

文章编号: 2095-4980(2018)03-0541-06

一维均匀掺杂突变 PN 结伽马剂量率辐射解析模型

赵珩尧, 黄清华, 代刚, 李顺, 梁堃

(中国工程物理研究院 电子工程研究所, 四川 绵阳 621999)

摘要: 研究硅基半导体集成电路最基本结构之一 PN 结的伽马剂量率辐射模型, 阐明 PN 剂量率辐射模型的重要意义。根据半导体物理基本方程, 推导计算出在剂量率辐射下一维均匀掺杂突变 PN 结光电流响应的解析解模型, 根据解析解, 在不同参数下用 Mathematica 作图观察, 并与计算机辅助设计技术(TCAD)数值模拟仿真结果对比, 验证解析解的正确性; 最后基于解析解, 通过分析剂量率、偏压、PN 结几何尺寸、掺杂浓度、载流子扩散系数、少子寿命等参数对稳态光电流的影响, 提出一个更方便工程计算的稳态光电流模型。

关键词: PN 结; 剂量率; 光电流; 解析解; 计算机辅助设计技术; 模型

中图分类号: TN386

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA201803.0541

The gamma dose rate radiation model of one-dimensional uniform doping abrupt PN junction based on the analytic solution

ZHAO Hengyao, HUANG Qinghua, DAI Gang, LI Shun, LIANG Kun

(Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang Sichuan 621999, China)

Abstract: The gamma dose rate radiation model of PN junction which is the fundamental structure of integrated circuit is studied. Firstly, the importance of the PN junction dose rate radiation model is explained. Then, the analytic model of the photocurrent response of one-dimensional uniform doping abrupt PN junction is calculated based on the equation of semiconductor physics. Photocurrent response with different parameters is drawn by Mathematica according to the analytic solution. Results are compared with Technology Computer Aided Design(TCAD) numerical simulation so as to confirm the correction of analytic solution. Finally, through the analysis of the effect of dose rate, bias, PN junction geometry, doping concentration, diffusion coefficient, minority carrier lifetime on steady-state photocurrent, a new model is put forward to calculate the steady-state photocurrent, which could be much more convenient for engineering calculation.

Keywords: PN junction; dose rate; photocurrent; analytic solution; Technology Computer Aided Design; model

现代硅基半导体微电子技术广泛用于信号处理、数据存储、自动化控制等各个领域, 其传统的技术指标, 如速度、功耗、噪声, 已在各种应用方面取得了长足的进步。现今需要研究集成电路的另一项技术指标——抗剂量率辐射性能^[1-3]。但目前数字、模拟集成电路的仿真软件——Synopsys, Cadence 中并没有辐射模型。一些高性能的半导体器件仿真软件, 如计算机辅助设计技术(TCAD), 可以通过数值求解偏微分方程组的方法来分析瞬时电离辐射效应, 但需要计算机花费大量的时间来完成, 只能做器件级与小规模电路的仿真。建立半导体器件的剂量率辐射模型, 嵌入各种电路仿真软件中, 可以大大缩短研发周期, 减少流片试验次数, 节约成本等, 是设计抗剂量率辐射集成电路的基础。2005 年 LIU H. Y. 等提出了基于 Honeywell 0.15 μm SOI 工艺的 MOSFET 在无外加偏置电压情况下的剂量率辐射模型^[1], 该模型基于子电路建模方法, 使用 PN 结的紧凑模型得到。在无偏置情况下, SOI(Silicon-On-Insulator) MOS(Metal Oxide Semiconductor)剂量率辐射模型是由其源体 PN 结与漏体 PN 结模型组成。实际上, 在集成电路中, PN 结是产生光电流的基本单位, 许多器件的剂量率辐射模型均可由它构成。为得到准确的紧凑模型, 本文从基本半导体物理方程推导 PN 结光电流响应的解析解模型。

收稿日期: 2016-11-30; 修回日期: 2017-02-08

1 伽马剂量率辐射下一维均匀掺杂突变 PN 结光电流响应解析解模型

分析非耗尽区非平衡载流子运动, 可得^[2]:

$$J_{\text{total}}(t) = J_p(t) + J_{\text{dep}}(t) + J_n(t) \quad (1)$$

式中: $J_{\text{total}}(t)$ 表示 PN 总的光电流密度; $J_p(t)$ 表示 N 型非耗尽区(耗尽区附近)非平衡空穴产生的光电流密度; $J_{\text{dep}}(t)$ 表示耗尽区非平衡载流子产生的光电流密度; $J_n(t)$ 表示 P 型非耗尽区(耗尽区附近)非平衡电子产生的光电流密度。

1.1 非耗尽区光电流

非耗尽区光电流主要由非耗尽区非平衡载流子的扩散运动与漂移运动形成。图 1 为一维均匀掺杂突变 PN 结示意图, 其中 N 型耗尽区与非耗尽区边界为坐标原点。

根据泊松方程, 分析非耗尽区的电场强度:

$$-\nabla^2 \psi = \nabla \cdot \mathbf{D} = \nabla \cdot (\epsilon_s \mathbf{E}) = q(p - n + N_D - N_A) \quad (2)$$

式中: ψ 为某一点的静电势; \mathbf{D} 为电位移矢量; \mathbf{E} 为电场强度; ϵ_s 为硅介电常数; p, n, N_D, N_A 分别为空穴、电子、施主杂质、受主杂质浓度; q 为元电荷电量。假设受到剂量率辐射的器件在其任意区域内非平衡空穴数目等于非平衡电子数目, 此时 N 型非耗尽区任意一点电场强度的散度为零, 即在中性近似下, 可将非耗尽区电场强度视为恒场。

根据与电流相关的 2 个方程——输运方程与连续性方程, 分析电流密度^[4]:

$$J_p = q\mu_p p \mathbf{E} - qD_p \nabla p \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_p - \frac{p}{\tau_p} + g \quad (4)$$

式中: μ_p 为空穴迁移率; D_p 为空穴扩散系数; τ_p 为非平衡空穴寿命; g 为空穴生成率, $g = \gamma g_0$, g_0 为硅中电子空穴生成率, 大小约为 $4 \times 10^3 / \text{cm}^3 / \text{rad}^{[5]}$, γ 为剂量率, 由于 γ 射线的强穿透力, 可将整个器件区域内电子空穴对生成率都设为 g 。将两式合并可得:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \cdot (p\mu_p \mathbf{E} - D_p \nabla p) - \frac{p}{\tau_p} + g \quad (5)$$

由于 \mathbf{E} 为恒量, 如果考虑一维 PN 结的情况, 上式可写为:

$$p_t = D_p p_{xx} - \mu_a \mathbf{E} p_x - \frac{p}{\tau_p} + g, \quad 0 \leq x \leq L_1, t > 0 \quad (6)$$

式中: L_1 为 N 型非耗尽区长度; p_t 为空穴浓度对 t 的偏导数; p_x 为空穴浓度对 x 的偏导数。令

$$p(x, t) = b(x, t) e^{ax} \quad (7)$$

式中 $a = \mu_p \mathbf{E} / 2D_p$, 消去对 x 的一阶偏导数, 有:

$$b_t = D_p b_{xx} - (Da^2 + \frac{1}{\tau_p}) b + g e^{-ax} \quad (8)$$

在欧姆电极处, 由于复合中心浓度极高, 可以假设非平衡空穴到达此处立刻被复合。

$p(L_1, t) = 0$, 在耗尽区边界, 由于耗尽区中强大的电场, 可以假设非平衡空穴到达此处立刻被电场“抽走”, 同样有 $p(0, t) = 0$, 根据边界条件做奇延拓, 用傅里叶级数来求解方程^[6-7], 得:

$$\frac{d}{dt} B_n(t) + \left[D_p (\alpha_n + a^2) + \frac{1}{\tau_p} \right] B_n(t) = G_n \quad (9)$$

式中: $\alpha_n = n\pi / L_1$; $B_n(t), G_n$ 为 $b(x, t), g$ 的傅里叶级数系数。

不妨设辐射从 $x=0$ 时刻开始, 得到初始条件:

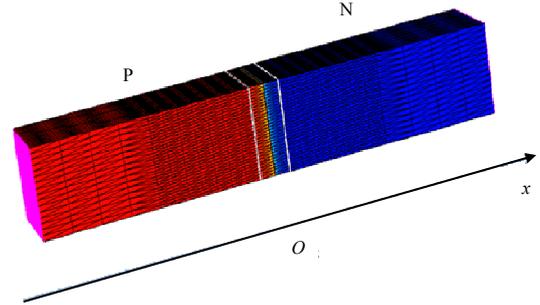


Fig.1 One-dimensional PN junction
图 1 一维 PN 结

$$p(x, 0) = 0 \tag{10}$$

联立式(3)、式(7)、式(9)~(10)可以解出：

$$J_p(t) = \left(q\mu_p pE - qD_p \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = -\frac{2qD_p}{L_1} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n G_n \int_0^t e^{-D_p \left[\left(\alpha_n + a^2 \right) + \frac{1}{\tau_p} \right] (t-\omega)} d\omega \tag{11}$$

这里取 $x=0$ (耗尽区边界)处的电流密度，因为只有到达耗尽区边界而没有被复合的少子，才能越过耗尽区与其成对的多子形成电荷运动环路，从而对光电流有贡献。

1.2 耗尽区光电流

在计算耗尽区的光电流时，需要做4个物理近似：a) 耗尽区内的电场等于外加电压产生的电场与内建电场之和，不受辐照产生的非平衡载流子分布影响；b) 非平衡电子空穴对在受到辐照时立刻生成并马上以漂移速度运动，漂移速度 $v = dx/dt = \mu E_{dep}$ ，非平衡载流子达到耗尽区边界立刻对光电流产生贡献；c) 忽略耗尽区中非平衡载流子的复合；d) 不考虑非平衡载流子对耗尽区空间电荷的影响，简单地认为耗尽区内非平衡电子空穴对空间电荷的影响互相抵消了。在此说明第3个假设，以大尺寸器件分析，如耗尽区宽度约为 10^{-3} cm，而由 a), b) 2个近似又有非平衡载流子在其寿命内平均漂移距离为 $l = v\tau \approx 1$ cm，则 $l \gg 10^{-3}$ ，说明的确可以忽略在耗尽区宽度这段距离内非平衡载流子的复合。基于以上4个物理近似，可以给出耗尽区光电流密度的表达式：

$$J_{dep} = \begin{cases} qg\mu E_{dep}t = qg_0\gamma\mu E_{dep}t, & t < \frac{W}{\mu E_{dep}} \\ qgW = qg_0\gamma W, & t \geq \frac{W}{\mu E_{dep}} \end{cases} \tag{12}$$

式中 W 为耗尽区宽度。在这里必须指出，对于更大尺寸的器件(不妨以耗尽区宽度为 0.001 cm 为分界)，式(12)不再适用，但对于微米级以及亚微米级的集成电路与器件，式(12)完全可以提供足够的计算精确度。对于一维均匀掺杂的突变PN结，耗尽区电场强度如图2所示。

分析N型非耗尽区，根据泊松方程有：

$$\frac{dE_{dep}}{dx} = \frac{q}{\epsilon_s} N_D, (-x_n \leq x \leq 0) \tag{13}$$

边界条件为 $E_{dep}(x_n) = 0$ ， x_n 为N型耗尽区宽度，所以有：

$$E_{dep}(x) = \frac{q}{\epsilon_s} (x + x_n) N_D, (-x_n \leq x \leq 0) \tag{14}$$

同理可得P型耗尽区宽度：

$$E_{dep}(x) = \frac{q}{\epsilon_s} (x - x_p) N_A, (0 \leq x \leq x_p) \tag{15}$$

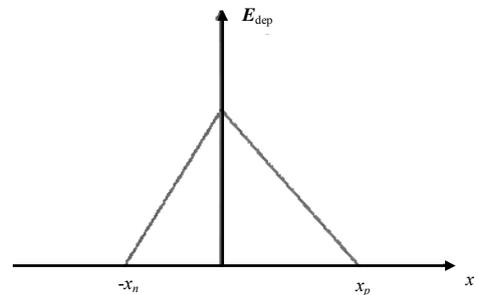


Fig.2 Electric field of depletion area
图2 耗尽区电场

式中 x_p 为P型耗尽区宽度。在 $x=0$ ，电场强度达到最大，记为：

$$E_{max} = \frac{q}{\epsilon_s} N_D x_p = \frac{q}{\epsilon_s} N_A x_n \tag{16}$$

分析整个耗尽区电势有：

$$U_1 + U_{bi} = \int_{-x_n}^{x_p} E_{dep}(x) dx = \frac{1}{2} (x_n + x_p) E_{max} = \frac{\epsilon_s (N_A + N_D)}{2qN_A N_D} E_{max}^2 \tag{17}$$

式中 U_{bi} 为PN结内建电势，对于硅材料，约为 $0.8 \text{ V}^{[8]}$ ， U_1 为外加反偏电压。根据式(16)~(17)有：

$$W = x_n + x_p = \left[\frac{2\epsilon_s (U_{bi} + U_1) (N_A + N_D)}{qN_A N_D} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{18}$$

1.3 PN结总光电流

设光电流从N到P为正，将几部分光电流密度求和可得：

$$J_{\text{total}}(t) = J_p(t) + J_{\text{dep}}(t) + J_n(t) = \begin{cases} \frac{2qD_p}{L_1} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n G_n \int_0^t e^{-D_p \left[(\alpha_n + a^2) + \frac{1}{\tau_p} \right] (t-\omega)} d\omega + qg_0 \gamma \mu E_{\text{dep}} t + \\ \frac{2qD_n}{L_2} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n G_n \int_0^t e^{-D_n \left[(\alpha_n + a^2) + \frac{1}{\tau_n} \right] (t-\omega)} d\omega, \quad t < \frac{W}{\mu E_{\text{dep}}} \\ \frac{2qD_p}{L_1} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n G_n \int_0^t e^{-D_p \left[(\alpha_n + a^2) + \frac{1}{\tau_p} \right] (t-\omega)} d\omega + qg_0 \gamma \left[\frac{2\epsilon_s (U_{\text{bi}} + U_1)(N_A + N_D)}{qN_A N_D} \right]^{\frac{1}{2}} + \\ \frac{2qD_n}{L_2} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n G_n \int_0^t e^{-D_n \left[(\alpha_n + a^2) + \frac{1}{\tau_n} \right] (t-\omega)} d\omega, \quad t \geq \frac{W}{\mu E_{\text{dep}}} \end{cases} \quad (19)$$

式中 L_2 为 P 型非耗尽区长度。

2 TCAD 仿真验证

TCAD 仿真时发现，当掺杂浓度 $N > 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 时，非耗尽区电场强度几乎为零，可以忽略不计，外加电压全部降落在耗尽区。仿真时采用恒定长 γ 脉冲辐射器件，根据不同的器件尺寸、剂量率大小、掺杂浓度，进行多组实验，观察其光电流响应曲线。然后根据解析解式(19)，在 Mathematica 中做出相应光电流响应曲线进行对比，结果发现 2 种曲线拟合良好，光电流达到稳定状态所需时间基本相同，解析解稳态光电流与 TCAD 稳态光电流比较，最大误差不超过 5%。图 3 为相同器件参数下，TCAD 仿真与理论计算 2 种光电流响应曲线，器件参数如表 1 所示。

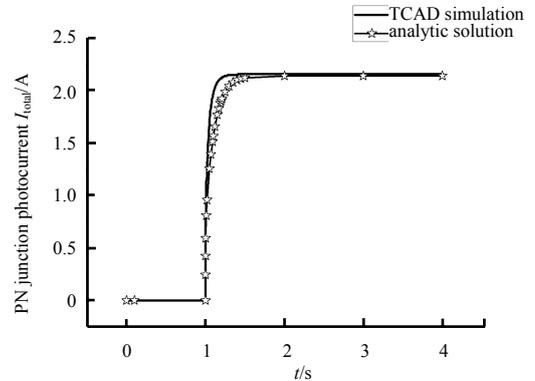


Fig.3 Photocurrent response of calculation and simulation
图 3 计算与仿真光电流响应

表 1 PN 结参数
Table1 Parameters of PN junction

dose rate /(rad/s)	reverse bias voltage/V	N type area concentration /cm ³	P type area concentration /cm ³	N type undepletion length/ μm	P type undepletion length/ μm	N diffusion coefficient /(cm ² /s)	P diffusion coefficient /(cm ² /s)	minority carrier lifetime/s
10 ⁹	1	10 ¹⁶	10 ¹⁶	3	3	11.2	35	2×10 ⁻⁵

从图中可以看出 2 种曲线基本重合，说明了理论计算的准确性与计算时所作物理近似的合理性。

3 稳态光电流模型

上面的理论推导得出了一种较为精确的一维均匀掺杂突变 PN 结剂量率辐射下光电流响应的解析解模型。但通过解析解计算光电流响应仍十分复杂，几乎不可能用手工计算得到。在研究长 γ 脉冲辐射时，许多工程应用仅需要光电流稳定时的大小，并不关心它是以何种方式、速率达到稳定的。故本节研究稳态光电流，分析得到一个方便工程计算的稳态光电流模型。

根据耗尽区光电流的解析解，可得耗尽区稳态光电流密度表达式：

$$J_{\text{dep1}} = 6.4 \times 10^{-10} \gamma L_{\text{dep}} \quad (20)$$

式中 L_{dep} 为耗尽区长度，单位为 μm 。下面分析非耗尽区稳态光电流。通过观察非耗尽区光电流解析式(11)发现，影响光电流的参数有：剂量率大小 γ 、器件尺寸 L 、载流子扩散系数 D 、少子寿命 τ 、非耗尽区电场强度 E 。由于 TCAD 仿真时发现当掺杂浓度 $N > 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 时，非耗尽区电场强度几乎为 0，故不再考虑 E 的影响。而剂量率大小与光电流从解析式中很容易看出为成正比关系。所以主要分析器件尺寸 L 、载流子扩散系数 D 、少子寿命 τ 对非耗尽区稳态光电流的影响。

在 Mathematica 中计算发现,当扩散系数从 $10 \text{ cm}^2/\text{s}$ 变化至 $50 \text{ cm}^2/\text{s}$ 时,稳态光电流变化不超过 0.1%。同样,对于少子寿命从 10^{-4} s 变化至 10^{-6} s 时,稳态光电流变化不超过 0.9%。所以,在计算稳态光电流时,忽略扩散系数、少子寿命变化带来的影响,将它们视为常数。计算各种器件尺寸下,非耗尽区的稳态光电流的大小时发现,当器件尺寸 $L < 100 \mu\text{m}$ 时,有如下关系式:

$$J_{\text{undep}} = 3.2 \times 10^{-10} \gamma \times L_{\text{undep}} \quad (21)$$

式中 L_{undep} 为非耗尽区长度,单位为 μm 。并且还发现对于微米及其以下量级的 PN 结, L_{undep} 每减小 1 个数量级,达到稳态所需的时间约减小 2 个数量级。当器件尺寸 $L > 1 \text{ cm}$ 时,光电流不随 L 的增加而增大,此时与此器件尺寸无穷大等效,这便是 1964 年 Wirth 与 Rogers 提出的著名的“infinite model”^[9]。图 4 为器件尺寸与稳态光电流的线性坐标曲线与对数坐标曲线。

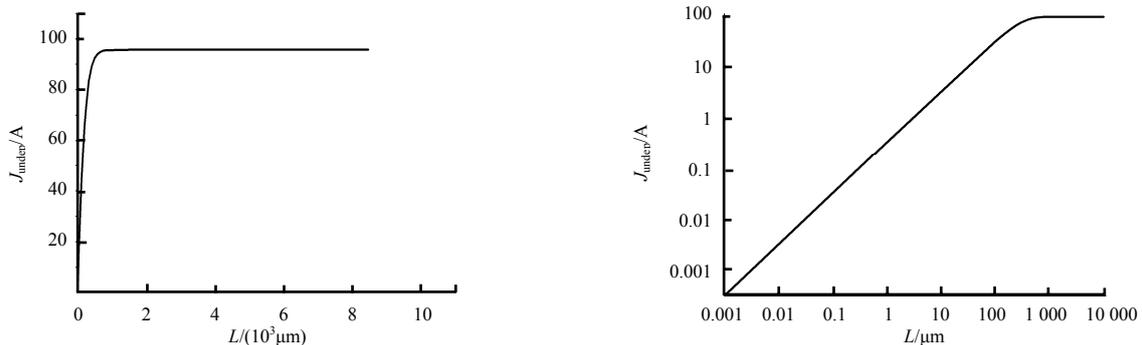


Fig.4 Relationship between device size and steady-state photocurrent

图4 器件尺寸与稳态光电流关系

所以,对于尺寸在 $100 \mu\text{m}$ 以下量级 PN 结,可以得到如下近似的稳态光电流模型:

$$J_{\text{total}} = J_{\text{undep}} + J_{\text{dep}} = 3.2 \times 10^{-10} \gamma L_{\text{undep}} + 6.4 \times 10^{-10} \gamma L_{\text{dep}} \quad (22)$$

4 结论

本文根据半导体基本物理方程推导出了一维均匀掺杂的突变 PN 结剂量率辐射下光电流响应的解析解模型,并基于解析解提出了一种新的计算稳态光电流的模型,为建立 MOS 晶体管的剂量率辐射模型打下基础。

参考文献:

- [1] LIU H Y, GOLKE K W, LIU S T. A new dose rate model for SOI MOSFETs and its implementation in SPICE[C]// 2015 IEEE International SOI Conference. Honolulu, HI, USA: IEEE, 2015: 112-113.
- [2] WUNSCH T F, AXNESS C L. Modeling the time-dependent transient radiation response of semiconductor junctions[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1993, 39(6): 2158-2169.
- [3] FJELDLY T A, DENG Yanqing, SHUR M S, et al. Modeling of high-dose-rate transient ionizing radiation effects in bipolar devices[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 2001, 48(5): 1721-1730.
- [4] 刘恩科, 朱秉升, 刘晋生. 半导体物理学[M]. 7版. 北京: 电子工业出版社, 2011. (LIU Enke, ZHU Bingsheng, LIU Jinsheng. The physics of semiconductors[M]. 7th ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2011.)
- [5] ALEXANDER D R. Transient ionizing radiation effects in devices and circuits[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 2003, 50(3): 565-582.
- [6] AXNESS C L, KERR B, KEITER E R. Analytic 1D PN junction diode photocurrent solutions following ionizing radiation and including time-dependent changes in the carrier lifetime from a nonconcurrent neutron pulse[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 2010, 57(6): 3314-3321.
- [7] VERLEY J C, KEITER E R, HEMBREE C E. A new time-dependent analytic compact model for radiation-induced photocurrent in epitaxial structures[C]// IEEE International Conference on Simulation of Semiconductor Processes and Devices. Glasgow, UK: IEEE, 2013: 228-231.
- [8] 陈星弼, 张庆中, 陈勇. 微电子器件[M]. 3版. 北京: 电子工业出版社, 2011. (CHEN Xingbi, ZHANG Qingzhong, CHEN Yong. The microelectronics devices[M]. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2011.)

- [9] WIRTH J L, ROGERS S C. The transient response of transistors and diodes to ionizing radiation[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1964, 11(5):24-38.

作者简介:



赵珩尧(1989-), 男, 四川省绵阳市人, 硕士, 主要研究方向为半导体器件辐射效应模型. email: 395292165@qq.com.

黄清华(1974-), 男, 江西省九江市人, 研究员, 主要研究方向为半导体材料器件辐射效应.

代刚(1984-), 男, 四川省绵阳市人, 副研究员, 主要研究方向为高压半导体器件.

李顺(1986-), 男, 安徽省岳西市人, 助理研究员, 主要研究方向为半导体器件辐射效应模型.

梁莹(1988-), 女, 山西省大同市人, 助理研究员, 主要研究方向为半导体器件辐射效应模型.

(上接第 534 页)

- [17] WANG S L, ZHANG L, LIANG Y, et al. Semi-coupled dictionary learning with applications to image super-resolution and photo-sketch synthesis[C]// IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Providence, RI, USA: IEEE, 2012: 2216-2223.
- [18] YANG J C, WANG Z W, LIN Z, et al. Bilevel sparse coding for coupled feature spaces[C]// IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington, D C, USA: IEEE, 2012: 2360-2367.

作者简介:



沈志伟(1990-), 男, 湖北省黄冈市人, 在读硕士研究生, 主要研究方向为稀疏表示、图像超分辨率. email: 1663767953@qq.com.

杨晓敏(1980-), 女, 四川省广安市人, 博士, 副教授, 主要研究方向为图像处理、机器学习等理论和技术.

胡明明(1990-), 男, 河南省平顶山市人, 在读硕士研究生, 主要研究方向为稀疏表示、图像超分辨率.

吴炜(1975-), 男, 四川省宜宾市人, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为图像处理、机器学习等理论和技术.