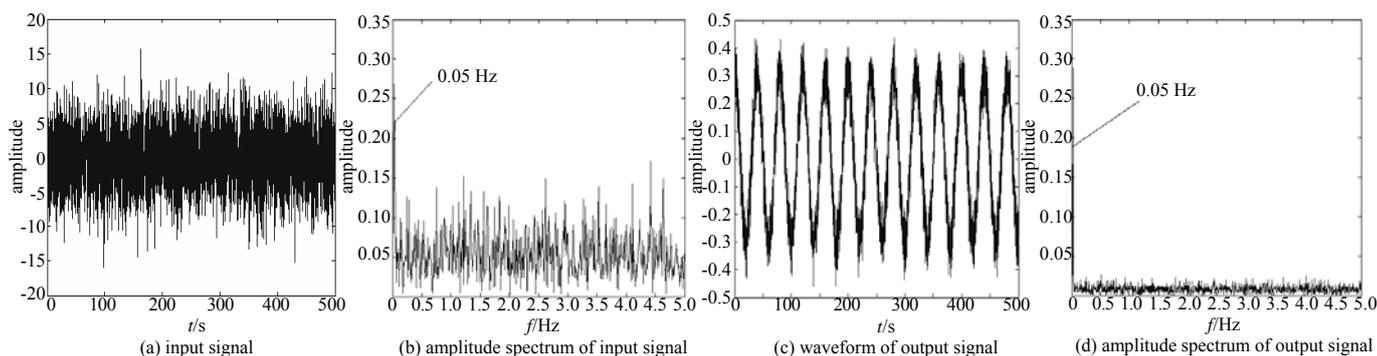


Fig.3 Input and resonance output of bi-stable system

图3 双稳态系统的输入和共振输出

图3中,系统正处于SR状态,噪声信号增强了微弱周期信号。双稳态SR系统对低频分量的增强效果明显优于高频分量。

采用调节参数实现SR,可以检测多个周期信号。假设2个不同频率信号叠加后的信号为： $s(t)=0.3\cos(2\pi f_1 t)+0.3\cos(2\pi f_2 t)$,取 $f_1=25$ Hz, $f_2=50$ Hz, $\sigma=4$ 。对频率 $f_1=25$ Hz,选择参数为 $a_0=b_0=1$, $A_0=0.3$, $f_0=0.05$ Hz, $\sigma_0=4$ 的参考信号,调整系数 $a=1000$, $b=1000$,比例因子 $k=1000$,输入SR模型求解,得到输出波形频谱,如图4所示。

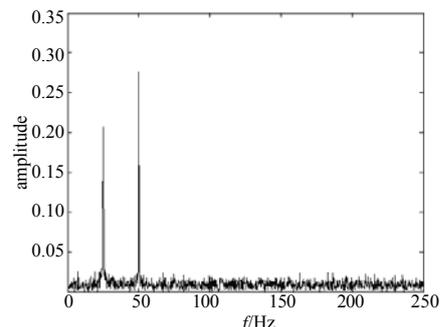


Fig.4 Output amplitude spectrum of periodic signal through SR system

图4 多频周期信号经SR系统处理后的输出频谱

4 结论

本文采用SR系统的共振条件,使得未知信号及噪声与非线性双稳态系统发生协同效应,实现强噪声背景中的弱信号提取。针对传统系统SR只适用于极低频信号的局限,引入尺度变换,消除了对待检信号频率的限制,并对多频周期信号进行仿真,结果表明双稳态系统对低频信号响应高于高频信号。

参考文献:

- [1] 戴逸松. 微弱信号检测方法及其仪器[M]. 北京:国防工业出版社,1994. (DAI Yisong. Method and Apparatus for Detecting Weak Signal[M]. Beijing:National Defense Industry Press, 1994.)
- [2] Gammaitoni L, Hanggi P, Jung P, et al. Stochastic resonance[J]. Reviews of Modern Physics, 1998, 70(1):223-287.
- [3] Victor C C, Hao Ling. Joint time-frequency analysis for radar signal and image processing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1999, 16(3):81-93.
- [4] Rousseau D, Chapeau-Blondeau F. Constructive role of noise in signal detection from parallel arrays of quantizers[J]. Signal Processing, 2005, 85(3):571-580.
- [5] Duan F, Chapeau-Blondeau F, Abbott D. Noise-enhanced SNR gain in parallel array of bistable oscillators[J]. Electronics Letters, 2006, 42(17):1008-1009.