

文章编号: 2095-4980(2018)03-0510-06

## 基于压缩感知子空间的时延估计算法

冷雪冬, 巴 斌, 王建辉, 王大鸣

(信息工程大学 信息工程学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:** 现有单快拍条件下子空间类时延估计算法由于降低有效带宽导致估计精确度下降, 多快拍条件下压缩感知类算法由于多次采样具有相似稀疏结构也导致了性能下降。针对以上条件下2种算法鲁棒性不强的问题, 提出一种在单快拍与多快拍条件下均具有较高精确度的基于压缩感知子空间的时延估计算法。该算法首先判定快拍数与多径数的关系, 在快拍数大于等于多径数时通过求解谱峰的目标函数得到时延估计, 在快拍数小于多径数时先重构得到改进的噪声子空间, 再求解谱峰的目标函数得到时延估计。仿真结果表明, 该算法在单快拍与多快拍条件下具有较高的估计精确度, 与子空间类算法和压缩感知类算法相比具有更好的鲁棒性。

**关键词:** 时延估计; 压缩感知; 稀疏重构; 求根多重信号分类

**中图分类号:** TN911.7

**文献标志码:** A

**doi:** 10.11805/TKYDA201803.0510

## Delay estimation algorithm based on compressed sensing subspace

LENG Xuedong, BA Bin, WANG Jianhui, WANG Daming

(Institute of Information and System Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou Henan 450001, China)

**Abstract:** The estimation accuracy of the subspace algorithm has dropped off because the effective bandwidth has reduced under the condition of single snapshot. The accuracy of the compressed sensing algorithm has declined because of the similar sparse structure under the condition of multiple snapshots. To deal with the weak robustness of existing algorithms, a high-performance time delay estimation algorithm is presented based on compressed sensing subspace under both conditions. The proposed algorithm derives the relationship between the multipath number and the number of snapshots. An improved noise subspace has been reconstructed. The polynomial is applied to estimate time delay. The polynomial rooting avoids the spectral peak searching and reduces the computational complexity. Simulation results show that the proposed algorithm has a high performance and a better robustness compared with subspace algorithms and compressed sensing algorithms.

**Keywords:** time delay estimation; compressed sensing; sparse reconstruction; polynomial rooting multiple signal classification

到达时间(Time of Arrival, TOA)估计一直是卫星通信<sup>[1]</sup>、无线定位技术<sup>[2]</sup>中的重要研究内容。其中超分辨率TOA估计<sup>[3]</sup>作为无线定位的关键步骤, 近年来成为热点问题。很多新理论、新方法被应用到不同环境的超分辨率TOA估计问题中并取得了理想的效果。传统的超分辨率TOA估计方法主要分为子空间类方法<sup>[4]</sup>和最大似然类方法<sup>[5]</sup>。其中子空间法将接收信号分解为2个正交的子空间, 即信号子空间和噪声子空间, 通过伪谱峰搜索得到超分辨率TOA估计。但子空间类算法在单快拍条件下, 虽然通过频域平滑可以构造出近似满秩的范德蒙矩阵, 但是降低了系统的有效带宽, 导致分辨率不高乃至不能分辨。最大似然类算法作为理论最优算法, 通过网格搜索的方式达到极高的分辨率, 该方法的分辨率与网格划分的精确度有关, 要想达到较高的分辨率, 算法复杂度极高, 不适合工程实现。

为解决现有超分辨率算法的问题, 很多新的理论被应用到TOA估计问题中。文献[6]应用马尔科夫链蒙特卡罗(Markov Chain Monte Carlo)方法将最大似然函数的取最值问题转化为随机抽样求平均问题, 简化了计算复杂度。但是在马尔科夫链跳转过程中, 有一定概率陷入局部稳定状态, 导致估计的分辨率不高。文献[7]应用压缩感知(Compressed Sensing, CS)理论, 将到达角度(Direction of Arrival, DOA)估计问题转化为稀疏条件下接收信号的

恢复问题,在单快拍条件下得到了超分辨率 DOA 估计,但该算法要求接收信号具有稀疏性,因此随着快拍数的增加,接收信号的稀疏性减弱,导致重构性能下降。

文献[8-9]认为压缩感知算法是以概率性的方式重构信号,而子空间法是以确定性的方式构造空间谱,并推导了 CS 算法与多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法之间的联系。提出了鲁棒性较强的适合不同快拍条件下的估计算法。但该算法需要对谱峰进行搜索,在实际应用中复杂度较高。文献[10]提出一种基于差值映射的 CS-Music 算法,在保证重构精确度的前提下缩减了阵元数量,实现了多快拍条件下信号的精确重构。但该算法收敛所需时间较长。

在以上研究的基础上,本文在已知接收信号稀疏度的条件下,根据快拍数与稀疏度的关系,分情况推导了本文算法的估计步骤,并将本文算法应用到 TOA 估计问题中。通过仿真实验将本文算法与求根多重信号分类(Root-Music)算法和正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法在不同条件下进行比较,仿真结果表明本文算法具有较为理想的估计效果,在单快拍、多快拍条件下均能得到高精度度的时延估计,体现了本文算法的优越性与鲁棒性。

## 1 时域信号稀疏模型及多快拍问题

### 1.1 信号模型

假设辐射源发射的信号为  $s(t)$ , 考虑无线信道多径传播效应, 多径数目为  $L_p$ , 则时域多径接收信号为:

$$y(t) = \sum_{i=0}^{L_p-1} a_i s(t - \tau_i) + w(t) \quad (1)$$

式中:  $a_i$  为不同径的增益系数;  $\tau_i$  为第  $i$  条径对应的到达时延;  $w(t) \sim N(0, \sigma^2)$  为加性噪声, 服从均值为 0, 方差为  $\sigma^2$  的高斯分布。将式(1)转化为矩阵形式得到:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{S}\mathbf{V}\mathbf{a}' + \mathbf{W} \quad (2)$$

其中,

$$\mathbf{Y} = [y(0), y(1), \dots, y(K-1)]^T \quad (3)$$

式中  $[\bullet]^T$  表示转置。式(3)为  $y(t)$  的离散傅里叶变换。

$$\mathbf{S} = \text{diag}[s(0), s(1), \dots, s(K-1)] \quad (4)$$

式中  $\text{diag}\{\bullet\}$  是对角化算子。式(4)为辐射源信号矢量。

$$\mathbf{V}' = [\mathbf{v}'(\tau_0), \mathbf{v}'(\tau_1), \dots, \mathbf{v}'(\tau_{L_p-1})] \quad (5)$$

$$\mathbf{v}'(\tau_i) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi\Delta f\tau_i} \\ \mathbf{M} \\ e^{-j2\pi(K-1)\Delta f\tau_i} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(5)、(6)为导向矢量。

$$\mathbf{a}' = [a_0 e^{-j2\pi f_c \tau_0}, a_1 e^{-j2\pi f_c \tau_1}, \dots, a_{L_p-1} e^{-j2\pi f_c \tau_{L_p-1}}]^T \quad (7)$$

式(7)为增益系数矢量。

$$\mathbf{W} = [w(0), w(1), \dots, w(K-1)]^T \quad (8)$$

式(8)为加性高斯白噪声矢量。为了体现接收信号的时域稀疏性, 将式(5)扩展为如下形式,

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v}(\tau_0), \mathbf{v}(\tau_1), \dots, \mathbf{v}(\tau_{L-1})] \quad (9)$$

$$\mathbf{v}(\tau_i) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi\Delta f\tau_i} \\ \mathbf{M} \\ e^{-j2\pi(K-1)\Delta f\tau_i} \end{bmatrix} \quad (10)$$

将式(7)扩展为:

$$\mathbf{a}' = [a_0 e^{-j2\pi f_c \tau_0}, a_1 e^{-j2\pi f_c \tau_1}, \dots, a_{L_p-1} e^{-j2\pi f_c \tau_{L-1}}]^T \quad (11)$$

其中  $L_p = L$ , 即构造了接收信号在时域的稀疏模型。

## 1.2 多快拍问题

在对接收信号进行处理的过程中, 单次快拍采集的数据是有限的, 往往通过多次测量的方式来提高估计精确度, 因此多快拍问题的模型可以表示为:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}_{cs} \mathbf{a} + \mathbf{W} \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  为观测信号,  $m$  表示观测信号长度,  $n$  表示快拍数;  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{L \times n}$  为待估计信号,  $L$  表示待估计信号长度。  $\mathbf{H}_{cs} \in \mathbb{R}^{m \times L}$  表示稀疏采样矩阵, 那么多快拍条件下的信号估计问题可以表示为式(13)的形式:

$$\begin{cases} \min \|\mathbf{a}\|_0 \\ \mathbf{Y} = \mathbf{H}_{cs} \mathbf{a} + \mathbf{W} \end{cases} \quad (13)$$

式中  $\|\mathbf{a}\|_0$  表示  $\mathbf{a}$  中非零行的个数即稀疏度,  $\mathbf{a}_i$  表示矩阵  $\mathbf{a}$  中第  $i$  行元素。多快拍条件下的压缩感知类算法的主要求解方法为贪婪算法以及基于贝叶斯学习算法, 由于每次采样具有类似的稀疏结构, 该类算法的重构精确度不高。而基于子空间理论的 Root-Music 算法在多快拍的条件下, 具有较好的估计效果, 在下一部分将对本文算法的应用条件以及算法步骤做进一步推导。

## 2 基于压缩感知子空间的时延估计算法

为了解决单快拍条件下子空间类算法由于有效带宽降低所导致性能下降, 以及多快拍条件下压缩感知类算法由于采样具有近似的稀疏结构, 导致不能得到尖锐的谱峰估计的问题, 本文通过理论推导将压缩感知类算法和子空间类算法有效结合在一起, 提出了一种在单快拍与多快拍条件下均具有较好性能的联合估计算法, 所提算法在保证估计精确度的条件下具有较高的鲁棒性。

首先定义稀疏度为  $\|\mathbf{a}\|_0 = L_p$ , 下面分情况对本文算法的适用条件进行推导。

当快拍数大于等于待估信号的稀疏度时, 即  $n \geq L_p$  时, 信号子空间与噪声子空间是相互正交的, 此时对于信号的估计即等同于多快拍条件下采用 Root-Music 方法进行估计。定义接收信号的估计值  $\hat{\mathbf{Y}}$  的协方差矩阵  $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{Y}}}$  为:

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{Y}}} = E[\hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{Y}}^H] = \mathbf{H}_{cs} \mathbf{R}_{aa} \mathbf{H}_{cs} + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (14)$$

式中:  $\mathbf{R}_{aa}$  为多径增益系数的协方差矩阵, 且满足  $\mathbf{R}_{aa} = E[\mathbf{a}\mathbf{a}^H]$ ;  $\mathbf{I}$  为单位矩阵;  $[\cdot]^H$  表示共轭转置;  $E[\cdot]$  表示取期望。对  $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{Y}}}$  特征分解, 可得:

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{Y}}} = \sum_{i=1}^{L_p} \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H + \sum_{i=L_p+1}^n \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H = \mathbf{U}_S \mathbf{A}_S \mathbf{U}_S^H + \mathbf{U}_N \mathbf{A}_N \mathbf{U}_N^H \quad (15)$$

由式(15)可知, 接收信号估计值的协方差矩阵  $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{Y}}}$  的特征值具有以下性质:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M \geq \lambda_{M+1} = \lambda_{M+2} = \dots = \lambda_N = \sigma^2 \quad (16)$$

矩阵  $\mathbf{A}_S = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M]$ ,  $\mathbf{A}_N = \text{diag}[\lambda_{M+1}, \lambda_{M+2}, \dots, \lambda_N]$  为对角矩阵。此时定义矩阵  $\mathbf{U}_S = [u_1, u_2, \dots, u_M]$  构成的子空间  $\text{span}(\mathbf{U}_S)$  为信号子空间, 由矩阵  $\mathbf{U}_N = [u_{M+1}, u_{M+2}, \dots, u_N]$  构成的子空间  $\text{span}(\mathbf{U}_N)$  为噪声子空间。

根据文献[11], 稀疏采样矩阵与信号子空间为同一空间, 且正交于噪声子空间, 其形式如式(17)所示:

$$\begin{cases} \text{span}(\mathbf{H}_{cs}) = \text{span}(\mathbf{U}_S) \\ \text{span}(\mathbf{U}_S) \perp \text{span}(\mathbf{U}_N) \end{cases} \quad (17)$$

通过搜索伪谱的谱峰得到时延的估计值:

$$P_{\text{MUSIC}}(\tau) = \frac{1}{\|\mathbf{h}_{cs}^H(\tau) \mathbf{U}_N\|^2} \quad (18)$$

式中  $\mathbf{h}_{cs}$  为测量矩阵  $\mathbf{H}_{cs}$  中所对应  $\tau$  的列向量。根据式(18)进行谱峰搜索的计算复杂度较高, 而对多项式求根可以避免谱峰搜索。因此, 定义多项式:

$$p(z) = [1, z, \dots, z^{L-1}]^T \quad (19)$$

式中  $z = e^{-j2\pi\Delta f \tau}$ 。根据对噪声子空间中信息的提取, 构造目标函数为:

$$f(z) = \mathbf{p}^H(z) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{p}(z) \quad (20)$$

式(20)的零点即对应接收信号的时延估计。

当快拍数小于待估信号的稀疏度时,即  $n < L_p$  时,由于此时快拍数较少,虽然通过频域平滑的方式能够构造出满秩的范德蒙矩阵,但是由于降低了系统的有效带宽,导致估计精确度的损失。首先定义  $suppa = \{1 \leq i \leq L : a_i \neq 0\}$  为待估计信号的支撑集,表示矩阵  $\mathbf{a}$  的第  $i$  行是非零向量。假设  $I_{L_p-n} \subset suppa$  为支撑集的子集,且  $I_{L_p-n}$  中非零向量的个数为  $L_p - n$ ,  $\mathbf{H}_{cs(I_{L_p-n})} \in \mathbb{R}^{m \times (L_p-n)}$  表示下标位于矩阵  $I_{L_p-n}$  中的稀疏采样矩阵的列集合。此时首先利用压缩感知算法对列向量的  $L_p - n$  列进行重构,在第  $l$  次迭代中,将  $\mathbf{Y}$  正交地投影到  $\mathbf{H}_{cs}$  的每一列(原子)上,

$$Y_l = (\mathbf{H}_{cs}^T \mathbf{H}_{cs})^{-1} \mathbf{H}_{cs}^T \mathbf{Y} \quad (21)$$

挑选出  $Y_l$  最大值所对应的原子存入  $\mathbf{H}_{cs(I_{L_p-n})}$ 。并根据式(22)计算残差  $\mathbf{r}_l$ ,如果  $|\mathbf{r}_l| < 10^{-5}$  则迭代结束,反之迭代继续进行。迭代结束后得到  $\mathbf{H}_{cs(I_{L_p-n})}$ 。

$$\mathbf{r}_l = \mathbf{Y} - \mathbf{H}_{cs(I_{L_p-n})} Y_l \quad (22)$$

将  $\mathbf{H}_{cs(I_{L_p-n})}$  投影于噪声子空间  $span(\mathbf{U}_N)$  上得到  $span(\mathbf{U}_{L_p-n})$ ,将  $span(\mathbf{U}_N - \mathbf{U}_{L_p-n})$  定义为改进的噪声子空间。通过该方式解决了由于快拍数的减小而导致的信号子空间与噪声子空间的非正交问题,实现了信号子空间与改进的噪声子空间的正交化,如式(23)所示。

$$\begin{cases} span(\mathbf{H}_{cs}) = span(\mathbf{U}_S) \\ span(\mathbf{U}_S) \perp span(\mathbf{U}_N - \mathbf{U}_{L_p-n}) \end{cases} \quad (23)$$

然后根据式(24)搜索伪谱峰值实现接收信号时延的估计:

$$P_{MUSIC}(\tau) = \frac{1}{\|\mathbf{h}_{cs}^H(\tau)(\mathbf{U}_N - \mathbf{U}_{L_p-n})\|^2} \quad (24)$$

将其转化为对目标函数求根的形式为:

$$f(z) = \mathbf{p}^H(z)(\mathbf{U}_N - \mathbf{U}_{L_p-n})(\mathbf{U}_N - \mathbf{U}_{L_p-n})^H \mathbf{p}(z) \quad (25)$$

式(25)的零点即对应接收信号的时延估计。

综上所述,本文所提出的联合估计算法可以归纳为以下步骤:

- 1) 根据接收信号判断快拍数与多径数之间的关系;
- 2) 当  $n \geq L_p$  时,根据式(15)对接收信号进行特征分解,得到互相正交的信号子空间和噪声子空间,求解式(20)零点的位置得到时延的估计值;
- 3) 当  $n < L_p$  时,根据式(21)~(22)对接收信号进行重构,构造改进后的噪声子空间,利用改进后的噪声子空间与信号子空间的正交关系,求解式(25)零点的位置得到时延的估计值。

### 3 仿真实验

为了验证本文算法在不同条件下的性能优劣,采用蒙特卡罗实验将本文算法在单快拍与多快拍的条件下进行性能对比。定义信噪比  $R_{SN} = 10 \lg \frac{\|\mathbf{X}\|_2}{\|\mathbf{W}\|_2}$ ,蒙特卡罗仿真次数为 200 次,均方误差可以定义为:

$$RMSE_i = \sqrt{\frac{1}{200} \left( \sum_{i=1}^{200} |\hat{\tau}_i - \tau_i|^2 \right)} \quad (26)$$

式中  $i$  表示第  $i$  次蒙特卡罗仿真实验。

仿真 1: 假设多径接收信号的多径数  $L_p = 2$ ,到达时间分别为  $\tau_1 = 200$  ns,  $\tau_2 = 400$  ns。首先在单快拍的条件下进行实验,通过 200 次蒙特卡罗实验得到时延的估计值,然后根据式(26)计算不同算法的均方误差。单快拍条件下 2 条径的均方误差随信噪比变化如图 1、图 2 所示。由图可以看出在单快拍条件下,Root-MUSIC 算法远低于本文算法,这是因为在单快拍条件下,Root-MUSIC 算法特征分解得到的范德蒙矩阵缺秩,导致信号子空间与噪声子空间非正交,因此估计精确度很低,甚至不能正确估计。本文算法首先构造新的噪声子空间,然后根据改进噪声子空间与信号子空间的正交性利用子空间法得到高精度度的时延估计。

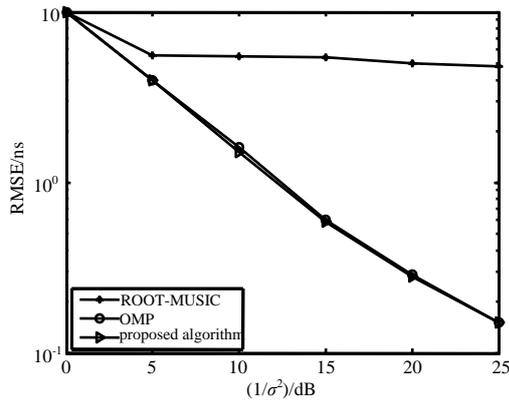


Fig.1 RMSE for time delay estimation of 1st path component versus the signal to noise ratio under the condition of single snapshot  
图 1 单快拍条件下第 1 条多径的时延估计 RMSE 随信噪比的变化图

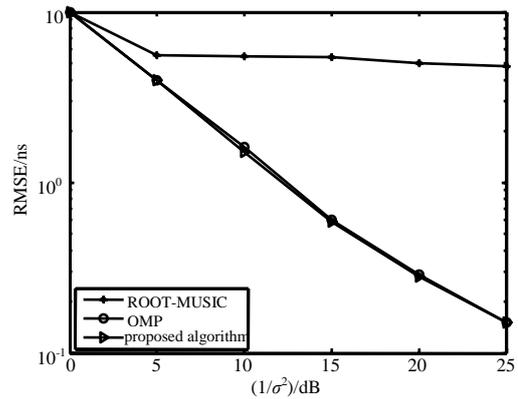


Fig.2 RMSE for time delay estimation of 2nd path component versus the signal to noise ratio under the condition of single snapshot  
图 2 单快拍条件下第 2 条多径的时延估计 RMSE 随信噪比的变化图

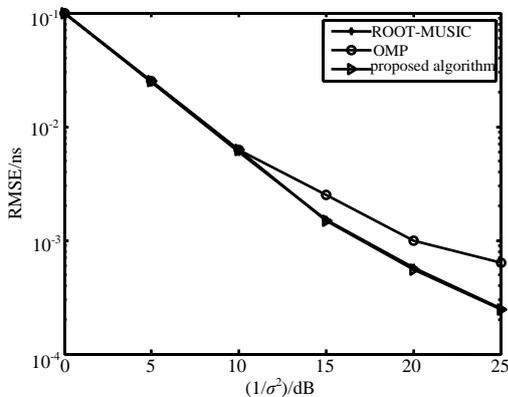


Fig.3 RMSE for time delay estimation of 1st path component versus the signal to noise ratio under the condition of multiple snapshots  
图 3 多快拍条件下第 1 条多径的时延估计 RMSE 随信噪比的变化图

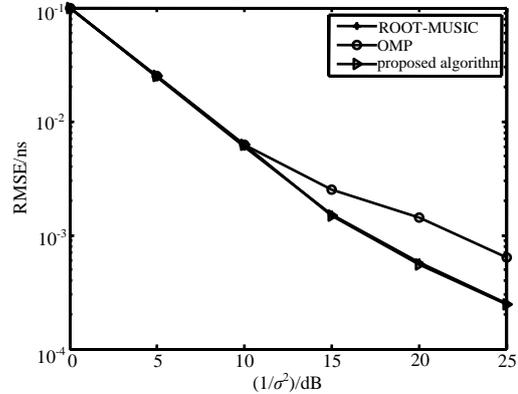


Fig.4 RMSE for time delay estimation of 2nd path component versus the signal to noise ratio under the condition of multiple snapshots  
图 4 多快拍条件下第 2 条多径的时延估计 RMSE 随信噪比的变化图

仿真 2: 假设多径接收信号的多径数  $L_p = 2$ , 到达时间分别为  $\tau_1 = 200 \text{ ns}$ ,  $\tau_2 = 400 \text{ ns}$ 。此时快拍数设置为 5, 在多快拍的条件下进行实验, 通过 200 次蒙特卡罗实验得到时延的估计值, 然后根据式(26)计算不同算法的均方误差。多快拍条件下 2 条径的均方误差随信噪比变化如图 3、图 4 所示。由图可以看出在多快拍条件下, 本文算法精确度高于 OMP 算法。这是因为在多快拍条件下, OMP 算法多次采样得到具有相似稀疏结构的数据, 在重构过程不能正确挑选出合适的原子, 导致估计结果的不准确。本文算法通过对目标函数求解得到高精度的时延估计。

通过对比不同条件下的算法均方误差随信噪比的变化图, 从图 1~图 4 可以看出, 多快拍下的时延估计的 RMSE 小于单快拍下的时延估计的 RMSE。本文算法的 RMSE 随信噪比增加而逐渐降低, 这是由于噪声对时延估计精确度的影响逐步降低。仿真说明本文算法在单快拍与多快拍条件下均具有较高的时延估计精确度, 是一种鲁棒性高的高精度时延估计算法。

#### 4 结论

在时延估计问题中, 现有子空间算法在单快拍测量的条件下, 降低有效带宽导致估计性能差; 压缩感知类方法在多快拍测量的条件下, 多次采样得到相似的稀疏结构导致估计精确度低。针对现有算法应用鲁棒性不强的问题, 本文提出了一种在单快拍与多快拍条件下均有较好估计效果的压缩感知子空间估计算法, 实现了同一算法不同条件下的高精度时延估计, 当快拍数少于多径数时, 本文算法的估计精确度与 OMP 算法相当, 而当快拍数多于多径数时, 本文算法的估计精确度与 ROOT-MUSIC 算法相当。仿真结果表明本文算法性能优越, 鲁棒性强。

#### 参考文献:

- [1] 李飞龙, 卢超, 李薇, 等. 基于 HPOP 的低轨星座多普勒与时延研究[J]. 通信技术, 2016, 49(1): 18-23. (LI Feilong, LU Chao, LI Wei, et al. HPOP-based Doppler frequency-shift and time-delay of polar orbit constellation satellite[J]. Communications Technology, 2016, 49(1): 18-23.)

- [2] 周非. 基于时延估计的无线定位技术研究[J]. 全球定位系统, 2009,34(1):58. (ZHOU Fei. Wireless location technology based on time delay estimation[J]. GNSS World of China, 2009,34(1):58.)
- [3] 吴绍华,张钦宇,张乃通. 新颖的基于门限比较的脉冲超宽带 TOA 估计算法[J]. 通信学报, 2008,29(7):7-13. (WU Shaohua,ZHANG Qinyu,ZHANG Naitong. Novel threshold-based TOA estimation algorithm for IR-UWB systems[J]. Journal of Communications, 2008,29(7):7-13.)
- [4] 巴斌,刘国春,李韬,等. 基于哈达玛积扩展子空间的到达时间和波达方向联合估计[J]. 物理学报, 2015,64(7):384-392. (BA Bin,LIU Guochun,LI Tao,et al. Joint for time of arrival and direction of arrival estimation algorithm based on the subspace of extended Hadamard product[J]. Acta Physica Sinica, 2015,64(7):384-392.)
- [5] 魏子翔,崔崑,李霖,等. 一种基于最大似然估计的合作目标多维参数跟踪算法[J]. 电子与信息学报, 2015,37(6):1450-1456. (WEI Zixiang,CUI Wei,LI Lin,et al. Maximum likelihood estimation based algorithm for tracking cooperative target[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2015,37(6):1450-1456.)
- [6] 李晶,赵拥军,李冬海. 基于马尔科夫链蒙特卡罗的时延估计算法[J]. 物理学报, 2014,63(13):59-65. (LI Jing, ZHAO Yongjun,LI Donghai. Time delay estimation using Markov chain Monte Carlo method[J]. Acta Physica Sinica, 2014,63(13):59-65.)
- [7] 贺亚鹏,李洪涛,王克让,等. 基于压缩感知的高分辨率 DOA 估计[J]. 宇航学报, 2011,32(6):1344-1349. (HE Yapeng, LI Hongtao,WANG Kerang,et al. Compressed sensing based high resolution DOA estimation[J]. Journal of Astronautics, 2011,32(6):1344-1349.)
- [8] KIM J M,LEE O K,YE J C. Compressive music: revisiting the link between compressive sensing and array signal processing[J]. Information Theory IEEE Transactions on, 2010,4398(1):278-301.
- [9] 吴小川,邓维波,杨强. 基于 CS-MUSIC 算法的 DOA 估计[J]. 系统工程与电子技术, 2013,35(9):1821-1824. (WU Xiaochuan,DENG Weibo,YANG Qiang. DOA estimation method based on CS-MUSIC algorithm[J]. System Engineering and Electronics, 2013,35(9):1821-1824.)
- [10] 吕志丰,雷宏. 基于差值映射的压缩感知 MUSIC 算法[J]. 电子与信息学报, 2015,37(8):1874-1878. (LYU Zhifeng,LEI Hong. Compressed sensing MUSIC algorithm based on difference map[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2015,37(8):1874-1878.)
- [11] 王方秋,张小飞,汪飞. IR-UWB 系统中基于 root-MUSIC 算法的 TOA 和 DOA 联合估计[J]. 通信学报, 2014,35(2):137-145. (WANG Fangqiu,ZHANG Xiaofei,WANG Fei. Root-MUSIC-based joint TOA and DOA estimation in IR-UWB[J]. Journal on Communications, 2014,35(2):137-145.)

#### 作者简介:



冷雪冬(1992-), 男, 辽宁省锦州市人, 在读硕士研究生, 主要研究方向为信号与信息处理.email:lengxuedong@outlook.com.

巴斌(1987-), 男, 河南省周口市人, 博士, 讲师, 主要研究方向为信号与信息处理.

王建辉(1984-), 男, 河南省南阳市人, 博士, 讲师, 主要研究方向为移动通信与可见光通信.

王大鸣(1970-), 男, 郑州市人, 博士, 教授, 主要研究方向为无线通信.