

文章编号: 2095-4980(2018)03-0522-07

自适应聚类的全耦合稀疏学习算法

胡明明¹, 杨晓敏^{*1}, 吴炜¹, Gwanggil Jeon^{2,3}, 袁皓⁴

(1.四川大学 电子信息学院, 四川 成都 610065; 2.韩国仁川大学 信息技术学院, 韩国 仁川 402751;
3.西安电子科技大学 通信工程学院, 陕西 西安 710071; 4.云南大学 党委组织部, 云南 昆明 650500)

摘要: 在图像处理领域, 基于稀疏表示理论的图像超分辨率算法、高低分辨率字典与稀疏编码之间的映射关系是其中的2个关键环节。由于丰富多样的图像类型, 单一字典并不能很好地表示图像。而在稀疏编码之间的映射关系上, 严格相等的约束关系也限制了图像重建的效果。针对上述两个方面, 采用包容性更强的多个字典与约束条件更为宽松的全耦合稀疏关系进行图像的超分辨率重建。在图像非局部自相似性的基础上, 进行多次自适应聚类; 挑选出最优的聚类, 通过全耦合稀疏学习的图像超分辨率算法, 得到多个字典; 最后, 对输入的低分辨率图像进行分类重建, 得到高分辨率图片。实验结果表明, 在图像 Leaves, Barbara, Room 上, 本文的聚类算法比原全耦合稀疏学习算法在峰值信噪比(PSNR)上分别提升了 0.51 dB, 0.21 dB, 0.15 dB。

关键词: 图像处理; 自适应聚类; 超分辨率; 自相似性

中图分类号: TN911.73

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA201803.0522

Coupled sparse learning algorithm for adaptive clustering

HU Mingming¹, YANG Xiaomin^{*1}, WU Wei¹, Gwanggil Jeon^{2,3}, YUAN Hao⁴

(1.School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu Sichuan 610065, China; 2.College of Information and Technology, Incheon National University, Incheon 402751, Korea; 3.School of Telecommunications Engineering, Xidian University, Shaanxi Xi'an 710071, China; 4.General Committee Office, Yunnan University, Kunming Yunnan 650500, China)

Abstract: In the field of image processing, dictionary learning and the mapping from Low-Resolution (LR) image to High-Resolution(HR) image are two important components of image Super-Resolution(SR) algorithms based on sparse representation theory. Due to the rich and varied image types, a single dictionary does not represent the image very well. And the strict equaling to the mapping between LR and HR images also limits the image reconstruction effect. From above two aspects, more inclusive multi-dictionary and the more relaxed coupled dictionary sparse learning algorithms are adopted to perform SR reconstruction of the image. First of all, the method performs multiple adaptive clustering on the basis of non-local self similarity of images in this paper. Secondly, the optimal clustering is selected, and the dictionary is got by the coupling dictionary sparse learning algorithm. Finally, the input LR images are classified and reconstructed to obtain HR images. The experimental results show that Peak Signal to Noise Ratios(PSNRs) of image Leaves, Barbara and Room with the proposed clustering algorithm is higher than that with original sparse learning algorithm by 0.51 dB, 0.21 dB, 0.15 dB respectively.

Keywords: image processing; adaptive clustering; Super-Resolution; self-similarity

图像超分辨率技术在电子图像的应用中具有十分广阔的前景, 一直是图像处理领域的研究热点。图像超分辨率是指通过低分辨率图像, 来获得相应高分辨率图像的一门技术。然而, 由于低分辨率图像丧失了大量的细节信息, 再加上噪声的影响, 通过低分辨率图像来获得对应的高分辨率图像的问题, 事实上是一个具有多个解的病态求解问题。求解该问题的图像超分辨率算法可分为基于插值的^[1]、基于重建的^[2-3]和基于学习的^[4-6]图像算法。

实际生活中, 图像往往比文字更容易被接受, 但图像比文字要大得多。在图像表示理论的研究中, 希望寻找

收稿日期: 2017-07-12; 修回日期: 2017-08-21

基金项目: 红外视频时空超分辨率研究资助项目(61701327)

*通信作者: 杨晓敏 email: arielyang@scu.edu.cn

一种可以有效表示图像本质特征的方法来降低图像的冗余性。2010年, YANG等^[2]在假设高低分辨率字典具有相同编码的条件下, 将稀疏性应用到图像超分辨率中, 获得较好的效果。ZEYDE等^[3]利用主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)先对训练集数据进行预处理, 并且将K奇异值分解(K-Singular Value Decomposition, K-SVD)^[7]算法应用到字典的训练中, 加快了训练速度, 得到较高的重建质量。

自然界的图像是丰富多样的, 很难利用一组字典涵盖所有类型的图像。针对这个缺点, 采用多组字典来代替单一字典, 多组字典增大了字典的表达范围, 具有较好的效果^[8-9]。在高低分辨率图像块之间的映射关系中, YANG在文献[2]提出的高低分辨率图像块之间的映射关系, 是一种严格相等的映射关系。但由于图像类型的差异, 严格的约束关系限制了高分辨率图像重建的灵活性, 高低分辨率图像块之间应该还存在其他的映射关系。基于这个思想, WANG S. 在探讨关于高低分辨率图像稀疏表达之间的关系时, 认为它们之间应该存在一种更加普遍且宽松的关系, 由此提出了半耦合字典学习(Semi-Coupled Dictionary Learning, SCDL)算法^[9]。最近, 结合图像稀疏性与自相似性, HUANG等进一步放松了高低分辨率图像之间的关系, 提出了基于单幅超分辨率的全耦合字典和特征空间学习(Coupled Dictionary and Feature Space Learning, CDFSL)算法^[10], 取得较好效果。

本文通过对图像块预先分类, 然后在训练过程中利用高分辨率图像块的重建误差, 来自适应对训练集图像块进行多次重新分类, 根据训练集中的高分辨率图像块的重建误差最小原则, 选出最优分类。结果表明, 本文提出的自适应聚类的全耦合稀疏学习的算法比现在流行的学习算法取得更好的重建效果。

1 基本理论

1.1 基于稀疏表示理论的图像超分辨率

图像重建一直是图像处理领域的研究热点, 它的目的在于从退化的图像中得到原始的高质量图像。对于低分辨率图像 \mathbf{x} , 它与高分辨率原始图像的关系一般可以表示为:

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}\mathbf{y} + \mathbf{n} \quad (1)$$

式中: \mathbf{x}, \mathbf{y} 为由图像块矢量表示的退化图像与原始图像; \mathbf{H} 为不可逆的线性退化矩阵; \mathbf{n} 为附加的噪声矢量。

式(1)是一个具有多个解的病态求解问题, 通常利用图像的先验知识来进行约束求解。最近图像的稀疏表示在图像的重建研究中获得广泛关注。图像的稀疏表示是指通过构建一个超完备字典, 然后用一定数量的原子对待表示的图像块进行稀疏逼近, 为:

$$\arg \min_{\alpha} \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{D}\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_q \quad (2)$$

式中: \mathbf{D} 为字典; α 为基于字典 \mathbf{D} 的稀疏编码; λ 是一个规则项参数; q 为 0 或 1, q 为 0, 表示求解 l_0 范数, 是对 α 每列的非零个数进行约束。然而, 对于大量数据, l_0 范数的优化求解是一个非凸函数与非确定多项式(Nondeterministic Polynomial, NP)问题, 通常用贪婪算法求解 l_0 范数, 如正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法以及 OMP 的改进算法^[11]。 q 为 1, 表示求解 l_1 范数, 一般都把 l_0 范数放松为 l_1 范数进行求解, 而 l_1 范数可以被一些工具有效求解, 即式(2)可表示为:

$$\arg \min_{\alpha} \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{D}\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1 \quad (3)$$

式(3)的求解关键在于求解字典 \mathbf{D} , 而字典 \mathbf{D} 的求解有许多方法, 如最优方向(Method of Optimal Directions, MOD)、K-SVD等。在 YANG 假设高低分辨率图像具有相同稀疏编码的条件下, 重建的高分辨率图像可表示为:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{D}_h \alpha \quad (4)$$

式中: $\tilde{\mathbf{y}}$ 表示输出的重建高分辨率图块; \mathbf{D}_h 表示相应的高分辨率字典。研究表明, 基于稀疏理论的图像表示符合视觉系统的表达机制, 从而得到广泛研究并取得显著效果。

1.2 CDFSL 算法模型

YANG 等提出的稀疏编码方法严格限制了高低分辨率图像稀疏编码之间的其他关系。随后 HUANG 等在稀疏表示理论的基础上, 认为高低分辨率图像稀疏编码之间的关系是一种非严格相等的线性关系, 从而提出了 CDFSL 算法。本质上它放松了高低分辨率稀疏编码之间严格相等的关系。CDFSL 算法的优化问题可用式(5)表示:

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{D}_x, \mathbf{D}_y, \mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y} \|\mathbf{X} - \mathbf{D}_x \mathbf{A}_x\|_F^2 + \|\mathbf{Y} - \mathbf{D}_y \mathbf{A}_y\|_F^2 + \lambda \{\|\mathbf{A}_x\|_1 + \|\mathbf{A}_y\|_1\} + \gamma F(\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y) \\ \text{s.t. } \|d_{x,i}\|_2 \leq 1, \|d_{y,i}\|_2 \leq 1, \forall i \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n] \in \mathbf{R}^{d_1 \times n}$, $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n] \in \mathbf{R}^{d_2 \times n}$ 分别为图像 \mathbf{x}, \mathbf{y} 的图像块矢量, 维度分别是 d_1, d_2 ; $\mathbf{D}_x \in \mathbf{R}^{d_1 \times k_1}$, $\mathbf{D}_y \in \mathbf{R}^{d_2 \times k_2}$ 分别表示图像块 \mathbf{X}, \mathbf{Y} 对应的字典, k_1, k_2 分别表示字典 $\mathbf{D}_x, \mathbf{D}_y$ 的原子个数; $\mathbf{A}_x \in \mathbf{R}^{k_1 \times n}$, $\mathbf{A}_y \in \mathbf{R}^{k_2 \times n}$ 分别表示相应的稀疏系数; $F(\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y)$ 表示稀疏系数 \mathbf{A}_x 与 \mathbf{A}_y 之间的映射关系; γ 为规则项参数。

自然界中的图像是多种多样的, 单纯的一种映射关系, 不仅在图像的重建中适应性较差, 而且忽视了图像的一些内在特性。在探索 \mathbf{A}_x 与 \mathbf{A}_y 之间的映射关系时, CDFSL 算法提出 \mathbf{A}_x 与 \mathbf{A}_y 之间应该存在着一个更为普通的映射空间, 在这个共同的映射空间上, 高低分辨率的稀疏编码应近似相等, 稀疏系数 \mathbf{A}_x 与 \mathbf{A}_y 之间的映射关系 $F(\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y)$ 可变换为:

$$F(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) = \|\mathbf{P}_x - \mathbf{P}_y\|_F^2 = \|\mathbf{U}_x \mathbf{A}_x - \mathbf{U}_y \mathbf{A}_y\|_F^2 \quad (6)$$

式中: $\mathbf{P}_x \in \mathbf{R}^{k_c \times n}$, $\mathbf{P}_y \in \mathbf{R}^{k_c \times n}$ 分别表示 \mathbf{A}_x 与 \mathbf{A}_y 在共同映射空间上的投影, k_c 表示投影空间的维度; $\mathbf{U}_x, \mathbf{U}_y$ 表示对应的投影矩阵, 并且 $k_1 = k_2 = k_c$ 。注意到 $\mathbf{U}_x, \mathbf{U}_y$ 同时为 0 时, 等式(6)对于任意的 $\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y$ 都成立, 但对于图像的重建来说没有任何意义。假设共同的投影空间为 \mathbf{P} , 对于确定的 \mathbf{P} , 应该可以由 \mathbf{P} 反变换得到 \mathbf{A}_x 与 \mathbf{A}_y , 即 $\mathbf{A}_x = \mathbf{U}_x^{-1} \mathbf{P}$, $\mathbf{A}_y = \mathbf{U}_y^{-1} \mathbf{P}$ 。所以式(6)又可表示为:

$$F(\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y) = \|\mathbf{A}_x - \mathbf{U}_x^{-1} \mathbf{P}_y\|_F^2 + \|\mathbf{A}_y - \mathbf{U}_y^{-1} \mathbf{P}_x\|_F^2 \quad (7)$$

由此可以推出 $\mathbf{P}_x \approx \mathbf{P}_y$, 即将要进行求解的优化问题。式(5)可以表示为:

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{D}_x, \mathbf{D}_y, \mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y, \mathbf{U}_x, \mathbf{U}_y} \|\mathbf{X} - \mathbf{D}_x \mathbf{A}_x\|_F^2 + \|\mathbf{Y} - \mathbf{D}_y \mathbf{A}_y\|_F^2 + \gamma \{\|\mathbf{A}_x - \mathbf{U}_x^{-1} \mathbf{P}_y\|_F^2 + \|\mathbf{A}_y - \mathbf{U}_y^{-1} \mathbf{P}_x\|_F^2\} + \\ \lambda \{\|\mathbf{A}_x\|_1 + \|\mathbf{A}_y\|_1\} + \lambda_R \{\|\mathbf{U}_x^{-1}\|_F^2 + \|\mathbf{U}_y^{-1}\|_F^2\} \\ \text{s.t. } \|d_{x,i}\|_2 \leq 1, \|d_{y,i}\|_2 \leq 1, \forall i \end{cases} \quad (8)$$

式中 λ_R 为规则项参数。

从 CDFSL 算法中可以看到, 它不仅包含了相等的映射关系, 而且探索了稀疏编码之间的其他可能的线性映射关系, 放松了稀疏编码之间的关系, 具有较好效果。

2 基于自适应聚类的全耦合稀疏学习算法

2.1 自适应聚类

自然界的图像丰富多样, 基于字典的图像稀疏表示理论的研究表明, 多字典模型能够提高字典的精确性, 提升字典对图像的表达能力。传统的多字典模型大多利用欧式距离对图像块矢量进行聚类。这种以人的主观认识为准则的分类方法, 不能很准确地反映图像结构的内在联系, 虽然多字典模型在表达效果上较以往有所提升, 但字典仍然不是十分精确。为改善这种缺点, 本文提出了一种自适应聚类的算法。

沿用上一节 CDFSL 算法模型里面的符号表示: $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n]$ 表示低分辨率图像块矢量, $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n]$ 表示高分辨率图像块矢量, n 表示图像块的数量, $\mathbf{X}_l, \mathbf{Y}_l, l \in (1, 2, \dots, n)$ 表示 \mathbf{X}, \mathbf{Y} 的第 l 个矢量, 维度为 d_1, d_2 , 在这里 $d_1 = d_2$, 即维度相同, $\mathbf{D}_x, \mathbf{D}_y, \mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y$ 表示相应的字典和稀疏系数。由于图像超分辨率的最终目的是为了通过低分辨率图像得到质量更高的高分辨率图像。而字典的好坏对于图像的重建质量至关重要, 所以本文希望通过自适应的聚类方法来提高多字典的精确度。通过图像超分辨率的重建误差最小, 来达到将图像块矢量进行自适应聚类的目的。通过对待分类图像块的重建误差最小来进行分类, 最终每对图像块都唯一地属于其中的一个类, 这个问题可以描述为:

$$\min_{\mathbf{C}, G} \sum_{l=1}^n \sum_{o=1}^O c_{o,l} \|\mathbf{y}_l - G(\mathbf{x}_l)\|^2 \quad (9)$$

式中: $\mathbf{C} = [c_1, c_2, \dots, c_o]$ 表示通过重建误差最小对图像块进行判定类别的标记, 矢量 $c_o \in \{0, 1\}^n$, 如果图像块 l 属于第 o 类, $c_{o,l} = 1$, 否则等于 0; $G(\cdot)$ 表示从低分辨率图像块重建得到高分辨率图像块的相关操作, O 表示分类数

目。对于式(9), 确定图像块所属类别 c_o , 就可以确定 $G(\cdot)$, 反之, 需要知道 $G(\cdot)$, 才能实现自适应分类的目的。对于这样相互依赖的关系, 用迭代法先给定一个初始化分类 c_o , 计算得到 $G(\cdot)$, 然后固定 $G(\cdot)$, 对低分辨率图像块进行重建, 得到相应的高分辨率图像块。最后与原始的高分辨率图像块做差, 根据每个类别的重建误差最小原则, 更新分类结果 c_o 。初始化分类的方法有很多, 如 K-means、随机分类等。得到初始化分类后, 通过式(8)计算每个类别的 $G(\cdot)$, 下面是对这一算法求解过程的简要说明。

式(8)对于 A, D, U 是非凸函数, 但若固定其中 2 项, 则函数就可转化为凸函数, 可将式(8)拆分成 3 个子问题进行求解。求解式(8), 需要对 A, D, U 进行初始化, 利用迭代的方法进行求解。 U 可以简单地初始化为单位矩阵, A, D 的初始化可直接利用一些工具, 如稀疏建模软件(Sparse Modeling Software, SPAMS)^[12], 式(8)可转化为:

$$\begin{cases} \min_{D_x, D_y} \|X - D_x A_x\|_F^2 + \|Y - D_y A_y\|_F^2 \\ \text{s.t. } \forall i \|d_{x,i}\|_2 \leq 1, \|d_{y,i}\|_2 \leq 1 \end{cases} \quad (10)$$

式(10)是一个二次约束二次优化(Quadratically Constrained Quadratic Program, QCQP)问题, 采用逐个更新字典原子的方法^[13]求解。得到字典 D 之后, 固定 U, D , 求解稀疏编码 A , 式(8)可以转化为:

$$\begin{cases} \min_{A_x} \|X - D_x A_x\|_F^2 + \lambda \|A_x\|_1 + \gamma \|A_x - U_x^{-1} P_y\|_F^2 \\ \min_{A_y} \|Y - D_y A_y\|_F^2 + \lambda \|A_y\|_1 + \gamma \|A_y - U_y^{-1} P_x\|_F^2 \end{cases} \quad (11)$$

式(11)是一个 l_1 范数问题, 仍然用 SPAMS 进行求解。然后固定 A, D , 求解 U , 式(8)可以转化为:

$$\begin{cases} \min_{U_x^{-1}} \gamma \|A_x - U_x^{-1} P_y\| + \lambda_R \|U_x^{-1}\|_F^2 \\ \min_{U_y^{-1}} \gamma \|A_y - U_y^{-1} P_x\| + \lambda_R \|U_y^{-1}\|_F^2 \end{cases} \quad (12)$$

式(12)的解的形式为:

$$\begin{cases} U_x^{-1} = A_x P_y^T (P_y P_y^T + (\lambda_R / \gamma) I)^{-1} \\ U_y^{-1} = A_y P_x^T (P_x P_x^T + (\lambda_R / \gamma) I)^{-1} \end{cases} \quad (13)$$

按照上面的更新顺序更新 A, D, U , 直到收敛。在进行重新分类时, 需要对所有低分辨率图像块进行重建。第 o 类训练得到的训练结果, 表示为 A_o, D_o, U_o , 由于高低分辨率的稀疏编码之间存在着映射关系, 所以重建时高分辨力的稀疏编码 $A_{o,y}$ 可以表示为:

$$\tilde{A}_{o,y} = U_y^{-1} U_x \tilde{A}_{o,x} \quad (14)$$

式中 $A_{o,x}$ 表示低分辨率的稀疏编码, 可以表示为:

$$\tilde{A}_{o,x} = \min_{\{A\}} \|X - D_{o,x} A\|_F^2 + \lambda \|A\|_1 \quad (15)$$

最后利用训练图像块的重建误差对图像训练集进行重新分类, 第 o 类字典对图像块 l 的重建误差可以表示为:

$$z_{o,l} = \|y_l - D_{o,y} \tilde{A}_{(o,y) \otimes l}\|^2 \quad (16)$$

对所有高分辨力图像块的重建误差记为 $Z = [z_1, z_2, \dots, z_n]$, $z_i \in R^O$ 表示 O 类字典对图像块 y_l 的 O 个重建误差。然后通过重建误差最小更新 c_o , 对训练集样本进行重新分类, 再按照式(8)进行重新求解。反复如此, 经过 t 次重新分类, 可以获得 t 组训练结果, 每组训练结果都有 O 类稀疏编码、字典和相应的映射关系。

2.2 字典的挑选

2.2.1 训练字典的挑选

重建时仅需要一组训练结果进行图像的超分辨率重建, 所以如何挑选较好的训练结果也是将要面临的挑战。首先重建过程是一个用训练字典近似的过程, 所以不可避免地重建图像块与待重建的图像块之间总存在一定的误差。并且分类过程中某一类的图像块数量总是成千上万, 积累误差可能十分大, 所以通过不断自适应分类减小误差, 更好地逼近原始图像块的方法, 在初始积累误差较大时, 效果显著, 但当误差小于一定阈值, 这个逼近过程就会出现振荡现象。其次, 图像类型各异, 不同图像或相同图像的不同尺寸之间的积累误差差异较大, 进行确定阈值的筛选的鲁棒性很差。第三, 对于不同大小的图像, 重新分类达到最好效果的次数也不尽相同, 无法给出确定的分类次数。针对这些挑战, 需要寻找一种新的标准对训练数据进行挑选。

虽然在重建阶段由于缺少相应的超分辨率图像,无法直接衡量训练结果的重建效果,导致挑选最佳的训练结果变得十分困难,不过多次分类让图像的重建也有了更多选择。注意到在训练过程中,每次分类都是根据各个类别对图像块的重建误差最小来进行分类,并且本文利用图像的自相似性进行超分辨率重建,训练集图像块与输入图像块之间的相似性更高,所以最好的训练结果在所有的训练结果中,重建所有样本的误差和也应该为最小,用公式表示为:

$$\delta_t = \sum_{l=1}^n \sum_{o=1}^O c_{o,l} \| \mathbf{y}_l - \mathbf{D}_{o,y} \tilde{\mathbf{A}}_{(o,y) \otimes l} \|^2 \quad (17)$$

对训练集的 t 组训练结果的重建误差记为 $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_t]$, 通过误差最小来选出最优组训练结果。注意到在重新分类时计算的是全部训练集样本的重建误差,所以式(17)的结果可以很容易得到,并不需要额外的计算,可以将这个过程融入到训练过程中一并完成。

2.2.2 重建字典的挑选

多字典虽然增加了重建图像类型的适应性范围,增强了鲁棒性,但也使得该用哪一对字典对输入的低分辨率图像块进行重建变得十分困难。显然字典对的选择对于图像超分辨率的重建十分重要。重建时由于没有相应的高分辨率图像,往往都用输入图像块和分类质心的欧式距离来对输入图像块进行分类。即输入图像块离哪个分类的质心近,就将该图像块分为这一类。这种方法简单易于理解,但是依赖于类别样本的分布情况。

本文采用 K 最近邻的方法对输入的低分辨率图像块进行分类。通过寻找待重建图像块的 K 个最近样本,计算这 K 个样本的重建误差,基于误差最小原则对待重建图像块进行分类。对于输入的低分辨率图像块 \mathbf{x} , 在训练集样本 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n]$ 中寻找它的 K 个最近样本,可表示为 $N(\mathbf{x}) = \{n_1, n_2, \dots, n_k\}$, $n_k \in \{1, 2, \dots, n\}$ 表示距离输入的低分辨率图像块 \mathbf{x} 的第 K 个最近图像块在训练集样本 \mathbf{X} 中的索引。计算每对字典对这 K 个训练样本的重建误差和,用这个误差来作为评价每个类对输入图像块的重建误差。第 O 类的重建误差可以用公式表示为:

$$e_o = \sum_{k=1}^K \frac{1}{k} z_{o, n_k} \quad (18)$$

式中 $1/k$ 表示均衡系数,用来均衡每个邻域对误差的贡献值。这种方法对靠近类别的边界的图像块十分有用。

2.3 单幅图像的超分辨率重建

在图像超分辨率算法中,一类流行的算法是通过学习外部采集的低分辨率和高分辨率图像对形成的训练集,利用外部图像的先验信息,对输入的低分辨率图像进行重建^[2-4,14]。在图像超分辨率中,这种方法虽然具有普适性,并且也取得了一些很好的效果,但同时也具有一些不可避免的缺点。首先,用来训练的高低分辨率图像集,想要达到较为理想的重建效果,训练集的图像数量规模没有明确的范围。其次,训练集的图像类型构成没有清晰的标准。第三,对确定的训练集,需要一个合适尺寸的高低分辨率字典对,进行准确的表达。最后,对于不同尺寸的图像超分辨率需要重新用复杂的算法对训练集进行学习。

由于图像内部存在冗余性,单幅图像利用图像的自相似性,通过构建输入图像的图像金字塔,来获得一个内部的图像训练集,如图 1 所示。基于内部的训练集和外部的训练集相比,图像之间的相关性更高,并且可以显著改善基于外部训练集的图像超分辨率算法的前 2 个缺点,这类算法取得了较好的超分辨率效果^[10]。

针对缺点三,基于外部训练集的图像超分辨率算法,随着训练集样本的急剧增加,多组字典也难以有效进行表达。单幅图像也含有不同特征类型的信息,而且单幅图像的数量尺寸相对固定,基于单幅图像的训练集,其冗余性更大,所以同样数量和尺寸的多字典可以更好对其进行表达。

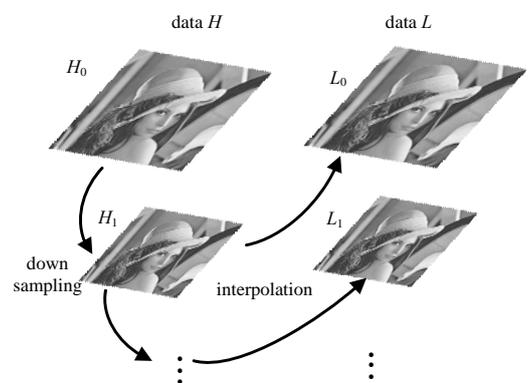


Fig.1 Training set of images
图 1 训练集图像的构成

3 实验分析

在 CDFSL 算法的基础上进行本次实验,由于是单幅图像的超分辨率,输入的低分辨率图像通过双三次插值法下采样得到,采样因子为 2。训练集构成见图 1,由输入的低分辨率图像 H_0 连续下采样作为训练集的高分辨率图像,相应的低分辨率图像则由下一级的高分辨率图像上采样得到,采样因子均为 2,高低分辨率图像产生的图

像块为 5×5 的像素大小。而高低分辨力字典原子的数量 $k_1=k_2=256$ 。规则项参数设置为 $\lambda=\gamma=0.01, \lambda_R=0.001$ ，图像分类的类别数 $O=4$ ，重建时搜索的领域 $K=16$ 。

将本文的算法与双三次插值、Zeyde、全局回归(Global Regression, GR)、CDFSL 进行对比实验。对比试验中字典的大小统一为 256，放大系数为 2，Zeyde,GR 的实验用固定邻域回归(Anchored Neighborhood Regression, ANR)^[4]提供的代码进行，实验结果见表 1。

表 1 不同超分辨力算法在 PSNR 数值上的对比
Table1 Comparison of different super resolution algorithms based on PSNR

	Room	River	Boat	Baby_GT	Barbara	Hat	Coastguard	Leaves	Ppt3	Raccoon
Bicubic	35.69	35.91	33.76	40.39	34.31	36.49	33.69	32.13	35.97	35.10
Zeyde	36.27	36.68	34.21	41.30	35.04	37.37	34.28	33.88	36.96	35.78
GR	36.22	36.61	33.95	41.48	35.07	37.02	34.35	32.96	36.06	36.02
CDFSL	36.20	36.63	34.43	41.30	34.70	37.71	34.10	34.46	37.75	35.79
proposed	36.35	36.68	34.50	41.38	34.91	37.82	34.17	34.97	37.83	35.92

与其他算法通过 10 幅图像的 PSNR 进行对比，可以看到在 PSNR 的数值上本文方法都有较大的提高。随后又在更多的图片上进行了测试，与单独使用全耦合稀疏学习算法的方法相比，在大部分的图片中都取得了很好的效果。注意到用稀疏的方法进行超分辨力重建的过程是一个近似逼近的过程，当近似逼近的误差较小时，本文的方法提升的效果并不明显，这是合理的。本文方法是一种在普遍程度上都可以达到较小近似误差的方法。所以本文方法在于提高了字典的表达精确度，较好地保持了原图的大部分信息，与其他方法相比，降低了图像的失真度，并且使用更为宽松的稀疏映射关系对图像进行重建，从而获得了较好的表现效果，见图 2~图 3。

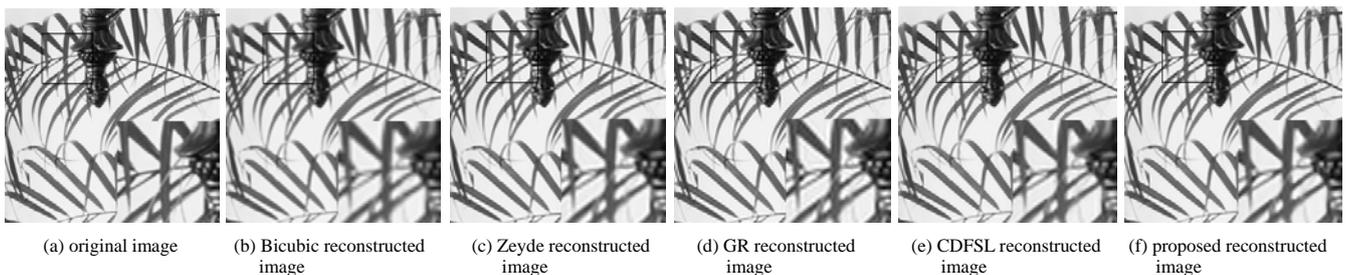


Fig.2 Local magnified image of Leaves
图 2 Leaves 的局部放大图像

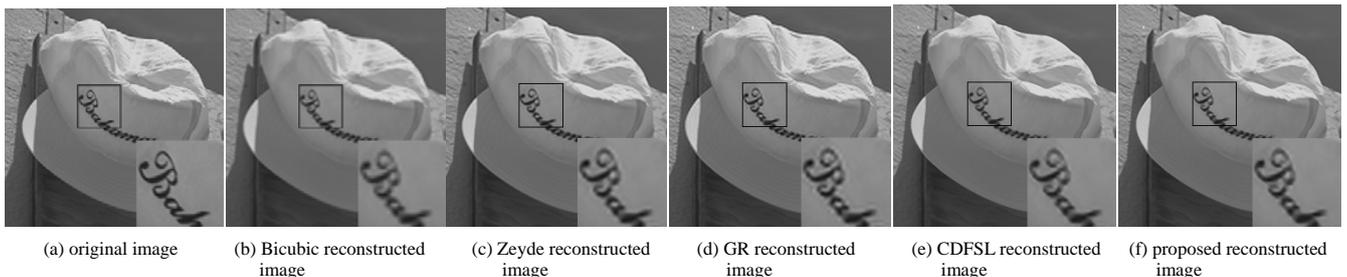


Fig.3 Local magnified image of Hat
图 3 Hat 的局部放大图像

4 结论

在自相似和稀疏理论的基础上，经过多次自适应聚类、训练和挑选得到一组精确度较高的字典，然后用映射关系更为宽松的全耦合稀疏学习的算法进行图像的超分辨力重建。随后与其他的现在流行的图像超分辨力算法进行了对比实验。从实验结果来看，本文方法的确达到了得到更好字典的目的，再加上采用更加包容的稀疏编码映射关系，在 PSNR 指标上有较好的表现。

参考文献：

- [1] THVENAZ P,BLU T,UNSER M. Image interpolation and resampling[J]. Handbook of medical imaging, 2000,87(3):393-420.

- [2] YANG J,WRIGHT J,HUANG T S,et al. Image super-resolution via sparse representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010,19(11):2861–2873.
- [3] ZEYDE R,ELAD M,PROTTET M. On single image scale-up using sparse-representations[C]// International Conference on Curves and Surfaces. [S.l.]:Springer, 2010:711–730.
- [4] TIMOFTE R,DE V,GOOL L V. Anchored neighborhood regression for fast example-based super-resolution[C]// 2013 IEEE International Conference on Computer Vision. Sydney,NSW,Australia:IEEE, 2013:1920–1927.
- [5] DAI D,TIMOFTE R,GOOL L V. Jointly optimized regressors for image super-resolution[J]. Eurographics, 2015,34(2):95–104.
- [6] ZHANG K,TAO D,GAO X,et al. Learning multiple linear mappings for efficient single image super-resolution[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015,24(3):846–861.
- [7] AHARON M,ELAD M,BRUCKSTEIN A. K-SVD:an algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006,15(11):4311–4322.
- [8] YANG X,LIU K,GAN Z,et al. Multiscale and multitopic sparse representation for multisensor infrared image superresolution[J]. Journal of Sensors, 2016:1–14. doi:10.1155/2016/7036349.
- [9] WANG S,ZHANG L,LIANG Y,et al. Semi-coupled dictionary learning with applications to image super-resolution and photo-sketch synthesis[C]// IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Providence,RI,USA:IEEE, 2012: 2216–2223.
- [10] HUANG D A,WANG Y C F. Coupled dictionary and feature space learning with applications to cross-domain image synthesis and recognition[C]// IEEE International Conference on Computer Vision. Sydney,NSW,Australia:IEEE, 2013:2496–2503.
- [11] 王燕霞,张弓. 一种改进的用于稀疏表示的正交匹配追踪算法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2012,10(5):579–583. (WANG Yanxia,ZHANG Gong. An improved orthogonal matching pursuit algorithm for sparse representation[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2012,10(5):579–583.)
- [12] MAIRAL J,BACH F,PONCE J,et al. Online dictionary learning for sparse coding[C]// 2009 International Conference on Machine Learning. Montreal,Quebec,Canada:ACM, 2009:689–696.
- [13] YANG M,ZHANG L,YANG J,et al. Metaface learning for sparse representation based face recognition[C]// 2010 17th IEEE International Conference on Image Processing(ICIP). Hong Kong,China:IEEE, 2010:1601–1604.
- [14] SCHULTER S,LEISTNER C,BISCHOF H. Fast and accurate image upscaling with super-resolution forests[C]// 2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Boston,MA,USA:IEEE, 2015:3791–3799.

作者简介:



胡明明(1990–), 男, 河南省平顶山市人, 硕士, 主要从事稀疏表示、图像超分辨率方面的研究.email:1475969412@qq.com.

杨晓敏(1980–), 女, 四川省广安市人, 副教授, 主要从事图像处理、机器学习等理论与技术研究.email:arielyang@scu.edu.cn.

吴 炜(1975–), 男, 四川省宜宾市人, 教授, 博士生导师, 主要从事图像处理、机器学习等理论和技术研究.

Gwanggil Jeon(1978–), 男, 韩国人, 教授, 博士生导师, 主要从事图像处理、机器学习等理论和技术研究.

袁 皓(1980–), 男, 西安市人, 硕士, 助理研究员, 主要从事软件工程、网络安全、资源管理系统等理论和技术研究.