

文章编号: 2095-4980(2015)06-0908-05

## 基于TOA和DOA的固定单站无源雷达跟踪方法

郭福成

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 单个固定观测站在被动条件下接收运动辐射源信号的到达时间(TOA)和角度(DOA)实现对其跟踪定位, 由于其系统隐蔽性好、布站机动灵活受到广泛关注。针对以往利用 TOA 差分 and DOA 跟踪定位稳定性和精确度较差的情况, 提出一种在辐射源已知的固定重复周期条件下对 TOA 取模, 再结合 DOA 信息实现对辐射源的扩展卡尔曼定位跟踪滤波方法。仿真表明, 该方法可以达到克拉美-罗下限(CRLB), 具有高的定位成功概率。

**关键词:** 无源定位; 到达波角度; 到达时间

**中图分类号:** TN957.52

**文献标识码:** A

**doi:** 10.11805/TKYDA201506.0908

## Tracking algorithm of fixed mono-station passive radar using TOA and DOA

GUO Fucheng

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

**Abstract:** For its good concealment ability and flexible station placement requirements, the passive tracking and location system by a single fixed observer receiving the signal transmitted by a moving emitter and measuring the Time Of Arrival(TOA) and Direction Of Arrival(DOA) has attracted widespread concern recently. As to the defects of unstability and poor precision of tracking algorithm using the difference of TOA and DOA, a new extended Kalman tracking method which uses the modulus operation by the known fixed repetition period of emitter signal and then combines the DOA information of emitter signal to locate the emitter is proposed. Simulation results show that this method can achieve the Cramér-Rao Lower Bound(CRLB) and high success location rate.

**Key words:** passive location; Direction Of Arrival; Time Of Arrival

在现代信息化战争的条件下, 能在“隐蔽自己”的前提下“歼灭敌人”是十分必要的。假如在不发射只接收目标载辐射源信号的情况下, 还能和有源雷达一样实现对目标的探测、定位与跟踪, 就可以达到“隐蔽自己, 消灭敌人”的目的。单基地无源探测定位系统接收的目标信号是目标载雷达、通信、导航等设备辐射源辐射的信号, 由于信号是单程传输而不是双程传输(散射), 因此其探测距离远, 至少可达目标载雷达最大作用距离的几倍至几十倍以上。因此完全可在出其不意的情况下, 或在自己不受到攻击的安全距离以外, 实现对目标早发现、早瞄准、早实施远程打击。由于无源探测定位系统不需要大功率发射, 可以省略成本最高的发射单元, 因此其效费比也高。且单站无源定位系统无需多站无源定位系统中的站间通信, 因此机动性强。

目前制约单基地无源探测定位系统技术发展的主要因素是单基地无源测距困难。相对而言, 单基地无源测向较容易, 但要单基地确定目标位置还需要知道斜距信息, 因此解决单基地无源测距问题是实现单基地无源定位的关键所在<sup>[1-4]</sup>。目前对于运动单站可以通过测向交叉或者长基线干涉仪相位差变化率进行定位。对于固定单站情况, 主要有2类方法, 一是通过到达波角度(DOA)结合到达时间变化率、多普勒频率变化率进行单站无源定位; 二是如参考文献[1-6]提出的利用观测站测量得到辐射源的到达时间(TOA)时域差分 and DOA 实现对运动辐射源的跟踪定位方法。参考文献[7-9]研究了利用TOA和DOA定位的可观测性条件, 必须满足非径向和非圆周运动时, 才能实现对辐射源的跟踪定位。上述文献讨论的主要模型均为利用TOA差分进行定位, 这种定位方法由于短时间内TOA差分变化非常小, 易受观测噪声影响, 为克服这种影响, 需要取长时间的TOA差分, 若在差分时间段内信号发射重复周期发生变化, 将容易导致跟踪滤波器发散。

收稿日期: 2014-11-10; 修回日期: 2014-12-30

基金项目: 国防预先研究基金资助项目(9140A21040113KG01302)

若辐射源信号存在一定的发射信号重复规律,如,存在已知固定的基本重复周期,即其发射时间是该时钟周期的整数倍,即使辐射源发射重复周期存在变化,仍可以利用测量信号的TOA的取模和DOA实现对辐射源航迹的唯一确定,从而实现对目标辐射源的定位跟踪。

### 1 定位模型

#### 1.1 状态模型

固定单站无源定位示意图如图1所示。假设观测站位于  $\mathbf{x}_O = [x_O, y_O]^T$  固定不动,辐射源按照匀速直线运动,定义其  $k$  时刻状态为  $\mathbf{x}_{Tk} = [x_{Tk}, y_{Tk}, \dot{x}_{Tk}, \dot{y}_{Tk}, r_{0k}]^T$ , 可得状态方程为<sup>[1-3]</sup>:

$$\mathbf{x}_{Tk+1} = \Phi_k \mathbf{x}_{Tk} + \mathbf{w}_k \tag{1}$$

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_k & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中: 状态转移矩阵  $\Phi_k$ ,  $T_k$  为第  $k+1$  次测量与第  $k$  次测量之间的间隔;  $\mathbf{w}_k$  为状态噪声, 假设

其为零均值高斯分布, 其方差阵为  $\mathbf{Q}_k$ 。

#### 1.2 测量模型

若辐射源按照某一已知基本周期  $T_p$  发射信号, 假设第  $k$  个 TOA 信号对应辐射源信号发射时刻为  $MT_p$ , 其中  $M$  为未知整数, 则观测站所接收到信号的到达时间为:

$$t_k = t_0 + MT_p + \frac{r(t_k)}{c} + \delta_{tk} \tag{2}$$

式中:  $t_0$  为未知的起始发射时刻;  $c$  为光速;  $r(t_k) = \sqrt{(x_{Tk} - x_O)^2 + (y_{Tk} - y_O)^2}$  为发射时刻的辐射源到目标的距离;  $\delta_{tk}$  为 TOA 的测量噪声, 假设其服从  $N(0, \sigma_r)$  的零均值高斯白噪声分布。

将所接收信号的到达时间对  $T_p$  取余数, 可得:

$$\lfloor t_k \rfloor_{T_p} = t_0 + \frac{r(t_k)}{c} + \delta_{tk} \tag{3}$$

式中 “ $\lfloor \cdot \rfloor_{T_p}$ ” 表示对  $T_p$  取余数。若式(3)乘光速  $c$ , 可得 TOA 测量方程:

$$z_{rk} = c \lfloor t_k \rfloor_{T_p} = r_0 + \sqrt{(x_{Tk} - x_O)^2 + (y_{Tk} - y_O)^2} + \delta_{rk} \tag{4}$$

式中  $\delta_{rk} = c\delta_{tk}$ 。另外, 根据方位角的定义可得<sup>[1-8]</sup>:

$$\beta_k = \arctan\left(\frac{x_{Tk} - x_O}{y_{Tk} - y_O}\right) + \delta_{\beta k} \tag{5}$$

式中  $\delta_{\beta k}$  为角度的测量噪声。由于角度测量误差一般较小(0.1°量级), 经校正后在工程上可近似假设其服从  $N(0, \sigma_\beta)$  的零均值高斯白噪声分布。

令观测矢量  $\mathbf{z}_k = [z_{rk}, \beta_k]^T$ , 结合式(4)~式(5), 可得到测量方程:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{Tk}) + \delta_k \tag{6}$$

式中:  $\mathbf{h}(\mathbf{x}_{Tk}) = \begin{bmatrix} r_0 + \sqrt{(x_{Tk} - x_O)^2 + (y_{Tk} - y_O)^2} \\ \arctan\left(\frac{x_{Tk} - x_O}{y_{Tk} - y_O}\right) \end{bmatrix}$ ;  $\delta_k = [\delta_{rk}, \delta_{\beta k}]^T$  为测量噪声, 服从均值为0, 方差阵为  $\mathbf{R} = \text{diag}\{\sigma_r^2, \sigma_\beta^2\}$

的高斯分布。

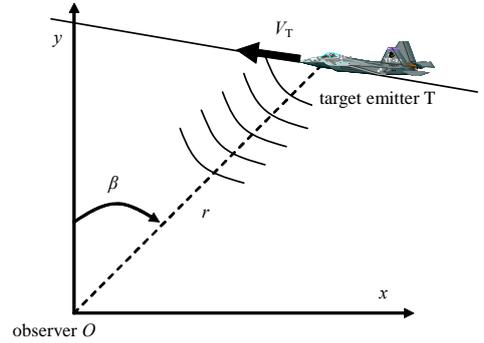


Fig.1 Diagram of the fixed single observer passive location  
图1 固定单站无源定位示意图

## 2 跟踪算法

建立了上述状态模型和测量模型后, 可以采用扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)方法等对其进行多次滤波跟踪。其预测方程为<sup>[3]</sup>:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (7)$$

预测协方差为:

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1/k-1} \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k \quad (8)$$

Kalman增益为:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^{-T} [\mathbf{H}_k^{-T} \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^{-T} + \mathbf{R}]^{-1} \quad (9)$$

滤波方程:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{Z}_k - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})] \quad (10)$$

滤波协方差:

$$\mathbf{P}_k = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k^{-T}] \mathbf{P}_{k/k-1} [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k^{-T}]^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R} \mathbf{K}_k^T \quad (11)$$

式中  $\mathbf{H}_k^{-T} = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}}$  为测量方程在预测点  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$  处计算的Jacobian矩阵, 该矩阵如下:

$$\mathbf{H}_k^{-T} = \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \mathbf{x}_T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_{rk}}{\partial x_T} & \frac{\partial z_{rk}}{\partial y_T} & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial \beta_k}{\partial x_T} & \frac{\partial \beta_k}{\partial y_T} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中各元素求导量为:  $\frac{\partial z_{rk}}{\partial x_T} = \frac{x_T - x_O}{r}$ ,  $\frac{\partial z_{rk}}{\partial y_T} = \frac{y_T - y_O}{r}$ ,  $\frac{\partial \beta_k}{\partial x_T} = \frac{y_T - y_O}{r^2}$ ,  $\frac{\partial \beta_k}{\partial y_T} = -\frac{x_T - x_O}{r^2}$ 。

在EKF定位跟踪过程中, 滤波器的初值选取非常重要。为此, 可以采用一段时间内的角度变化率  $\dot{\beta}_0$  和TOA二次变化率  $\ddot{t}_0$ <sup>[9]</sup>, 根据式(13)估计距离粗略值:

$$r_0 = \frac{c \ddot{t}_0}{\dot{\beta}_0^2} \quad (13)$$

根据式(13)得到的初始距离, 结合方位角测量, 得到目标的初始位置:

$$\begin{cases} x_0 = r_0 \sin \beta_0 \\ y_0 = r_0 \cos \beta_0 \end{cases} \quad (14)$$

结合目标先验分布, 可得到初始状态协方差矩阵  $\mathbf{P}_0$ , 代入EKF滤波方程中, 进行迭代, 即可得到每个时刻的目标位置。

算法流程如下:

- 1) 根据式(13)和式(14)计算目标初始距离和初始方差阵;
- 2) 根据式(7)和式(8)计算目标预测位置和方差阵;
- 3) 计算在预测点处的Jacobian矩阵  $\mathbf{H}_k^{-T}$ ;
- 4) 根据式(9)~式(11)和目标测量值计算目标位置和方差矩阵;
- 5) 返回步骤2), 重复迭代进行跟踪。

## 3 定位误差的CRLB计算方法

若目标真值已知, 可以计算到该场景定位误差的克拉美-罗下限(CRLB)。参考文献[3]已证明, 由于目标运动, 因此根据目标运动的状态方程式(7), 在假设的目标位置协方差矩阵  $\mathbf{P}_0$  条件下, 利用式(8)、式(9)、式(11)分别进行迭代, 即可得到定位误差的协方差矩阵  $\mathbf{P}_k$ 。其递推过程与真实滤波过程唯一不同的是采用真实值计算雅克比矩阵。

$$H_k = \left. \frac{\partial h(X)}{\partial X} \right|_{X=X_T} \quad (15)$$

计算得到定位误差的协方差阵  $P_k$  以后, 输出定位误差为:

$$e_k = \sqrt{P_k(1,1) + P_k(2,2)} \quad (16)$$

即为定位误差的CRLB值。

#### 4 仿真

假设观测站位于原点, 目标运动起始点位置[150 km,135 km], 运动速度 $v=220$  m/s, 航向为 $132^\circ$ , 信号发射时间间隔 $T_p=7.8125$  ms, 测角精确度 $0.17^\circ$ , TOA测量误差100 ns, 数据随机丢失, 丢失率80%, 具有未知的发射起始时间。相对运动场景和某一次跟踪的航迹如图2所示, 定位跟踪一开始偏离目标, 一段时间后, 可以一直保持较好的跟踪。

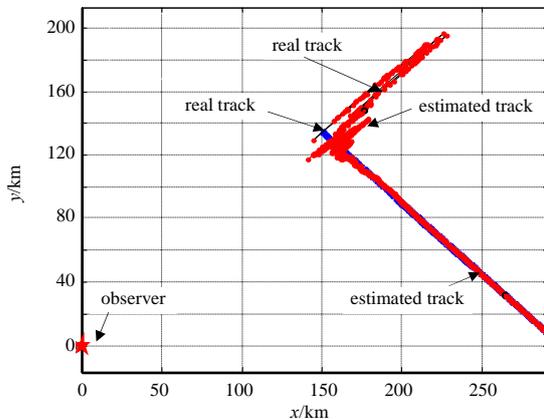


Fig.2 Observer-emitter relative movement scenario and track of single tracking  
图2 观测站-辐射源相对运动场景和单次跟踪航迹

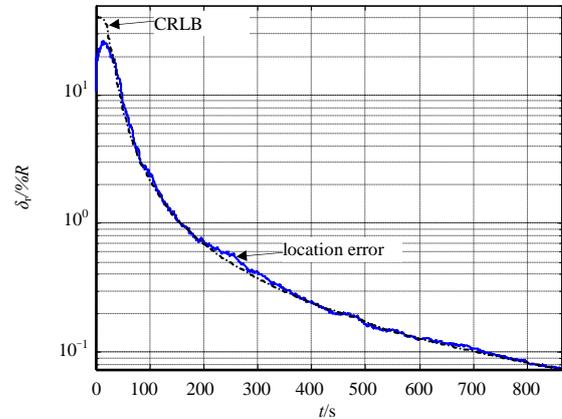


Fig.3 Relative error convergence curve  
图3 相对定位误差收敛曲线

为了评估定位性能, 采用多次蒙特卡洛重复试验法统计相对定位误差指标。假设进行 $M$ 次蒙特卡洛重复试验, 对每一个时刻位置  $x_k$  处得到的位置估计  $\hat{x}_{k,m}, m=1,2,\dots,M$ , 定义相对定位误差  $\delta_r$  为:

$$\delta_r (\%R) = \frac{\left( \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \|\hat{x}_{k,m} - x_k\|^2 \right)^{1/2}}{\|x_k\|} \times 100 \quad (17)$$

统计100次蒙特卡洛试验结果, 可得到相对定位误差和CRLB随时间收敛的曲线, 如图3所示。从图3可知, 相对定位误差曲线与CRLB曲线基本重合, 显示了本算法已经达到最优, 可在70 s~100 s左右达到5%R的收敛精确度。多次重复试验的收敛概率很高, 可接近100%。

#### 5 结论

利用固定单站接收运动辐射源信号的TOA和DOA, 在满足定位的可观测性条件下, 且其辐射源发射信号存在已知的基本时钟周期 $T_p$ , 则可利用TOA对基本时钟周期的取模值和DOA观测量, 采用EKF达到最优定位性能和高的定位跟踪成功概率, 在隐蔽条件下实现对辐射源的被动定位和跟踪。

#### 参考文献:

- [1] 张铭,孙仲康. 利用不机动单站DOA,TOA的测量实现被动定位与跟踪[J]. 航空学报, 1989,10(5):234-241. (ZHANG Ming,SUN Zhongkang. Passive location and tracking by non-maneuvering single observer DOA and TOA[J]. Acta Aeronautica, 1989,10(5):234-241.)
- [2] 周一宇,孙仲康. 利用DOA和TOA测量对三维运动辐射源的定位与跟踪[J]. 电子学报, 1991,19(2):69-74. (ZHOU Yiyu, SUN Zhongkang. Location and tracking of moving emitter by DOA and TOA[J]. Acta Electronica Sinica, 1991,19(2):69-74.)

- [3] 孙仲康,周一宇,何黎星. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京:国防工业出版社, 1996. (SUN Zhongkang,ZHOU Yiyu, HE Lixing. Mono/Multiple Station Active/Passive Location Technology[M]. Beijing:National Defense Industry Press, 1996.)
- [4] 刘强,刘向君,周建平. 外军潜艇电子侦察系统技术现状和发展探析[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2013,11(4): 541-546. (LIU Qiang,LIU Xiangjun,ZHOU Jianping. Current status and development trend of electronic reconnaissance system[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2013,11(4):541-546.)
- [5] 焦淑红,司锡才,张斌. 利用DOA和TOA对运动辐射源的单舰无源定位[J]. 舰船工程, 1999(4):55-57. (JIAO Shuhong, SI Xicai,ZHANG Bin. Single fleet passive location for moving emitter using DOA and TOA[J]. Engineering of Vessel, 1999(4):55-57.)
- [6] 王杨,付永庆,司顺奇. 基于DOA和TOA的机载单站无源定位[J]. 测绘工程, 2008,17(3):13-15. (WANG Yang,FU Yongqing, SI Shunqi. Airborne SOPLAT method based on DOA and TOA[J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2008,17(3): 13-15.)
- [7] 李宗华,郭福成,周一宇,等. 测量TOA和DOA的单站无源定位跟踪可观测条件[J]. 国防科技大学学报, 2004,26(2): 30-34. (LI Zonghua,GUO Fucheng,ZHOU Yiyu,et al. The observability conditions of the single observer passive location and tracking based on TOA and DOA measurements[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2004,26(2): 30-34.)
- [8] 谢细全,王琴,谢成祥,等. DOA和TOA的单站无源定位可观测性分析[J]. 电光与控制, 2007,14(2):47-49. (XIE Xiquan, WANG Qin,XIE Chengxiang,et al. DOA/TOA measurements based on observability analysis of passive location and tracking for single observer[J]. Electronic Optics & Control, 2007,14(2):47-49.)
- [9] 孙仲康,郭福成,冯道旺,等. 单站无源定位跟踪技术[M]. 北京:国防工业出版社, 2008. (SUN Zhongkang,GUO Fucheng, FENG Daowang,et al. Single Observer Passive Location and Tracking Technology[M]. Beijing:National Defense Industry Press, 2008.)

#### 作者简介:



郭福成(1975-), 男, 江西省龙南县人, 教授, 博士生导师, 研究方向为无源定位、电子对抗、信号处理等.email:gfcl75@163.com.

(上接第 902 页)

#### 作者简介:



张云(1989-), 男, 武汉市人, 在读博士研究生, 主要研究方向为视觉定位导航. email:zhangyunmail@whu.edu.cn.

尹露(1989-), 男, 湖北省仙桃市人, 在读硕士研究生, 主要研究方向为机器人控制.

罗斌(1980-), 男, 武汉市人, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为遥感图像处理与机器人.