文章编号： 2095-4980(2016)03-0385-05

微扰近似一维粗糙面的参数反演

王　朋[1]，张　海[2]，江　舸[2]，徐　丰[1*]

(1.复旦大学 信息科学与工程学院，上海 200433；2.中国工程物理研究院 电子工程研究所，四川 绵阳 621999)

摘　要： 微扰近似的小起伏粗糙面是最常见的一类散射机制，然而它的散射、成像特性并没有得到很好研究。尤其随着太赫兹技术的发展，粗糙面散射成像研究显得尤为重要，因为在高频情况下，肉眼看起来光滑的表面将会表现得更加粗糙。为此提出了一种基于电场积分方程和泰勒展开的微扰近似(SPM)下有限长度一维导体粗糙面散射计算的简易方法，进而依据提出的正向散射模型发展了粗糙面功率谱以及对应参数估计的反演算法。这项研究提供了一种帮助人类解译粗糙面物理散射行为以及获取对应空域信息的途径，为二维粗糙面元的散射计算以及重构奠定了坚实的基础。

关键词： 粗糙面散射；微扰近似方法；参数反演

中图分类号： TN955$^+$.2　　**文献标识码：** A　　**doi：** 10.11805/TKYDA201603.0385

Parameter inversion of one-dimensional rough surface under small perturbation approximation

WANG Peng[1]，ZHANG Hai[2]，JIANG Ge[2]，XU Feng[1*]

(1.School of Information Science and Engineering，Fudan University，Shanghai 200433，China；
2.Institute of Electronic Engineering，China Academy of Engineering Physics，Mianyang Sichuan 621999，China)

Abstract： Small-scale rough surface scattering represents one of the mostly common scattering mechanisms and yet its Synthetic Aperture Radar(SAR) imaging characteristics have not been well studied. This becomes more critical in millimeter-wave/Terahertz regime as smooth surfaces would become slightly rough under such wavelengths. In this paper, the simplified Small Perturbation approximation Method(SPM) of one-dimensional rough surface scattering based on integral equation and Taylor expansion is presented. Then, the proposed scattering model is served as the theoretical basis for applications such as rough surface spectrum inversion and parameter estimation. This study helps better understanding the phenomenological behaviors of rough surface scattering and lays a foundation for the scattering computation and reconstruction of two-dimensional rough facet.

Key words： rough facet scattering；Small Perturbation Method；parameter inversion

电磁散射理论一直以来都是一个十分重要的研究课题，在许多科学研究和工程应用中均有着重要应用，比如微波遥感、雷达成像等领域均涉及电磁散射问题。合成孔径雷达(SAR)因其高分辨力、全天候、全天时的优点，已成为空间遥感与对地观测的最重要的信息技术手段之一[1]。到目前为止，对于电大尺寸(高频)散射体的散射以及成像，已经有了大量的研究[2]，这种理论一般表述为散射中心的概念。从高频散射的局部性原理可知，大尺寸光滑的结构在 SAR 图像中表现为亮点(散射中心)，多种散射中心模型已经被发展起来，并成功运用到目标识别、图像压缩等领域[3]。然而，SAR 图像包含的电小尺寸散射体的成像研究还很少，本文试图对一种典型的电小尺寸散射体——小起伏粗糙面的散射成像进行建模。

粗糙面解析散射计算以及成像的发展研究是非常重要的。实际的自然背景，如地面、海面以及各种人造目标的表面，均可以看成是粗糙面模型。对于给定的粗糙表面，因为入射波长的不同将表现出不同的电磁散射特性，

收稿日期： 2015-11-21；**修回日期：** 2015-12-23
基金项目： 国家自然科学基金资助项目(61571134)
*通信作者：徐　丰　email:fengxu@fudan.edu.cn

所以随着太赫兹技术的快速发展[4]，小起伏粗糙面散射以及对应的空域信息提取变得尤为重要，因为在太赫兹频率下，肉眼看起来光滑的表面将会表现得更加粗糙。

描述随机粗糙面的统计参量包括功率谱密度、均方根高度、相关长度等。当粗糙面满足一定条件时，电磁散射求解中可进行合理近似，以简化求解过程。小起伏粗糙面的表面高度起伏远小于入射波长，因此可以用经典微扰法来计算[5]。经典微扰法将平均散射能量表示为粗糙面功率谱的函数，而粗糙面功率谱定义为粗糙面自相关函数的傅里叶变换。在经典微扰法中，将粗糙面视为无限大表面，基于各态历经性，平均散射能量计算在空域进行而不用生成多个粗糙面实现[6]。为了研究有限尺寸粗糙面的相干成像，必须计算基于有限尺寸随机粗糙面单次实现的特定散射。

本文从一维粗糙面入手，提出了一种简化的微扰近似模型来解析计算特定实现的一维粗糙面相干散射，并通过与矩量法(Method of Moments，MoM)比较得到了验证，对应的雷达斜入射的一维距离向信号也可以解析地计算得到；进而发展了基于正向散射计算的一维粗糙面参数估计的反演算法。尽管一维粗糙面是最简单的模型，但一维粗糙面的电磁散射研究仍然具有重要的意义，本文提出的一维模型为解译二维粗糙面元的散射机理以及在合成孔径雷达图像中的表现形式打下了坚实的基础。

1 一维粗糙面散射解析计算

1.1 散射场推导

考虑电场方向为 y 方向的 TE 波入射到一维高斯随机粗糙面上，见图 1。粗糙面是具有 Dirichlet 边界条件的理想导体分界面，高度起伏函数为 $z=f(x)$，并且 $\langle f(x)\rangle=0$，相关长度为 l，均方根高度为 h，功率谱密度为 $W(k_x)=\dfrac{h^2 l}{2\sqrt{\pi}}\exp\left(-\dfrac{k_x^2 l^2}{4}\right)$。

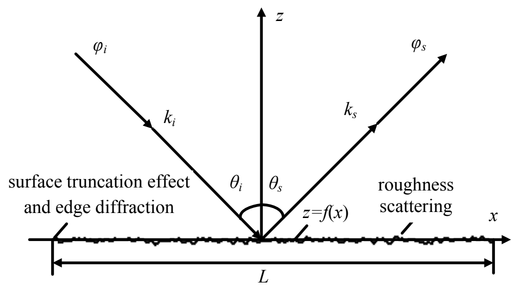

Fig.1 Geometry of 1-D rough surface scattering

图 1 一维粗糙面的散射模型

利用功率谱函数，随机粗糙面可以采用蒙特卡洛(Monte Carlo)方法来模拟生成。在微扰近似方法中，表面的起伏高度远小于入射波长，因此根据级数展开理论，表面上的总场可以在平表面($z=0$)上展开成关于粗糙面高度 f 的泰勒级数[7–8]，即：

$$\varphi\big|_{z=f(x)}=\varphi\big|_{z=0}+f\frac{\partial}{\partial z}\varphi\big|_{z=0}+\frac{f^2}{2!}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi\big|_{z=0}+\cdots+\frac{f^N}{N!}\frac{\partial^N}{\partial z^N}\varphi\big|_{z=0}$$

式中 $\varphi=\varphi_i+\varphi_s=\varphi_i+\varphi_0^s+\varphi_1^s+\varphi_2^s+\cdots$，由 Dirichlet 边界条件 $\varphi_i\big|_{z=0}+\varphi_s\big|_{z=0}$，整理得：

$$\varphi_0^s\big|_{z=0}=-\varphi_i\big|_{z=0}$$

$$\varphi_1^s\big|_{z=0}=-f\frac{\partial}{\partial z}\varphi_i\big|_{z=0}-f\frac{\partial}{\partial z}\varphi_0^s\big|_{z=0}$$

$$\varphi_2^s\big|_{z=0}=-f\frac{\partial}{\partial z}\varphi_1^s\big|_{z=0}-\frac{f^2}{2!}\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial}{\partial z}(\varphi_0^s+\varphi_i)\big|_{z=0}$$

$$\varphi_3^s\big|_{z=0}=-f\frac{\partial}{\partial z}\varphi_2^s\big|_{z=0}-\frac{f^2}{2!}\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial}{\partial z}\varphi_1^s\big|_{z=0}-\frac{f^3}{3!}\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial}{\partial z}(\varphi_0^s+\varphi_i)\big|_{z=0}$$

式中 1 阶、2 阶散射场的导数可以由以下波数域展开式求得[5]：

$$\varphi_n(r)=\int \mathrm{d}k_x A_n(k_x)\exp\left[\mathrm{j}\left(k_x x+k_z z\right)\right],\quad n=1,2,\cdots,N$$

所以，在未受扰动的粗糙面 $z=0$ 上，上式变为：

$$\varphi_n(r)\big|_{z=0}=\int \mathrm{d}k_x A_n(k_x)\exp\left[\mathrm{j}\left(k_x x\right)\right]$$

$$\frac{\partial^{n'}}{\partial z^{n'}}\varphi_n(r)\big|_{z=0}=\int \mathrm{d}k_x\left(\mathrm{j}k_z\right)^{n'}A_n\left(k_x\right)\exp\left[\mathrm{j}\left(k_x x\right)\right]$$

对于平面波 $\varphi_i=\exp\left(\mathrm{j}k\sin\theta_i x-\mathrm{j}k\cos\theta_i z\right)$ 入射，通过代入 Dirichlet 边界条件并进行适当的近似，可以依次递推得到 $z=0$ 平面上 1 阶到 3 阶散射场的解析表达式如下：

$$\varphi_1^s\big|_{z=0}=2\mathrm{j}k\cos\theta_i f(x)\exp\left(\mathrm{j}k\sin\theta_i x\right)$$

$$\varphi_2^s\big|_{z=0}=\frac{k^2\pi\cos\theta_i}{2}f^2\left(x\right)\exp\left(\mathrm{j}k\sin\theta_i x\right)$$

$$\varphi_3^s\big|_{z=0}=\left(-\frac{\pi^2}{8}+\frac{2}{3}-\frac{\cos\theta_i^2}{3}\right)\mathrm{j}k^3\cos\theta_i f^3(x)\exp(\mathrm{j}k\sin\theta_i x)$$

z=0 表面的散射电场分布已经求得，进而可以通过惠更斯原理[6]求出空间任意观察点 $\boldsymbol{r}'=x'\hat{x}+z'\hat{z}$ 的散射场：

$$\varphi_s(\boldsymbol{r}')=\int \mathrm{d}x\varphi_s(x)\big|_{z=0}\bullet\frac{\partial}{\partial z}g_R(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\big|_{z=0}$$

式中 $g_R(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')$ 是半空间的二维格林函数[6]，以及

$$g_R(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\big|_{z=0}=0$$

$$\frac{\partial}{\partial z}g_R(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\big|_{z=0}=\frac{k}{\sqrt{2\pi k\bullet|\boldsymbol{r}'|}}\cos\theta_s\exp\left(-\mathrm{j}\frac{\pi}{4}\right)\exp\left(\mathrm{j}k\bullet|\boldsymbol{r}'|\right)\exp[-\mathrm{j}k\sin\theta_s x]$$

作一定的远场近似，可以整理得到空间任意观察点 $\boldsymbol{r}'=x'\hat{x}+z'\hat{z}$ 的各阶散射场表达式为：

$$\varphi_n^s(k,\theta_s)=k\cos\theta_s\exp\left(-\mathrm{j}\frac{\pi}{4}\right)\int \mathrm{d}x\varphi_n^s\big|_{z=0}\cdot\exp[-\mathrm{j}k\sin\theta_s x]=\cos\theta_s\exp\left(-\mathrm{j}\frac{\pi}{4}\right)\sum_{n=0}^{3}C_n k^{n+1}F_L^{(n)}\left[k(\sin\theta_i-\sin\theta_s)\right]$$

式中：$C_0=-1$；$C_1=2\mathrm{j}\cos\theta_i$；$C_2=\frac{\pi\cos\theta_i}{2}$；$C_3=\left(-\frac{\pi^2}{8}+\frac{2}{3}-\frac{\cos\theta_i^2}{3}\right)\mathrm{j}\cos\theta_i$；$F_L^{(n)}(k)=\int \mathrm{d}x\exp(\mathrm{j}kx)\Pi\left(\frac{x}{L}\right)f^n(x)$。

由于矩量法是计算粗糙面电磁散射的有效准确方法[9]，因此将简化微扰近似的计算结果与其比较来验证其对于随机粗糙面散射计算的有效性，其中选择的参数如下：入射波波长 λ=0.027 m，粗糙面总长度 L=100λ，粗糙面均方根高度 h=0.05λ，相关长度 l=0.5λ，入射角 45°，粗糙面实现 50 次，计算的双站散射系数结果取平均。从图 2 可以看出，基于简化微扰近似计算的各阶散射场的结果在趋势上大体相同，在镜像方向由于有线长度粗糙面的相干散射而出现峰值；同时，散射场的阶数越高，结果越接近于矩量法，3 阶散射场的计算结果和矩量法的结果基本吻合，误差在 1.5 dB 以内，这充分表明了简化微扰近似方法的有效性。

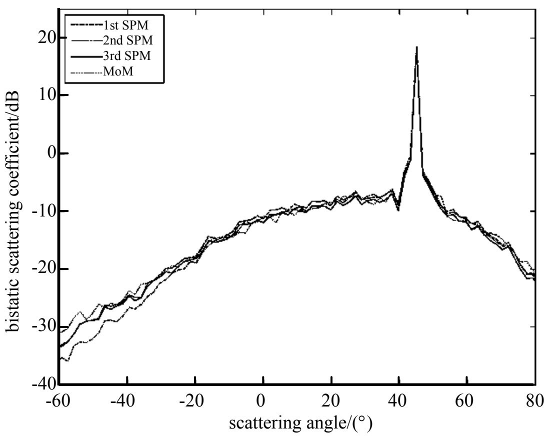

Fig.2 Bistatic scattering coefficient calculated by 1st, 2nd, 3rd-order simplified SPM vs. that by MoM

图 2 基于简化微扰近似方法计算的 1 阶、2 阶、3 阶双站散射系数与矩量法的对比

1.2 一维距离向信号计算

雷达通过发射一定带宽的信号并压缩接收到的信号来区分不同距离向的目标，可以方便地对计算出的散射场做逆傅里叶变换来得到粗糙面一维距离向信号[10]：

$$S(r)=\int_{k_1}^{k_2}\varphi^s(k,\theta)\exp\left[-2\mathrm{j}k(r-r_0)\right]\mathrm{d}k$$

式中 r_0 表示雷达到场景中心的距离。

选取的雷达及粗糙面参数如下：雷达入射角 45°，发射信号在 8 GHz 到 11 GHz 之间扫频，粗糙面总长度L=100λ，粗糙面均方根高度h=0.05λ，相关长度l=0.5λ。分别对简化的微扰近似计算得到的散射场和矩量法计算得到的散射场做逆傅里叶变换，得到相应的一维距离向信号见图 3，发现两者之间基本吻合，这进一步在图像域验证了简化微扰近似方法的有效性。

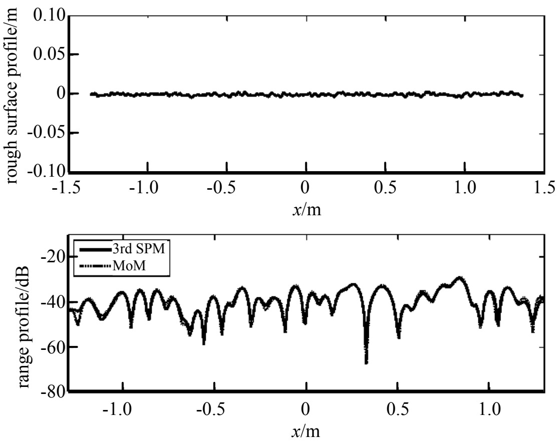

Fig.3 Generated rough surface and the corresponding one-dimensional range profile

图 3 生成的粗糙面以及对应的一维距离向信号

2 一维粗糙面功率谱函数反演及参数估计

前面推导了一种简化的微扰近似方法来计算有限长度一维粗糙面的散射，由此对应的雷达斜入射的一维距离向信号也已经得到，这些研究均属于粗糙面电磁散射特性的正问题范畴。相反地，假如已经获得了粗糙面一维距离向信号的真实数据，那么可以依此反演粗糙面的空间信息，这属于粗糙面的逆问题范畴，粗糙面的逆问题同样具有重要的研究价值。粗糙面的逆问题研究主要分为 2

类：一类是根据粗糙面的散射场测量参数重构粗糙面；另一类是根据粗糙面的散射场测量数据反演粗糙面的统计参数[11]。本节基于前一节提出的一维粗糙面简化微扰近似散射计算方法，给出了反演功率谱函数、均方根高度和相关长度的算法模型。

根据前一节的公式推导，发现散射场实际上可以由粗糙面高度起伏 $f(x)$的 n 次幂的傅里叶变换乘以相应的系数之后再相加得到。由于是小起伏粗糙面，所以为简便起见，忽略粗糙面高度起伏$f(x)$的 2 次及 2 次以上幂，由此可以得到粗糙面的功率谱函数的计算公式：

$$F\left(k_x\right)=\frac{F\bullet T\left\{S\left(r\right)\right\}/G-\sin\left(Lk\sin\theta\right)/k\sin\theta}{-2\mathrm{j}k\cos\theta},G=-\frac{k\cos\theta\exp\left(-\mathrm{j}\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2\pi k}}$$

具体的处理流程：首先使用蒙特卡罗方法生成一系列具有相同功率谱函数、均方根高度以及相关长度的随机粗糙面，然后利用矩量法计算这些特定实现的粗糙面的散射场，相应地一维距离向信号也可以计算得到。由于矩量法被公认为计算电磁散射问题的准确方法，所以由此计算的一维距离向信号 $S(r)$作为真实数据用于反演功率谱函数，而由微扰近似计算得到的一维距离向信号作为对比值用于反演功率谱函数。这个过程重复多次得到功率谱函数的平均值，以减小反演结果的波动。由于用于生成粗糙面的参数是预先设定的，所以使用这种方法估计粗糙面均方根高度以及相关长度的准确性可以得到很好的评估。

相应的信号处理流程见图 4。

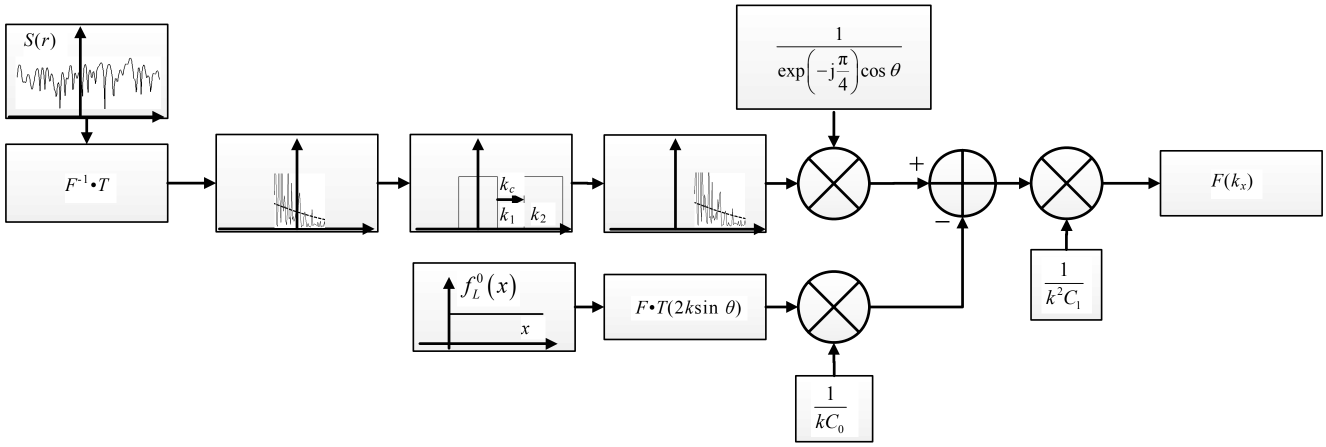

Fig.4 Flowchart of 1-D rough surface spectrum inversion method
图 4 一维粗糙面功率谱函数反演流程图

为了验证反演方法的有效性，生成一系列高斯随机粗糙面，然后分别用矩量法和微扰近似方法计算相应的一维距离向信号用于反演粗糙面功率谱函数。其中选择的参数如下：入射波波长 λ=0.027 m，粗糙面总长度L=100λ，粗糙面均方根高度h=0.05λ，相关长度l=0.5λ，粗糙面实现 50 次，雷达入射角 45°，发射信号在 8 GHz 到 11 GHz 之间扫频。反演的功率谱函数见图 5，其中虚线表示理论的高斯功率谱函数，点划线表示由矩量法计算的距离向信号反演得到的功率谱函数，实线表示由微扰近似计算的距离向信号反演得到的功率谱函数。从中可以看出，反演得到的功率谱函数(点划线)与理论的高斯功率谱函数(虚线)在趋势上保持一致，幅度上略微偏大。利用反演出的功率谱函数，根据最小二乘法，拟合得到粗糙面的均方根高度以及相关长度分别为 0.001 31, 0.012 99，十分接近于真实值 0.001 35,0.013 5。

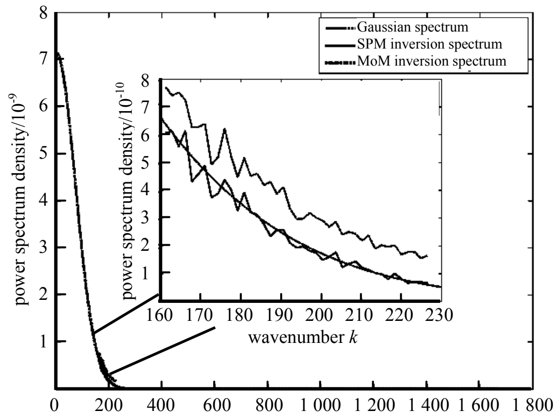

Fig.5 Inversion spectrum vs. theoretical Gaussian spectrum
图 5 反演结果与理论高斯谱函数对比

3 结论

本文推导了一种简化的微扰近似方法来计算有限长度一维粗糙面的散射，通过与矩量法的对比，可以发现简化的微扰近似方法计算粗糙面电磁散射简单有效，由此对应的雷达斜入射的一维距离向信号也可以解析地计算得

到。同时，依据提出的正向散射计算模型，发展了一维粗糙面功率谱反演以及参数估计的逆向算法，反演得到的粗糙面均方根高度和相关长度与真实值十分接近。

参考文献:

[1] MOREIRA A,PRATS-IRAOLA P,YOUNIS M,et al. A tutorial on synthetic aperture radar[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine, 2013,1(1):6-43.

[2] AKYILDIZ Yeliz,RANDOLPH L Moses. Scattering center model for SAR imagery[J]. Sar Image Analysis Modeling & Techniques II, 1999,3869:76-85.

[3] BHALLA Rajan,HAO Ling. Three-dimensional scattering center extraction using the shooting and bouncing ray technique[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1996,44(11):1445-1453.

[4] 梁美彦,邓朝,张存林. 太赫兹雷达成像技术[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2013,11(2):189-198. (LIANG Meiyan, DENG Chao,ZHANG Cunlin. THz radar imaging technology[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2013,11(2):189-198.)

[5] TSANG Leung,KONG Jinau,DING Kunghau. Scattering of Electromagnetic Waves[M]. [S.l.]:John Wiley & Sons, 2004.

[6] KONG Jinau. 电磁波理论[M]. 北京:电子工业出版社, 2003. (KONG Jinau. Theory of Electromagnetic Waves[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2003.)

[7] THORSOS Eric I,JACKSON Darrell R. The validity of the perturbation approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1987,81(S1):S20.

[8] GUO Lixin,LIANG Yu,LI Jie,et al. A high order integral SPM for the conducting rough surface scattering with the tapered wave incidence-TE case[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2011,114:333-352.

[9] R F 哈林顿. 计算电磁场的矩量法[M]. 王尔杰, 肖良勇,林帜森,译. 北京:国防工业出版社, 1981. (Harrington R F. Field Computation by Moment Methods[M]. Translated by WANG Erjie,XIAO Liangyong,LIN Zhisen. Beijing:National Defense Industry Press, 1981.)

[10] JAKOWATZ C V J,WAHL D E,EICHEL P H,et al. Spotlight-Mode Synthetic Aperture Radar:A Signal Processing Approach[M]. [S.l.]:Springer Science & Business Media, 2012.

[11] 郭立新,王蕊,吴振森. 随机粗糙面散射的基本理论与方法[M]. 北京:科学出版社, 2010. (GUO Lixin,WANG Rui,WU Zhensen. Basic Theory and Method of Random Rough Surface Scattering[M]. Beijing:The Science Publishing Company, 2010.)

作者简介:

王　朋(1990-)，男，山东省临沂市人，硕士，主要研究方向为粗糙面电磁散射计算.email: 11110720015@fudan.edu.cn.

张　海(1968-)，男，合肥市人，博士，研究员，主要研究方向为雷达系统与信号处理.

江　舸(1982-)，男，四川省乐山市人，博士，助理研究员，主要研究方向为太赫兹成像机理与信号处理.

徐　丰(1982-)，男，浙江省金华市人，博士，研究员，主要研究方向为电磁场理论、合成孔径雷达.email:fengxu@fudan.edu.cn.