第 13 卷　第 6 期　　太赫兹科学与电子信息学报　　Vol. 13, No. 6
2015 年 12 月　　Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology　　Dec., 2015

文章编号：2095-4980(2015)06-0947-05

基于粒子群优化的 MPSK 信号频偏估计算法

胡　礼，廖　明，王世练
(国防科学技术大学　电子科学与工程学院，湖南 长沙 410073)

摘　要：针对传统多进制数字相位调制(MPSK)信号非数据辅助(NDA)频偏估计算法存在估计范围有限、估计方差较大、符号个数少时估计性能受限等问题，提出了基于粒子群优化的频偏估计方法。该算法以频偏估计的似然函数为目标函数，模拟群体智能搜索最优解。仿真结果表明，本算法无偏估计范围大，在符号数较少、信噪比较低时，估计方差接近克拉美罗下限(CRLB)，性能优于经典的离散傅里叶变换(DFT)算法和 Kay 算法。

关键词：多进制数字相位调制；最大似然；频偏估计；粒子群；最优解

中图分类号：TN911.72　　**文献标识码：**A　　**doi：**10.11805/TKYDA201506.0947

Frequency estimation of MPSK signals based on PSO algorithm

HU Li, LIAO Ming, WANG Shilian
(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

Abstract: Traditional Non-Data-Aided(NDA) frequency offset estimation algorithm of Multiple Phase Shift Keying(MPSK) signals feature some disadvantages like small estimation range, large estimation variance, and limited performance for small symbol number. Aiming at these problems, a new frequency offset estimation algorithm based on particle swarm optimization is proposed. This algorithm takes the maximum likelihood function of frequency offset estimation as goal-function, imitating swarm intelligence to search the optimal solution. Simulation results validate that this algorithm has a large estimation range and the estimation variance is closed to the Cramer-Rao Lower Bound(CRLB) at small symbol number and low SNR, which is better than other classical algorithms like Discrete Fourier Transform(DFT) and Kay algorithm.

Key words: Multiple Phase Shift Keying; maximum likelihood; frequency estimation; particle swarm optimization; optimal solution

在数字通信系统中，由于多普勒效应、发射和接收振荡器的失匹配等原因，接收信号存在频率偏移[1]。频偏的存在会使解调器性能严重恶化，因此必须在接收端对频偏进行估计和校正。为充分利用带宽和信号功率，接收端往往需要在无先导序列的情况下完成频偏的估计，即非数据辅助(NDA)估计。经典的 NDA 频偏估计算法主要有：基于信号相位差分的 Kay 算法[2]、基于离散傅里叶变换(DFT)的周期图法[3]、基于信号自相关函数的 Fitz 算法和 L&R 算法[4]等。Kay 算法和 DFT 方法估计范围大，但数据块的长短对估计精确度影响很大；Fitz 算法和 L&R 算法估计精确度很高，但估计范围与自相关搜索长度成反比，即无偏估计范围小。

本文从最大似然准则出发，导出多进制数字相位调制(MPSK)信号 NDA 频偏估计的理论表达式，在此基础上提出一种基于粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)的频偏估计算法：将频偏估计等价为求解函数最优解，运用群体智能的随机优化特点来搜索目标函数最优解。仿真结果验证了该算法的可行性。

1　基于最大似然准则的 MPSK 信号频偏估计原理

考虑一段符号长度为 L 的矩形成型 MPSK 信号，经下变频和低通滤波后的信号可表示为：

$$y_l = A a_l \mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_e lT+\varphi_e)} + n_l,\ l=0,1,\cdots,L-1 \tag{1}$$

式中：A 为信号幅度；a_l 为调制符号；f_e 为载波频偏；T 为符号周期，φ_e 为载波相偏；n_l 是方差为 σ^2 的复加性高

收稿日期：2015-04-15；**修回日期：**2015-05-17

斯白噪声。对于 MPSK 调制，a_l可表示为：

$$a_l = \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\frac{i}{M}},\ i = 0,1,\cdots,M-1 \tag{2}$$

信号的概率密度函数为：

$$p(y \mid a_l, f_\mathrm{e}, \varphi_\mathrm{e}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^{2L} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{l=0}^{L-1}\left|y_l - a_l \mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_\mathrm{e} lT + \varphi_\mathrm{e})}\right|^2\right\} \tag{3}$$

对式(3)取对数后求导，令导数为 0，可得对数似然函数：

$$\Lambda(y \mid a_l, f_\mathrm{e}, \varphi_\mathrm{e}) = \mathrm{Re}\left\{\sum_{l=0}^{L-1} y_l a_l^* \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2\pi f_\mathrm{e} lT + \varphi_\mathrm{e})}\right\} \tag{4}$$

最大化似然函数可得频偏的最大似然估计量：

$$\hat{f}_\mathrm{e} = \arg\max_f \left|\sum_{l=0}^{L-1} y_l a_l^* \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f lT}\right| \tag{5}$$

由于 MPSK 调制符号的 M 次幂满足：

$$a_l^M = \left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\frac{i}{M}}\right)^M = \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi i} \equiv 1,\ i = 0,1,\cdots,M-1 \tag{6}$$

对式(5)右边取 M 次方可去除调制信息，得到频偏估计的等价形式：

$$\hat{f}_\mathrm{e} = \arg\max_f \left|\sum_{l=0}^{L-1} y_l^M (a_l^M)^* \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi M f lT}\right| = \arg\max_f \left|\sum_{l=0}^{L-1} y_l^M \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi M f lT}\right| \tag{7}$$

上述估计方法不需要已知调制符号，属于 NDA 估计。又由：

$$\left|\sum_{l=0}^{L-1} y_l^M \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi M f lT}\right| = \left|\sum_{l=0}^{L-1} y_l^M \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi M\left(f \pm \frac{k}{2MT}\right)lT}\right|,\quad k = 1,2,3,\cdots \tag{8}$$

可知，NDA 频偏估计的无偏估计范围为$|f_\mathrm{e}| < \dfrac{1}{2MT}$。

衡量估计器的性能指标是归一化均方误差(Mean Square Error，MSE)，文献[5]给出了频偏估计 MSE 的克拉美罗下限(CRLB)：

$$\mathrm{CRLB}(\hat{f}_\mathrm{e}) = \frac{6}{(2\pi)^2 L(L^2-1)\eta} \tag{9}$$

式中η为信号噪声功率比。

2 基于粒子群优化的频偏估计算法

2.1 粒子群优化算法

粒子群优化(PSO)算法[6]是受鸟群觅食过程中群体行为的启发而提出的一种基于群体智能的随机优化技术。PSO 算法基本思想为：目标空间中有一群粒子在飞行，每个粒子根据本身的飞行经验及同伴的飞行经验对自己的飞行方向和速度大小进行调整，从而形成群体寻优的正反馈机制，通过迭代寻找问题的最优解[7]。

运用 PSO 算法求解 D 维目标函数 $\boldsymbol{F}_X$ 潜在最优解的基本模型[8]为：在 D 维目标搜索空间中放置 n 个粒子，其中第 k 个粒子的位置为 $\boldsymbol{X}_k = \left[x_{k1}, x_{k2}, \cdots, x_{kD}\right]^\mathrm{T}$，其速度为 $\boldsymbol{V}_k = \left[v_{k1}, v_{k2}, \cdots, v_{kD}\right]^\mathrm{T}$。每个粒子的位置代表一个可能的最优解，将 $\boldsymbol{X}_k$ 代入 $\boldsymbol{F}_X$ 可得到该粒子的适应值。i 次迭代后，通过适应值大小的比较，得到第 k 个粒子目前找到的个体最优解，即 $\boldsymbol{P}_k^i = \left[p_{k1}^i, p_{k2}^i, \cdots, p_{kD}^i\right]^\mathrm{T}$，同时在个体最优解中产生一个群体最优解，即 $\boldsymbol{G}^i = \left[g_1^i, g_2^i, \cdots, g_D^i\right]^\mathrm{T}$。第 i 次迭代时第 k 个粒子的速度和位置更新公式为：

$$\boldsymbol{V}_k^{i+1} = c_0 \boldsymbol{V}_k^i + c_1 r_1 (\boldsymbol{P}_k^i - \boldsymbol{X}_k^i) + c_2 r_2 (\boldsymbol{G}^i - \boldsymbol{X}_k^i),\ k = 1,2,\cdots,n \tag{10}$$

$$\boldsymbol{X}_k^{i+1} = \boldsymbol{X}_k^i + \boldsymbol{V}_k^{i+1},\ k = 1,2,\cdots,n \tag{11}$$

式中：c_0 为惯性因子，用来保持对前一次迭代时粒子速度的记忆；c_1,c_2 为学习因子，使粒子具有自我总结和向群体中优秀个体学习的能力；r_1,r_2 为[0,1]之间的随机数，用来保持群体的多样性。文献[9]指出，c_0,c_1 及 c_2 的取值会影响算法的收敛速度和效果。考虑到粒子速度可能在迭代中发散，还需设置速度的阈值 $V_{\max}$，这个参数被证明是非常重要的[8]。最后，设定迭代终止条件，则迭代结束后的群体最优解即为所求 $\boldsymbol{F}_X$ 的最优解。

在运用 PSO 算法时会面临早熟收敛的问题，即整个粒子群可能陷入局部最优，导致搜索不到全局最优解。为解决这一问题，有学者提出社会粒子群算法[10]、混沌粒子群算法[11]等改进方法。

2.2 基于粒子群优化的 NDA MPSK 信号频偏估计

以最大似然频偏估计量为目标函数，用粒子群寻优原理在一维空间中搜索最优解即可得到频偏估计值。具体步骤为：

1) 确定待估计信号样本点 $y_0,y_1,\cdots,y_{L-1}$，根据式(7)构造目标函数 $f_x=\left|\sum_{l=0}^{L-1} y_l^M \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi MxlT}\right|$，设定粒子群的搜索区间 $\left[x_{\min},x_{\max}\right]$。

2) 初始化粒子的速度 $v_1^0,v_2^0,\cdots,v_n^0$ 及位置 $x_1^0,x_2^0,\cdots,x_n^0$，此时每个粒子的个体最优解 $p_k^0=x_k^0(k=1,2,\cdots,n)$，将 $p_1^0,p_2^0,\cdots,p_n^0$ 分别代入 f_x 求粒子的适应值，取适应值最大的 p_k^0 作为群体最优解 g^0。

3) 迭代 i 次进行以下操作：

a) 根据式(10)更新粒子速度 $v_1^i,v_2^i,\cdots,v_n^i$；

b) 根据式(11)更新粒子位置 $x_1^i,x_2^i,\cdots,x_n^i$；

c) 更新粒子的个体最优解：对 k 个粒子求 $f_{x_k^i}$ 和 $f_{p_k^{i-1}}$，若 $f_{x_k^i}>f_{p_k^{i-1}}$，则令 $p_k^i=x_k^i$，反之，$p_k^i=p_k^{i-1}$；

d) 更新群体最优解：对 k 个粒子求 $f_{p_k^i}$，则 $g^i=\arg\max\limits_{P_k^i}\left[f_{p_k^1},f_{p_k^2},\cdots,f_{p_k^n}\right]$。

4) 判断是否达到最大迭代次数，若未达到，则转入步骤 3)，反之，终止迭代，输出群体最优解 g^{end}，即为频偏估计值。

3　仿真分析

仿真 1：算法随迭代次数收敛情况。仿真条件设置为：分别采用 QPSK 和 8PSK 调制，符号数为 64，归一化频偏为 0.1，粒子数为 6，惯性因子 c_0=0.6，学习因子 c_1=c_2=1.5，5 000 次蒙特卡洛仿真，收敛曲线如图 1(a)、图 1(b)所示。对于 QPSK，算法迭代 5~15 次后收敛到真实值，且信噪比越高，收敛越快；而 8PSK 在相同条件下收敛到真实值需要迭代 15~40 次。图 1 表明：基于 PSO 算法估计 MPSK 信号频偏是可行的，且阶数增高或信噪比降低会使算法的收敛速度下降。

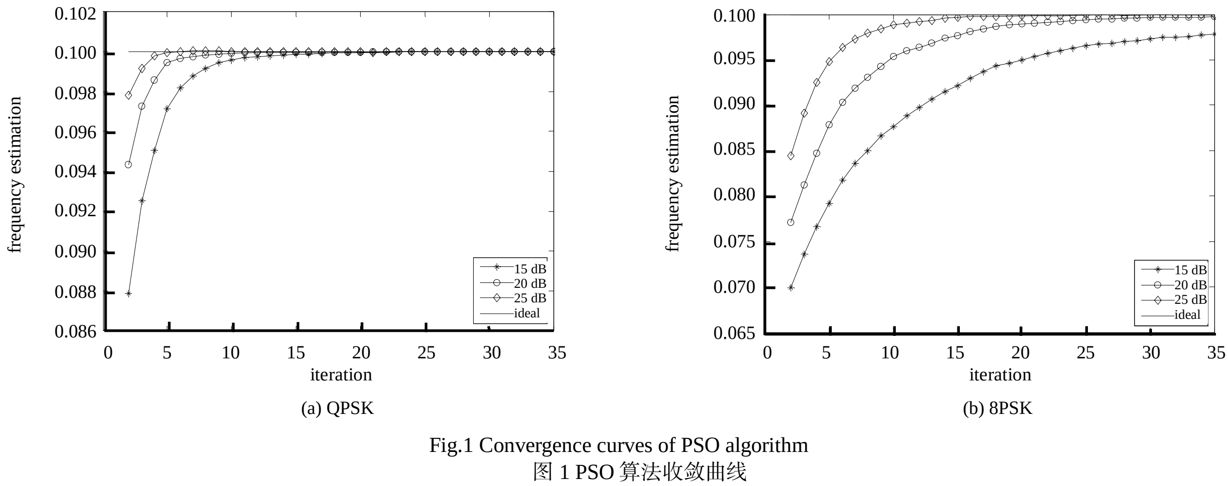


Fig.1 Convergence curves of PSO algorithm
图 1 PSO 算法收敛曲线

仿真 2：算法的无偏估计范围分析。仿真采用 QPSK 调制，E_bN_0 为 15 dB，PSO 迭代次数设为 40，其余参数与仿真 1 相同。估计均值曲线如图 2 所示。由图可知，PSO,DFT 和 Kay 算法在频偏为[−0.1 0.1]范围内估计均值与真实值基本吻合，这与第 1 节所述的 NDA 频偏估计无偏范围 $|f_e|<\frac{1}{2MT}=0.125$ 相一致；而 Fitz 和 L&R 算法只能在频偏为[−0.015 0.015]区间工作，这是由于其无偏范围为 $|f_e|<\frac{1}{2MNT}$ [4,12]，其中 N 为自相关搜索长度，仿真中取为 8。

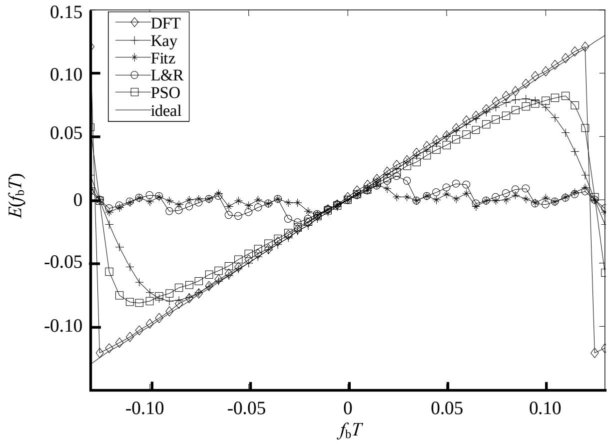


Fig.2 Estimation mean values of DFT,Kay,Fitz,L&R and PSO algorithms
图 2 DFT,Kay,Fitz,L&R 与 PSO 算法估计均值曲线(f_bT 为归一化频偏)

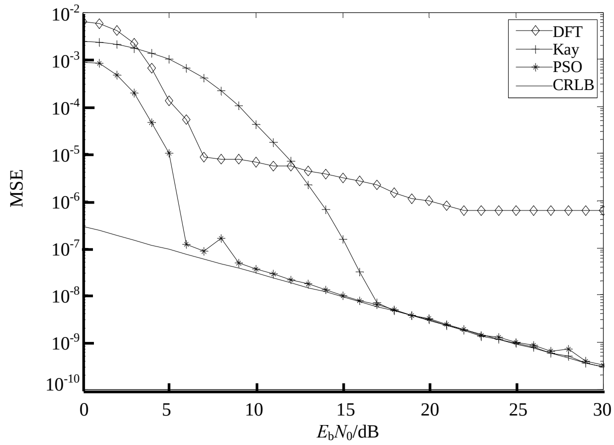


Fig.3 Estimation variance of PSO,Fitz and DFT algorithm in different E_bN_0
图 3 PSO,Fitz 与 Kay 算法在不同 E_bN_0 下的估计方差

仿真 3：信噪比对估计性能的影响。归一化频偏为 0.05，PSO 参数与仿真 2 相同，结果如图 3 所示。由图可知，DFT 算法估计方差较大，$E_bN_0\geqslant 7$ dB 时估计性能不随信噪比提高而改善，这是由于符号数限制了其估计精确度；Kay 算法在低信噪比时估计方差较大；而 PSO 算法在信噪比较低时性能良好，且当 $E_bN_0\geqslant 6$ dB 时，方差性能接近 CRLB。

仿真 4：符号点数对估计性能的影响。E_bN_0 为 15 dB 时，仿真结果如图 4 所示。PSO 算法在符号数小于 512 时，性能优于 DFT 和 Kay 算法，达到 CRLB；然而当符号数继续增多时，性能不再提高，甚至有个别发散点，这是由于 PSO 本身是一种随机优化技术，对样本数据的长度依赖性不大，同时由于算法早熟收敛，导致某单次仿真得到错误估计值，使总体 MSE 在个别点出现发散。

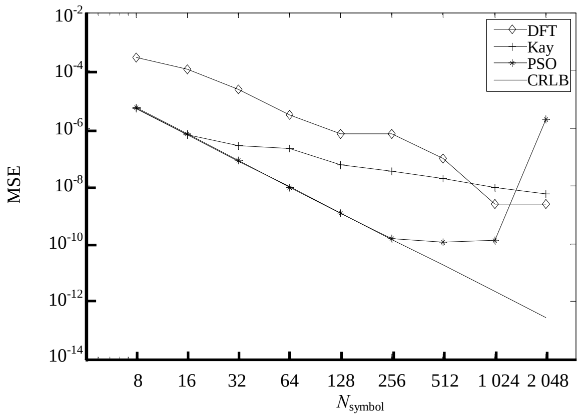
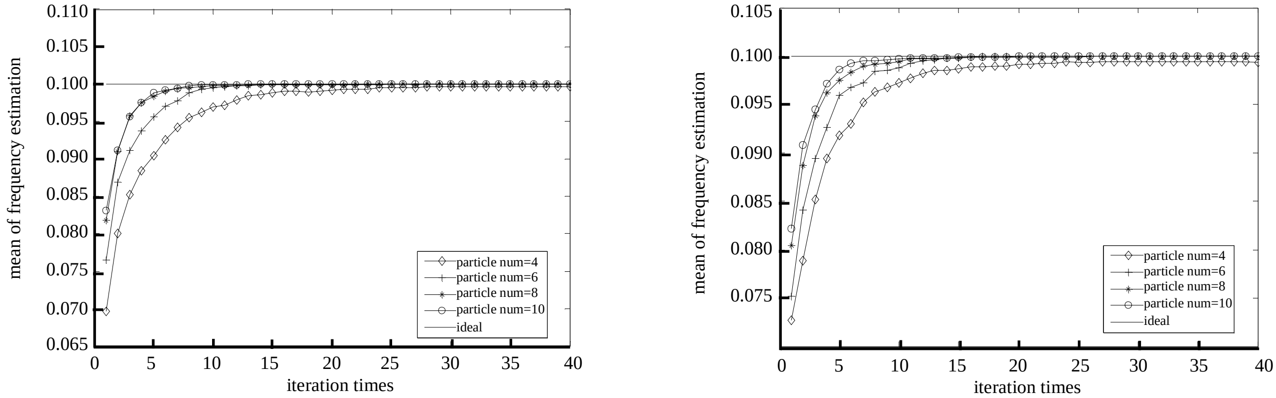


Fig.4 Estimation variance of PSO,Fitz and DFT algorithm in different data lengths
图 4 PSO,Fitz 与 Kay 算法在不同符号数下的估计方差

仿真 5：PSO 参数对算法收敛性的影响。考察粒子数目及粒子速度的阈值 V_{max} 对算法收敛速度的影响，仿真结果如图 5 所示。由图可知，粒子数在特定范围内取值时，算法收敛速度会随粒子数增加而加快，当粒子数超过某一值时，收敛速度不再有明显改善；V_{max} 取 2 时，收敛速度比取 0.5 时稍快，说明合适的 V_{max} 取值能加快算法的收敛。

4 结论

分析了 MPSK 信号最大似然 NDA 频偏估计的算法原理，在此基础上将 PSO 算法运用于频偏估计。经过仿真验证，本文提出的基于 PSO 频偏估计算法估计范围大，估计方差显著小于经典的 DFT 和 Kay 算法，在符号数较少、信噪比较低时，具有明显优势。同时探讨了 PSO 参数对算法收敛速度的影响，对算法的实际运用有一定的参考价值。



(a) V_{max}=2　　(b) V_{max}=0.5

Fig.5 Convergence speed of PSO algorithm under different parameters setting

图 5 PSO 算法在不同参数下的收敛速度

参考文献:

[1] 张公礼. 全数字接收机理论与技术[M]. 北京:科学出版社, 2005. (ZHANG Gongli. All Digital Receiver Theory and Technology[M]. Beijing:Science Press, 2005.)

[2] Kay S. A fast and accurate single frequency estimator[J]. IEEE Transactions on Acoustics,Speech,and Signal Processing, 1989,37(12):1987-1990.

[3] 季仲梅,杨洪生,王大鸣,等. 通信中的同步技术及应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2008. (JI Zhongmei,YANG Hongsheng, WANG Daming,et al. Communication Synchronous Technology and Application[M]. Beijing:Tsinghua University Press, 2008.)

[4] Fitz M P. Planar filtered techniques for burst mode carrier synchronization[C]// IEEE Global Telecommunications Conference. Phoenix,USA:[s.n.], 1991:365-369.

[5] Rife D C,Boorstyn R R. Single-tone parameter estimation from discrete-time observation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1974,20(5):591-598.

[6] Kennedy J,Eberhart R. Particle swarm optimization[J]. IEEE International Conference on Neural Networks, 1995,4(8): 1942-1948.

[7] 王博,盛卫东,安玮,等. 基于粒子群优化的传感器管理算法研究[J]. 信号处理, 2009,25(7):1135-1140. (WANG Bo, SHENG Weidong,AN Wei,et al. Research of sensor management algorithm based on PSO[J]. Signal Processing, 2009,25 (7):1135-1140.)

[8] 纪震,廖惠连,吴青华. 粒子群算法及应用[M]. 北京:科学出版社, 2009. (JI Zheng,LIAO Huilian,WU Qinghua. Particle Swarm Optimization and Application[M]. Beijing:Science Press, 2009.)

[9] Bratton D,Kennedy J. Defining a standard for particle swarm optimization[C]// Proceedings of the 2007 IEEE Swarm Intelligence Symposium. Honolulu,Hawaii,USA:[s.n.], 2007:120-127.

[10] 梁毅. 粒子群算法搜索模式研究与应用[D]. 上海:华东理工大学, 2010. (LIANG Yi. Research and application of particle swarm optimization search mode[D]. Shanghai:East China University of Science and Technology, 2010.)

[11] 刘玲,钟伟民,钱锋. 改进的混沌粒子群优化算法[J]. 华东理工大学学报:自然科学版, 2010,36(2):267-272. (LIU Ling, ZHONG Weiming,QIAN Feng. Improvement of chaos particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of East China University of Science and Technology:Natural Science Edition, 2010,36(2):267-272.)

[12] Luise M,Reggiannini R. Carrier frequency recovery in all-digital modems for burst-mode transmission[J]. IEEE Transactions on Communications, 1995,43(234):1169-1178.

作者简介:

胡　礼(1991-), 男, 江西省宜春市人, 在读硕士研究生, 主要研究方向为无线通信. email:627475611@qq.com.

廖　明(1987-), 男, 四川省江油市人, 硕士, 助理工程师, 研究方向为通信与信息系统.

王世练(1976-), 男, 江苏省徐州市人, 博士, 副教授, 主要研究方向为无线通信.