

文章编号: 2095-4980(2017)02-0247-06

基于积分方程的地下管线电磁散射计算

高玉颖, 刘志伟*, 张世琳, 张月园

(华东交通大学 信息工程学院, 江西 南昌 330013)

摘 要: 采用积分方程仿真粗糙地面下方金属和介质管线的电磁散射。由于地下的土壤是分层的, 根据面等效原理、边界条件以及目标在分界面上方还是下方, 分别列出相应的积分方程, 采用矩量法求解积分方程。粗糙地面的建模采用谱快速傅里叶变换(FFT)方法和高斯谱, 仿真了粗糙地面下方圆截面和矩形截面的管线。仿真结果表明, 本文的分析方法能够计算地下管线的电磁散射。

关键词: 地下管线; 电磁散射; 粗糙面; 矩量法; 积分方程

中图分类号: TN957.51

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA201702.0247

Electromagnetic scattering calculation of underground pipelines based on integral equation

GAO Yuying, LIU Zhiwei*, ZHANG Shilin, ZHANG Yueyuan

(School of Information Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang Jiangxi 330013, China)

Abstract: Electromagnetic scattering of the metal and dielectric pipeline beneath the rough ground is simulated by using integral equation. Because the soil underground is hierarchical, the integral equations are listed separately according to the surface equivalence principle and boundary conditions, above or below the target in the interface. These integral equations are solved by using the moment method. Utilizing Fast Fourier Transform(FFT) spectral method and Gaussian spectrum to model the rough ground, the simulation of the pipelines with a circular cross section and a rectangular cross section under the rough terrain is performed. The simulation results indicate, the analysis method in this paper is able to calculate the electromagnetic scattering of underground pipelines.

Keywords: underground pipeline; electromagnetic scattering; rough surface; moment method; integral equation

地下管线是城市重要的基础设施, 担负着传输信息、输送能量和排放废液的功能, 是城市赖以生存的物质基础。由于历史原因, 我国许多城市地下管网分布不清, 档案资料管理不够规范, 某些厂矿企业地下管网的铺设, 甚至没有竣工图纸。上述这些情况都给城镇、工矿企业的建设与改造以及管线的使用与维护带来很多困难^[1]。为了防止施工过程中损坏地下管线设施, 地下管线探测已成为施工必不可少的前提条件。在地下管线探测中, 电磁技术以其快速、高效、准确的特点被广泛应用, 已成为最具潜力的浅表层遥感新技术^[2], 电磁仿真以及电磁散射的计算是其中的关键环节。

随着计算机的飞速发展, 地、海环境下目标复合电磁散射的研究发展迅速^[3-5]。国外对地、海表面的电磁与光散射研究开展得较早, 美国从 20 世纪 70 年代开始, 先后进行了多次飞行试验, 运用机载、星载雷达对海面进行了大量的测试, 以期获得海面的散射结果随测量条件及海况变化的规律, 并通过对测量数据进行拟合, 建立了一些经验模型。国内学者也在粗糙海面的散射理论与实验方面做了大量的工作: 复旦大学金亚秋等^[6]用广义的前后迭代法和谱积分加速结合法计算了掠射角的动态海面上有船只的双站散射系数; LIU 等^[7]利用多层快速多极子算法(Multi-Level Fast Multipole Algorithm, MLFMA)研究了理想导体目标在半空间附近的散射; LI 等^[8]采用多层

收稿日期: 2015-10-07; 修回日期: 2015-12-30

基金项目: 国家自然科学基金(61601185; 61261005); 江西省自然科学基金资助项目(20161BAB202062); 江西省教育厅科技资助项目(GJJ160533)

*通信作者: 刘志伟 email: zwliu1982@hotmail.com

快速多极子算法来分析多个目标位于半空间上的散射场；Kubicke G. Bourlier 等^[9]用扩展的层内波传播算法结合谱加速的前后迭代算法研究了目标位于粗糙面上方的复合散射；西安电子科技大学的 GUO Lixin 等^[10]则用该方法研究了 2 个理想导体目标和 2 个介质目标分别位于粗糙面上下方的复合散射的情形。

为了保证计算精确度，本文采用积分方程仿真地下管线的电磁散射，并用矩量法对积分方程进行离散。仿真过程中，采用面等效原理，通过解方程，计算地面、目标表面的电流和磁流，进而求得电磁散射。由于地下金属管线一般为长线结构，因而格林函数可以采用 Hankel 函数来描述。地面的模拟则采用谱 FFT 方法^[11]构建服从高斯分布的随机粗糙面。为验证正确性，仿真了地下圆截面和矩形截面的管线，并计算了它们的一维距离像。

1 描述地下管线电磁散射的积分方程

土壤可近似看作均匀介质，其电参数为相对介电常数 ε_r 和相对磁导率 μ_r 。根据面等效原理，可以用表面等效电流密度 $\mathbf{J}_e^{\text{sur}}$ 和等效磁流密度 $\mathbf{J}_m^{\text{sur}}$ 进行等效，土壤对电磁波的散射可描述为等效电流 $\mathbf{J}_e^{\text{sur}}$ 和等效磁流 $\mathbf{J}_m^{\text{sur}}$ 产生的辐射。而管线可以用表面等效电流密度 $\mathbf{J}_e^{\text{geo}}$ 和等效磁流 $\mathbf{J}_m^{\text{geo}}$ 进行等效，由于管线埋在地面下方，只会影响地面的等效电磁流的分布，不会直接对散射场产生贡献。

由地面等效电磁流产生辐射电场，当格林函数 G 采用 Hankel 函数时，方程可以简化为：

$$\mathbf{E}^{\text{sca}} = -\frac{\omega\mu}{4} \int_s H_0^{(2)}(k|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) \cdot \mathbf{J}_e^{\text{sur}}(\mathbf{r}') ds' - \frac{k}{4j} \int_s H_1^{(2)}(k|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) \times \mathbf{J}_m^{\text{sur}}(\mathbf{r}') ds' \quad (1)$$

式中： k 为波数； ω 为角频率。只要能求得地面的等效电磁流，就可通过式(1)求出任意位置的散射电场。为了能够求等效电磁流，则需要在地面和目标表面利用边界条件列写方程。

下面分情况讨论等效电磁流的计算方程。

根据边界条件，地面的切向电场连续和目标表面的切向电场连续。为了列写方程，这里分 2 种情况讨论：分别是目标位于分界面下方和目标位于分界面上方。

1.1 目标位于分界面下方

如图 1 所示，地面上方的媒质参数为 ε_0 和 μ_0 ，地面下方的媒质参数为 ε_d 和 μ_d ，目标的参数为 ε_g 和 μ_g 。地面和目标表面将空间划分为 3 个区间。假设入射波的电场为 $\mathbf{E}_z^{\text{inc}}$ ，即 TMz 极化。

当目标为理想导体时，目标用面电流等效，粗糙面用面电流和面磁流等效。在区域 I 内列方程，计算分界面等效电磁流在分界面上表面产生的电场：

$$\mathbf{E}_z^{\text{inc}} = \frac{k_0\eta_0}{4} \int_{S_{\text{sur}}} H_0^{(2)}(k_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) J_e ds - \frac{k_0}{4j} \int_{S_{\text{sur}}} (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{n}}') H_1^{(2)}(k_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) J_m ds \quad (2)$$

在区域 II 内列方程，计算分界面与目标外表面之间的耦合

$$0 = \frac{k_d\eta_d}{4} \int_{S_{\text{geo}}+S_{\text{sur}}} H_0^{(2)}(k_d|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) J_e ds - \frac{k_d}{4j} \int_{S_{\text{sur}}} (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{n}}') H_1^{(2)}(k_d|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) J_m ds \quad (3)$$

式中：积分区域 S_{sur} 表示分界面； S_{geo} 表示目标表面。由于目标是金属，只需要在目标外表面建立方程，因而区域 III 不需要列方程。

当目标材料为介质时，目标和分界面均需要用等效电流和等效磁流进行描述。因此，在区域 I 内列方程

$$\mathbf{E}_z^{\text{inc}} = \frac{k_0\eta_0}{4} \int_{S_{\text{sur}}} H_0^{(2)}(k_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) J_e ds - \frac{k_0}{4j} \int_{S_{\text{sur}}} (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{n}}') H_1^{(2)}(k_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) J_m ds \quad (4)$$

在区域 II 内列方程

$$0 = \frac{k_d\eta_d}{4} \int_{S_{\text{geo}}+S_{\text{sur}}} H_0^{(2)}(k_d|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) J_e ds - \frac{k_d}{4j} \int_{S_{\text{geo}}+S_{\text{sur}}} (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{n}}') H_1^{(2)}(k_d|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) J_m ds \quad (5)$$

在区域 III 内列方程，计算目标内表面的等效电磁流在目标内表面产生的电场：

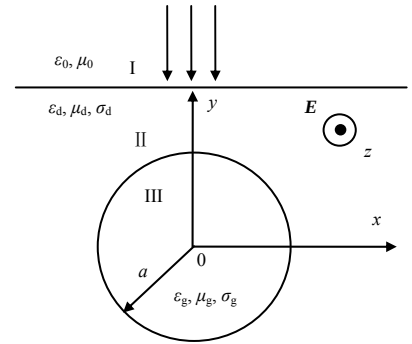


Fig.1 Below the target at the interface
图 1 目标在分界面下方

$$0 = \frac{k_g \eta_g}{4} \int_{S_{\text{geo}}} H_0^{(2)}(k_g |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) J_e ds - \frac{k_g}{4j} \int_{S_{\text{geo}}} (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{n}}') H_1^{(2)}(k_g |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) J_m ds \quad (6)$$

因为多了目标表面的等效磁流，因此方程多一个，即目标内表面根据边界条件建立方程。

1.2 目标位于分界面上方

如图 2 所示，对应参数与第 1 种情况一致。地面上方的媒质参数为 ε_0 和 μ_0 ，地面下方的媒质参数为 ε_d 和 μ_d ，目标的参数为 ε_g 和 μ_g 。

当目标是金属时，在区域 I 内列方程，计算分界面与目标外表面之间的耦合

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_z^{\text{inc}} = & \frac{k_0 \eta_0}{4} \int_{S_{\text{geo}} + S_{\text{sur}}} H_0^{(2)}(k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) J_e ds - \\ & \frac{k_0}{4j} \int_{S_{\text{sur}}} (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{n}}') H_1^{(2)}(k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) J_m ds \end{aligned} \quad (7)$$

在区域 II 内列方程

$$\mathbf{E}_z^{\text{inc}} = \frac{k_0 \eta_0}{4} \int_{S_{\text{sur}}} H_0^{(2)}(k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) J_e ds - \frac{k_0}{4j} \int_{S_{\text{sur}}} (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{n}}') H_1^{(2)}(k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) J_m ds \quad (8)$$

当目标是介质时，区域 I 的方程变为

$$\mathbf{E}_z^{\text{inc}} = \frac{k_0 \eta_0}{4} \int_{S_{\text{geo}} + S_{\text{sur}}} H_0^{(2)}(k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) J_e ds - \frac{k_0}{4j} \int_{S_{\text{geo}} + S_{\text{sur}}} (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{n}}') H_1^{(2)}(k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) J_m ds \quad (9)$$

再增加区域 III 的方程

$$0 = \frac{k_g \eta_g}{4} \int_{S_{\text{geo}}} H_0^{(2)}(k_g |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) J_e ds - \frac{k_g}{4j} \int_{S_{\text{geo}}} (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{n}}') H_1^{(2)}(k_g |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) J_m ds \quad (10)$$

综上，根据边界条件，建立分界面和目标表面的电流、磁流的积分方程之后，就可以利用矩量法进行求解，从而获得分界面和目标表面的电流、磁流，进而获得最终的散射场。

2 随机粗糙地面建模

地面不是一个光滑平面，因此在模拟的过程中，需要对地面的粗糙程度进行模拟。本文采用谱 FFT 方法^[11-12]仿真粗糙地面或分界面。粗糙表面指该平面的高度起伏 $f(x)$ 对于任意 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，如果随机变量 $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$ 服从某种联合概率分布，则 $f(x)$ 是一个随机过程，其能量谱密度 $W(\omega)$ 与频谱 $F(\omega)$ 存在关系

$$W(\omega) = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) e^{-j\omega n} \right|^2 = \frac{F(\omega) F^*(\omega)}{2\pi} \quad (11)$$

可以得到

$$F(\omega) = \sqrt{2\pi W(\omega)} \quad (12)$$

通过这个关系，只要知道粗糙面高度起伏的能量谱密度函数，就可以很容易地利用 FFT 来获得该随机粗糙面的高度起伏 $f(x)$ 。本文采用 Box-Muller 方法^[13]由 2 组服从均匀分布的随机数 U_1, U_2 生成服从正态分布的随机数。

谱 FFT 算法流程：

第 1 步：确定粗糙面的表面长度 L 和离散间隔 Δx ；

第 2 步：生成 N 个服从标准正态分布的随机数： $r_1, r_2, \dots, r_N$ ；

第 3 步：计算 $F_0 = \sqrt{2\pi W(0)} r_a$ 和 $F_{N/2} = \sqrt{2\pi W(\frac{\pi N}{L})} r_\beta$ (当 $N \bmod 2 = 0$ 时)，其中 $\alpha \neq \beta$ ，且 r_a 和 r_β 是生成的 N 个随机数的其中 2 个；

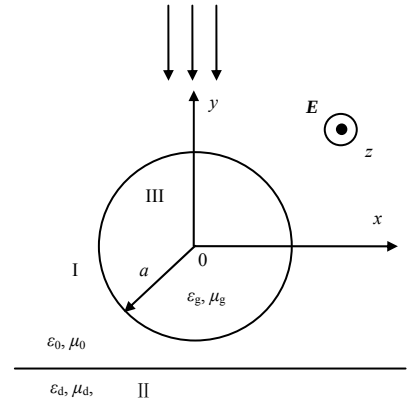


Fig.2 Above the target at the interface
图 2 目标在分界面上方

第 4 步: 利用剩下的随机数计算 $F_n = \sqrt{2\pi W(|K_n|)} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (r_\alpha + i r_\zeta) \right\}$, $n = -N/2+1, \dots, -2, -1$;

第 5 步: 计算 $F_n = F_{-n}^*$, $n = 1, 2, \dots, N/2-1$;

第 6 步: 利用 DFT 计算粗糙面高度起伏 $f(x) = \frac{1}{L} \sum_{n=-N/2+1}^{N/2} F_n e^{\frac{j2\pi nx}{L}}$ 。

在算法的实施过程中要注意 2 点: a) 如果要生成长度为 L 的粗糙面, 应该先生成长度为 $3L$ 的粗糙面, 然后截取中间 L 长度的粗糙面作为最后的结果。这样可以防止 FFT 阶段带来的误差。b) 由于从谱函数到高度起伏是一个逆 Fourier 变换过程, 为使得 FFT 函数出来的结果恰好是实数而不是复数, 需要对生成的随机数进行一个特殊的组合。

3 数值算例

仿真计算使用的计算机为普通 PC 机, CPU 为 Intel(R) Core(TM) i5-3337U, 主频为 1.8 GHz, 内存为 4 GB。采用 GMRES 迭代求解线性方程组, 收敛精确度设置为 1×10^{-3} 。为更加契合实际情况, 使计算结果更准确, 更可靠, 将施加在粗糙面和目标上的入射波设置为锥形波。锥形波是对无限大平面波调制一个窗函数, 实现对粗糙面的渐进过度截断。最简单的窗函数是高斯函数, 即高斯锥形波^[14]。本文锥形波的宽度设置为 1λ , 其中 λ 为入射波的波长。

为验证本文方法的正确性和精确性, 将本文方法与 Mie 法求均匀介质以及金属圆柱的双站散射结果进行对比, 结果如图 3、图 4 所示。Mie 级数^[15]的散射截面函数是一种解析解, 它可以求解圆柱截面的电磁散射的精确解。从图中可以看出, 用矩量法求出的结果与 Mie 法求得的结果几乎完全相同, 由此可以看出本文方法的正确性和精确性。

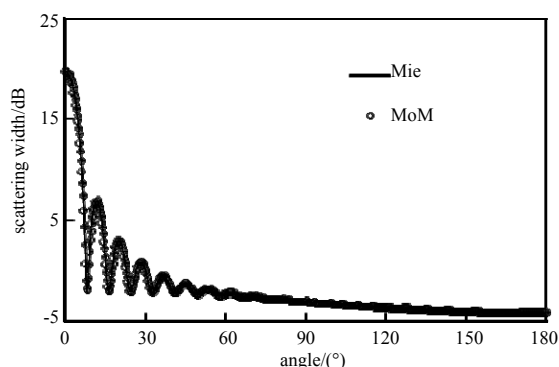


Fig.3 Homogeneous dielectric cylinder scattering TMz polarized waves: $r=1$ m, $\epsilon_r=4-j$, $\mu_r=1$, $f=1$ GHz

图 3 均匀介质圆柱对 TMz 极化波的散射: $r=1$ m, $\epsilon_r=4-j$, $\mu_r=1$, $f=1$ GHz

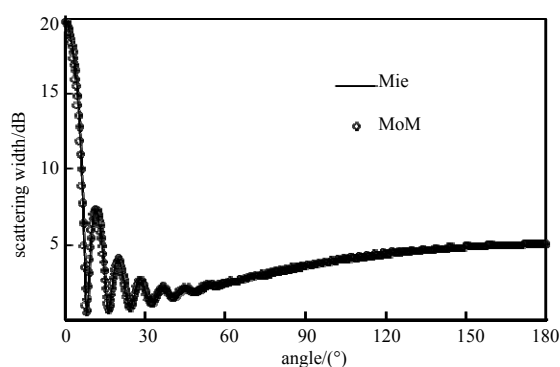


Fig.4 Ideal conductor cylinder scattering TMz polarized waves: $f=1$ GHz

图 4 理想导体圆柱对 TMz 极化波的散射: $f=1$ GHz

地面是一个粗糙面, 本文用高斯谱来模拟粗糙面, 高斯谱模拟地面时有一个重要变量, 即地面的高低起伏程度 h , 本文分别给出了频率 $f=300$ MHz 和 $f=1$ GHz 时, 不同的起伏程度的雷达截面(Radar Cross-Section, RCS)值, $h=0.1$ 模拟起伏比较平缓的地面, $h=0.5$ 模拟起伏比较大的地面, 在此条件下各计算了 30 组 RCS 值, 求其平均后结果如图 5、图 6 所示。由图可以看出, 地面高低起伏程度不同, 对应的 RCS 也不同, 说明地面的起伏程度对 RCS 值有一定的影响, 统一频率下, 地面的起伏程度越剧烈, RCS 曲线起伏越大。

考虑一个金属圆截面管线埋在光滑地面下方, 圆的半径为 0.5 m, 圆心坐标为 $(x=0, y=-5)$ 。土壤的相对介电常数 $\epsilon_r=2.0$, 相对磁导率为 $\mu_r=1.0$, 地面放置在 $z=0$ 位置。仿真计算中, 入射源在地面上方 0.5 m 处沿 x 方向移动(A 扫描), 入射方向始终垂直向下, 计算结果如图 7 所示。从图 7 可以看出, 管线的能量远弱于地面的能量, 因此, 如需对地下目标进行成像, 如何滤除地面影响非常重要。

下面给出圆截面管线和矩形截面管线埋地的结果, 圆截面管线的参数与上文一致, 矩形管线的长和宽分别为 5 m 和 1 m, 中心坐标为 $(x=5, y=-3)$, 计算结果如图 8 所示。从图中可以看出, 矩形截面管线由于上表面对电磁波反射的作用较大, 且由于跟地面之间的互耦, 导致多次谐波的存在, 使得图像出现了 3 个较强的散射中心。

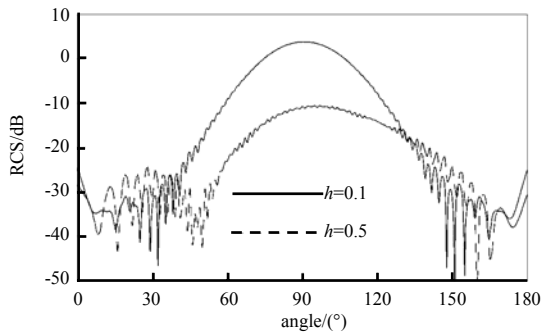


Fig.5 Metal circular cross-section line in rough terrain beneath bistatic scattering: the radius of the circle line 0.5 m, buried in the ground at 5 m below the mean rough surface 0.1 m, 0.5 m, respectively, $f=1$ GHz

图5 金属圆截面管线在粗糙地面下方的双站散射：圆管线半径 0.5 m，埋于地面下方 5 m 处，粗糙面高度起伏均值分别为 0.1 m, 0.5 m，频率 $f=1$ GHz

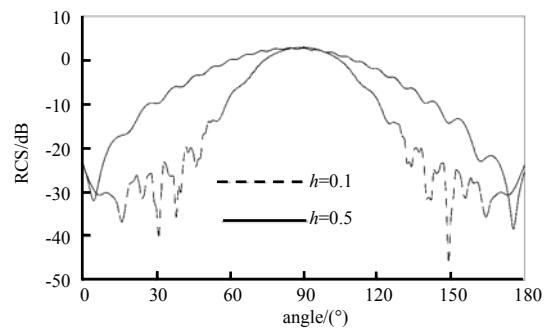


Fig.6 Metal circular cross-section line in rough terrain beneath bistatic scattering: the radius of the circle line 0.5 m, buried in the ground at 5 m below the mean rough surface 0.1 m, 0.5 m, respectively, $f=300$ GHz

图6 金属圆截面管线在粗糙地面下方的双站散射：圆管线半径 0.5 m，埋于地面下方 5 m 处，粗糙面高度起伏均值分别为 0.1 m, 0.5 m，频率 $f=300$ MHz

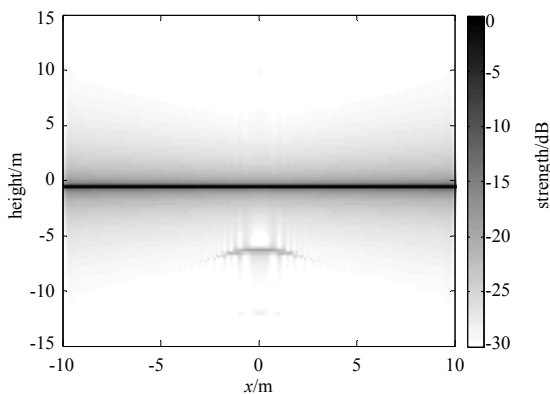


Fig.7 One dimensional range of the metal circle section line has a radius of 0.5 m, which is embedded in the ground below 5 m

图7 金属圆截面管线的一维距离像：半径 0.5 m，埋于地面下方 5 m 处

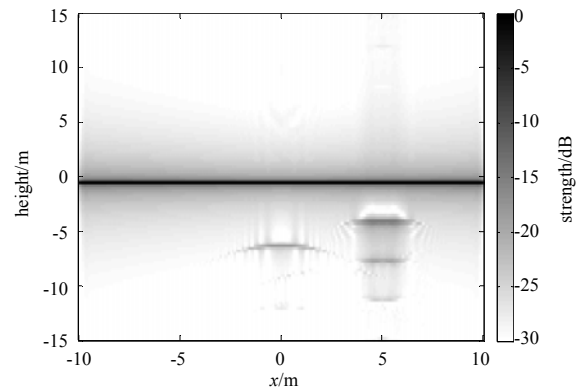


Fig.8 Metal circle section and rectangular cross section of the pipeline, the radius of the circular pipe 0.5 m, buried in the ground below 5 m, the size of the rectangular pipeline is 5 m×1 m, buried in the ground below 3 m

图8 金属圆截面、矩形截面管线的一维距离像：圆管线半径 0.5 m，埋于地面下方 5 m 处，矩形管线的尺寸为 5 m×1 m，埋于地面下方 3 m 处

最后给出粗糙地面下方圆截面管线的例子。圆截面的参数设置与上文相同，粗糙面为高斯粗糙面，高度起伏的均值为 0.5 m，均方根值(Root Mean Square, RMS)为 0.5，土壤的相对介电常数 $\epsilon_r=2.0$ ，相对磁导率为 $\mu_r=1.0$ ，成像结果如图 9 所示。可以看出，由于粗糙面的原因，地面影响更加复杂，管线几乎被淹没在地杂波中。

4 结论

本文采用矩量法离散的积分方程仿真计算地下管线电磁散射，用谱 FFT 法和高斯谱生成随机粗糙面，并建立地面及其下方无限长管线的物理模型。为了使实验结果更具真实性，将锥形波引入计算。3 个数值仿真算例结果表明，本文方法能够精确计算地下管线的电磁散射。

参考文献：

- [1] 李学军,洪立波. 城市地下管线的安全形势与对策[J]. 城市勘测, 2011(5):166-169. (LI Xuejun, HONG Libo. Safety situation and countermeasures of urban underground pipelines

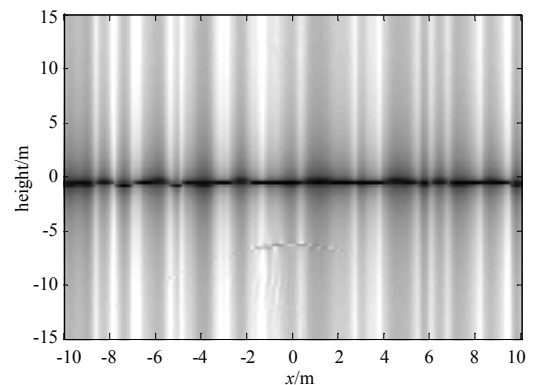


Fig.9 Metal circle section line in the rough ground below the one-dimensional range of the image: circle radius of 0.5 m, buried in the ground below 5 m, rough surface height fluctuations mean 0.5 m, RMS 0.5

图9 金属圆截面管线在粗糙地面下方的一维距离像：圆管线半径 0.5 m，埋于地面下方 5 m 处，粗糙面高度起伏均值为 0.5 m，RMS 为 0.5

- in mainland China[J]. Urban Survey, 2011(5):166–169.)
- [2] 杨剑,李华,焦彦杰. 探地雷达在城市地下管线探测中的应用[J]. 物探化探计算技术, 2010,32(6):669–674. (YANG Jian,LI Hua,JIAO Yanjie. Application of detecting underground pipes by ground-penetrating radar in urban[J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 2010,32(6):669–674.)
- [3] 夏灿,张庆丰. 基于矩量法的三维介质目标电磁散射特性研究[J]. 怀化学院学报, 2012,30(2):21–23. (XIA Chan, ZHANG Qingfeng. Research on EM scattering characteristics by 3D dielectric objects based on MOM[J]. Journal of Huaihua University, 2012,30(2):21–23.)
- [4] ZWICKE P E,KISS I. A new implementation of the Mellin transform and its application to radar classification of ships[J]. IEEE Transactions Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1983,5(2):191–199.
- [5] TSANG L,KONG J A,DING K H,et al. Scattering of Electromagnetic Waves:Numerical Simulations[M]. New York:John Wiley & Sons, 2001.
- [6] LIN P,JIN Y Q. The finite-element method with domain decomposition for electromagnetic bistatic scattering from the comprehensive model of a ship on and a target above a large scale rough sea surface[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2004,42(5):950–956.
- [7] LIU Z J,ADAMS R J,CARIN L. Well-conditioned MLFMA formulation for closed PEC targets in the vicinity of a half space[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2003,51(10):2822–2829.
- [8] LI Ling,HE Jiangqi,LIU Zhijun,et al. MLFMA analysis of scattering form multiple targets in the presence of a half-space[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2003,51(4):810–819.
- [9] BOURLIER C. Scattering by an object above a randomly rough surface from a fast numerical method:extended PILE method combined with FB-SA[J]. Wave Random Complex, 2008,18(3):495–519.
- [10] GUO Lixin,LIANG Yu,WU Zhensen. A study of electromagnetic scattering from conducting targets above and below the dielectric rough surface[J]. Optics Express, 2011,19(7):5758–5801.
- [11] 韩远帅. 随机粗糙面的电磁散射及其与目标复合散射研究[D]. 南京:南京理工大学, 2011. (HAN Yuanshuai. The electromagnetic scattering from random rough surfaces and the research on the composite scattering of target and the target[D]. Nanjing,China:Nanjing University of Science and Technology, 2011.)
- [12] 高敬坤,王瑞君,邓彬,等. THz 频段粗糙导体圆锥的极化成像特性[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2015,13(3):401–408. (GAO Jingkun,WANG Ruijun,DENG Bin,et al. Characteristics of polarized imaging of a conducting cone with surface roughness at terahertz frequencies[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2015,13(3):401–408.)
- [13] BOX G E P,MULLER M E. A note on the generation of random normal deviates[J]. Annals of Mathematical Statistics, 1958,29(2):610–611.
- [14] 金亚秋,刘鹏,叶红霞. 随机粗糙面与目标复合散射数值模拟理论与方法[M]. 北京:科学出版社, 2008. (JIN Yaqiu,LIU Peng,YE Hongxia. Random Rough Surface and Target Compound Scattering Numerical Simulation Theory and Method[M]. Beijing:Science Press, 2008.)
- [15] BOHREN F C,HUFFMAN R D. Absorption and Scattering of Light by Small Particles[M]. New York:John Wiley, 1983.

作者简介:



高玉颖(1994–),女,河南省孟州市人,在读本科生,主要研究方向为计算电磁学与快速算法.email:2839170493@qq.com.

刘志伟(1982–),男,南昌市人,博士,副教授,主要研究方向为电磁散射与逆散射.email:zwliu1982@hotmail.com.

张世琳(1993–),女,河南省洛阳市人,在读本科生,主要研究方向为计算电磁学与快速算法.

张月圆(1981–),女,浙江省金华市人,硕士,讲师,主要研究方向为计算机应用技术.