

文章编号: 2095-4980(2014)02-0252-04

一种简洁高效的角点条件

王建永^a, 彭兴文^b, 刘翠红^a

(河海大学 a.数理部; b.机电工程学院, 江苏 常州 213022)

摘要: 角点条件是时域有限差分法(FDTD)的重要组成部分。提出了一种新的角点条件, 其基本原理是: 角点场值和角点附近其他节点场值存在一定的关系, 利用线性插值可以找到这种关系, 进而可以用角点附近其他节点场值计算角点场值。给出了二维和三维情形时的角点场值计算公式。这种角点条件的优点是公式简单, 而且易于程序实现。数值实验表明这种角点条件的吸收效果和常用的 Mur 角点条件的吸收效果非常接近。

关键词: 时域有限差分法; 吸收边界条件; 角点; 插值

中图分类号: TN011

文献标识码: A

doi: 10.11805/TKYDA201402.0252

A concise and efficient vertex condition

WANG Jian-yong^a, PENG Xing-wen^b, LIU Cui-hong^a

(a.Department of Mathematics and Physics; b.College of Mechanical and Electronic Engineering, Hehai University, Changzhou Jiangsu 213022, China)

Abstract: The vertex condition is an important constituent part of the Finite Difference Time Domain(FDTD) method. A new vertex condition is brought forward. Its fundamental principle is that the field value of a vertex is relevant to the field values of the knots near the vertex, and the relationship equation about the field values can be obtained by using linear interpolation. Then the field value of the vertex can be calculated based on the field values of the knots near the vertex according to this relationship equation. The computational formulas of the field values of the vertexes are given for 2-D and 3-D cases. The advantages of the vertex condition are that the computational formulas are simple and can be programmed easily. The numerical experiments indicate that the absorbing effects of the vertex condition are very close to that of Mur vertex condition.

Key words: Finite Difference Time Domain method; Absorbing Boundary Condition(ABC); vertex; interpolation

时域有限差分法(FDTD)^[1-5]是目前电磁仿真领域使用最多的方法之一。由于仿真区域不可能取得无限大, 吸收边界条件(ABC)^[6-10]就成为其必不可少的组成部分。在已经提出的几种吸收边界条件中, Mur 吸收边界条件^[11-12]因具有内存需求小、程序实现简单等优点而获得了很多应用, 但在使用 Mur 吸收边界条件时, 对仿真区域的角点必须做特殊处理, 这通常被称为角点条件。目前人们已经提出了一些角点条件^[13-14], 这些角点条件对于改善 FDTD 的计算结果, 推动 FDTD 进一步拓展应用范围, 起到了重要作用。本文也进行了角点条件的研究, 提出了一种新的角点条件。相对于已有的几种角点条件, 本文提出的新角点条件具有以下 2 个优势: 1) 它所依据的原理是人们比较熟悉的线性插值, 因而易于被人们所理解和接受; 2) 它最终得到的公式比较简单, 易于程序实现, 而且它不需要存储前一个甚至前两个时间节点的场值, 在一定程度上减少了算法所需的存储量。

1 基本原理

电磁波在仿真区域中传播, 显然仿真区域中各节点的场值存在一定的关系。对于相互间非常接近的几个节点, 在做了一定的近似处理后, 往往可以得到关于它们场值的一个公式, 从而可以用某一节点附近的若干节点的场值

收稿日期: 2013-01-11; 修回日期: 2013-03-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60972101)

来计算该节点的场值。角点是非常特殊的节点,但它们的场值仍然可以用它们附近的若干节点的场值来计算,从而得到新的角点条件。

1.1 二维情形

如图1所示,设其中5个节点在某时刻的场值分别为 ϕ_1, ϕ_2 等,则由线性插值,可得^[15]:

$$\phi_5 = \frac{S_1}{S} \phi_1 + \frac{S_2}{S} \phi_2 + \frac{S_3}{S} \phi_3 + \frac{S_4}{S} \phi_4 \quad (1)$$

式中 S_1, S_2 等为图中4个小矩形的面积,

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \quad (2)$$

为4个小矩形的面积的和,即图中大矩形的面积。

如果把节点1作为某一角点,则由式(1)可得:

$$\phi_1 = \frac{1}{S_1} (S\phi_5 - S_2\phi_2 - S_3\phi_3 - S_4\phi_4) \quad (3)$$

式(3)可以用来计算某一角点的场值,即式(3)其实就是一种角点条件。

但在实际应用时,为了获得这种角点条件所能达到的最高的计算精确度,应使每个小矩形的2个边长均为最小,具体的说就是只能为 x 方向上的一个步长 Δx ,或 y 方向上的一个步长 Δy 。例如对于一个仿真区域,假设其左下角点的坐标为(0,0),那么在用上述角点条件计算其场值时,应选节点坐标分别为(2,0),(2,2),(0,2)和(1,1)的4个节点作为另外的4个节点。这样做还有一个好处就是此时4个小矩形的面积相等,均为大矩形面积的1/4,这将使式(3)使用起来更加方便。

1.2 三维情形

如图2所示,设其中9个节点在某时刻的场值分别为 ϕ_1, ϕ_2 等,则由线性插值,可得^[15]:

$$\phi_9 = \frac{V_1}{V} \phi_1 + \frac{V_2}{V} \phi_2 + \frac{V_3}{V} \phi_3 + \frac{V_4}{V} \phi_4 + \frac{V_5}{V} \phi_5 + \frac{V_6}{V} \phi_6 + \frac{V_7}{V} \phi_7 + \frac{V_8}{V} \phi_8 \quad (4)$$

式中 V_1, V_2 等为图中8个小长方体的体积,

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7 + V_8 \quad (5)$$

为8个小长方体的体积的和,亦即图中大长方体的体积。

如果把节点1作为某一角点,则由式(4)可得:

$$\phi_1 = \frac{1}{V_1} (V\phi_9 - V_2\phi_2 - V_3\phi_3 - V_4\phi_4 - V_5\phi_5 - V_6\phi_6 - V_7\phi_7 - V_8\phi_8) \quad (6)$$

式(6)可以用来计算某一角点的场值,或者说,式(6)其实就是一种角点条件。

但在实际应用时,为了获得这种角点条件所能达到的最高的计算精确度,应使每个小长方体的3个棱长均为最小,具体的说就是只能为 x 方向上的一个步长 Δx ,或 y 方向上的一个步长 Δy ,或 z 方向上的一个步长 Δz 。其做法和二维情形相同,故此处不再举例说明。

2 数值实验

为了验证上述角点条件的有效性,编程进行了数值实验。程序模拟的是TM柱面波,波长 $\lambda=10^{-3}\text{m}$ 。激励源为强迫源,表达式为:

$$E = 1.0 \sin\left(\frac{2\pi c}{\lambda} t\right) \quad (7)$$

其中 c 为光速。空间步长 $\Delta x = \Delta y = \lambda/20$,时间步长 $\Delta t = \Delta x/2c$ 。模拟区域的大小为 $(0 \sim 100) \times (0 \sim 100)$,波源加在

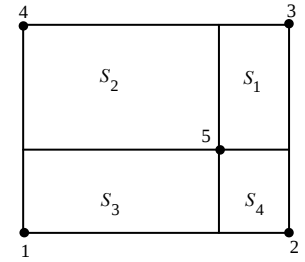


Fig.1 Sketch map of 2-D linear interpolation
图 1 二维线性插值示意图

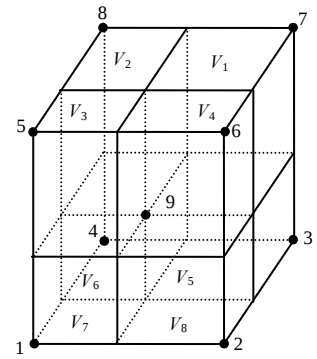


Fig.2 Sketch map of 3-D linear interpolation
图 2 三维线性插值示意图

点(19,19)处。计算时间步总数为 200。吸收边界条件采用 Mur 二阶吸收边界条件。

为了能够进行对比,编写了 2 套程序。2 套程序除角点条件不同外,其他部分都相同,这样即可比较不同角点条件的好坏。2 套程序采用的角点条件分别是目前用得非常多的 Mur 一阶对角角点条件^[13]和本文提出的角点条件。

图 3 和图 4 分别给出了仿真结束时 2 套程序绘制的仿真区域中电场分量的等值线,可以看出,2 幅等值线图都非常好,而且几乎没有差别。

为了能够进一步定量比较 2 种角点条件的好坏,还做了如下计算:在仿真区域中选择了 5 个到波源距离相等的节点,它们的坐标分别是(84,19)、(82,35)、(79,44)、(75,52)和(71,58)。然后计算了这 5 个节点上的电场做时谐变化的振幅,计算的方法是先求相距 1/4 周期的 2 个时刻的瞬时电场值的平方和,再开平方根,程序中选择的 2 个时刻分别对应仿真计算的第 190 步和第 200 步。这 5 个节点到波源的距离相等,理论上它们的电场振幅应该相等,所以 5 个电场振幅的标准偏差越小,就表明它们相互之间越接近,也就表明仿真的结果越好。表 1 给出了 2 套程序计算的 5 个电场振幅以及每组数据的标准偏差,可以看出,2 套程序的计算结果非常接近,有 4 个振幅相等。综合图 3、图 4 和表 1,可以得出结论,即本文提出的角点条件的吸收效果和 Mur 一阶对角角点条件的吸收效果几乎完全一样。

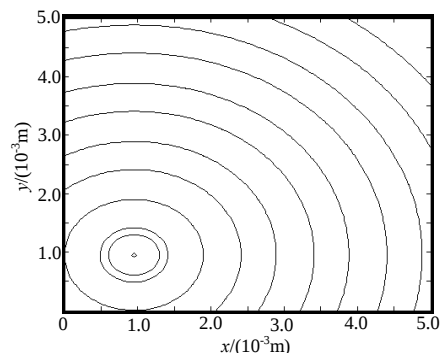


Fig.3 Simulation results using Mur vertex condition

图 3 Mur 角点条件的仿真结果

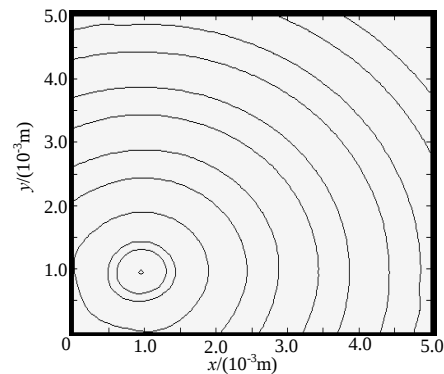


Fig.4 Simulation results using the vertex condition of this paper

图 4 本文角点条件的仿真结果

表 1 同一柱面上观测点的振幅

Table1 Amplitudes of some knots on the same cylinder

vertex condition	amplitudes of the selected knots/ 10^{-2}					standard deviations/ 10^{-4}
	(84,19)	(82,35)	(79,44)	(75,52)	(71,58)	
Mur vertex condition	8.221 3	8.162 1	8.169 9	8.162 5	8.268 5	2.103 7
vertex condition of this paper	8.222 3	8.162 1	8.169 9	8.162 5	8.268 5	2.109 4

3 结论

提出了一种新的角点条件,该角点条件的吸收效果和目前常用的 Mur 一阶对角角点条件的吸收效果几乎完全一样,但它在数学原理方面更好理解,而且计算公式更简单,程序实现也更容易。

此外,由于所有波的波动方程都是相同或相近的,所以本文的研究成果并不局限于电磁波的数值仿真,也可推广用于其他波如声波、地震波等的数值仿真。

参考文献:

- [1] DUAN Y T, CHEN B, CHEN H L, et al. Anisotropic-medium PML for efficient Laguerre-based FDTD method[J]. Electronics Letters, 2010, 46(5): 318-319.
- [2] CHEN Peng, LI Xiao-ming, FANG Shao-jun, et al. Calculation and analysis of ACPW and UWB ACPW-slotline transition[C]// 2010 2nd International Conference on Signal Processing Systems(ICSPS). Dalian, China: [s.n.], 2010: 644-646.
- [3] 陈琦, 何晓阳, 杨阳, 等. 基于 FDTD 的太赫兹光导天线三维辐射特性计算方法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2011, 9(3): 330-335. (CHEN Qi, HE Xiao-yang, YANG Yang, et al. 3-D radiation characteristics calculation for terahertz photoconductive antenna using FDTD method[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2011, 9(3): 330-335.)
- [4] 段鑫, 陈星. 基于 WinSock 和多线程技术的高性能并行 FDTD[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2011, 9(2): 169-174. (DUAN Xin, CHEN Xing. A high performance parallel FDTD based on WinSock and multi-threading[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2011, 9(2): 169-174.)

- [5] 罗琳,姜淳. 光子晶体慢光波导色散曲线的 FDTD 计算[J]. 信息技术, 2010(6):176-178. (LUO Lin,JIANG Chun. Research on photonic crystal slow light waveguide by FDTD[J]. Information Technology, 2010(6):176-178.)
- [6] 黄刘宏,毛云飞,丁世敬,等. 周期结构三维 ADI-FDTD 算法的 UPML 边界条件[J]. 解放军理工大学学报:自然科学版, 2011,12(1):135-138. (HUANG Liu-hong,MAO Yun-fei,DING Shi-jing,et al. Uniaxial perfectly matched layer for period structural three-dimensional ADI-FDTD algorithm[J]. Journal of PLA University of Science and Technology:Natural Science Edition, 2011,12(1):135-138.)
- [7] 陈锋,赵惠玲,张海霞. 再辐射边界条件在 FDTD 中的应用[J]. 计算机仿真, 2010,27(2):348-351. (CHEN Feng,ZHAO Hui-ling,ZHANG Hai-xia. Application of Re-radiating Boundary Condition in FDTD[J]. Computer Simulation, 2010,27(2):348-351.)
- [8] ZHAO Jia-ning. Improved absorbing boundary condition based on linear interpolation for ADI-FDTD method[J]. Journal of Southeast University:English Edition, 2009,25(3):289-293.
- [9] 魏兵,李小勇,王飞,等. 一种色散介质 FDTD 通用吸收边界[J]. 物理学报, 2009,58(9):6174-6178. (WEI Bing,LI Xiao-yong,WANG Fei,et al. A finite difference time domain absorbing boundary condition for general frequency-dispersive media[J]. Acta Physica Sinica, 2009,58(9):6174-6178.)
- [10] 施亚妮,李丽娟. FDTD 方法吸收边界条件的研究及应用[J]. 计算机仿真, 2008,25(7):113-116. (SHI Ya-ni,LI Li-juan. Research on Absorbing Boundary Condition in FDTD Method and Its Application[J]. Computer Simulation, 2008,25(7):113-116.)
- [11] FENG Liang,WANG Gao-feng,HAI Lin,et al. Mur Absorbing Boundary Condition for Three-Step 3-D LOD-FDTD Method[J]. Microwave and Wireless Components Letters, 2010,20(11):589-591.
- [12] Stefanski T,Drysdale T D. Improved implementation of the Mur first-order absorbing boundary condition in the ADI-FDTD method[J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2008,50(7):1757-1761.
- [13] 葛德彪,闫玉波. 电磁波时域有限差分方法[M]. 西安:西安电子科技大学出版社, 2002. (GE De-biao,YAN Yu-bo. The Finite Difference Time Domain Method of Electromagnetic Wave[M]. Xi'an:Publishing House of Xidian University, 2002.)
- [14] 王建永,陆雪平,杨建设,等. 一种新的角点和边棱处理方法[J]. 安徽大学学报:自然科学版, 2006,30(2):45-47. (WANG Jian-yong, LU Xue-ping,YANG Jian-she,et al. A new processing method of vertex and edge[J]. Journal of Anhui University:Natural Science Edition, 2006,30(2):45-47.)
- [15] 王长清,祝西里. 现代计算电磁学基础[M]. 北京:北京大学出版社, 2005. (WANG Chang-qing,ZHU Xi-li. The Foundation of Modern Computational Electromagnetics[M]. Beijing:Publishing House of Beijing University, 2005.)

作者简介:



王建永(1974-),男,河南省林州市人,硕士,副教授,主要研究方向为计算电磁学,发表学术论文30余篇,其中SCI和EI收录10余篇,email:sea1974@163.com.

彭兴文(1991-),男,湖北省红安县人,本科,主要研究方向为计算电磁学.

刘翠红(1974-),女,河南省林州市人,硕士,实验师,主要研究方向为工程电磁场.