

文章编号: 2095-4980(2019)02-0258-05

## 频率选择表面等效电路的计算与分析

王义富

(中国西南电子技术研究所, 四川 成都 610036)

**摘要:** 提出一种利用全波数值计算和等效电路理论反演介质中频率选择表面(FSS)等效电路的方法。该方法物理过程直观, 适用于任意形状FSS等效电路的精确求解。采用经典方环型FSS, 验证该等效电路提取方法的可行性。最后采用该方法研究圆形缝隙型FSS结构尺寸、介质材料以及电磁波入射角对其等效电路参数的影响规律, 为后续FSS等效电路研究及快速设计奠定理论基础。

**关键词:** 频率选择表面; 等效电路; 圆形缝隙; 电容; 电感

中图分类号: TN702

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA201902.0258

## Calculation and analysis of equivalent circuit for Frequency Selective Surface

WANG Yifu

(Southwest China Institute of Electronic Technology, Chengdu Sichuan 610036, China)

**Abstract:** A method for retrieving the equivalent circuit model of Frequency Selective Surface(FSS) in substrate is proposed by using the full wave numerical calculation and equivalent circuit theory. It not only has the advantage of easy physical process, but also can be applied to calculating the equivalent circuit of arbitrarily shaped FSS. In order to validate the feasibility of the proposed method, the equivalent circuit of classical square ring FSS is studied. Finally, the circular slot FSS is utilized to investigate the influence of FSS structural parameters, substrate and the angle of incident wave on the equivalent circuit parameters by the proposed method. It lays a theoretical foundation for the study of the follow-up equivalent circuit of FSS and its rapid design.

**Keywords:** Frequency Selective Surface(FSS); equivalent circuit model; circular slot; capacitance; inductance

频率选择表面(FSS)由周期性排列的金属贴片单元或金属屏上周期性排列的开孔单元构成, 因其空间频率选择滤波特性, 在滤波器、极化器、吸波器、多频反射面天线以及隐身天线罩等方面具有重要应用<sup>[1-2]</sup>。FSS 分析和设计方法是 FSS 研究的重要内容, 目前, FSS 分析方法主要有模式匹配法<sup>[3]</sup>、谱域法<sup>[4]</sup>、数值法<sup>[5-6]</sup>(有限元、矩量法等)以及等效电路法<sup>[7-9]</sup>。模式匹配法、谱域法和数值法是一种全波分析方法, 可得到较为准确的 FSS 分析结果, 但物理理论复杂, 计算量大, 导致计算过程耗时, 设计者无法洞察 FSS 背后物理过程, 使得设计过程缺乏理论指导。相比之下, 等效电路分析方法物理意义明确, 分析过程直观简洁, 对于 FSS 的快速分析和设计具有重要的指导意义<sup>[10-11]</sup>。

针对一些典型的 FSS 结构, 科学家们采用严格电磁理论发展了 FSS 等效电路的理论计算方法, 如耶路撒冷结构<sup>[7]</sup>、方环结构<sup>[12]</sup>和贴片单元<sup>[13]</sup>。然而, 基于理论推导的 FSS 等效电路模型存在如下不足: a) 是一种近似分析方法<sup>[11]</sup>, 计算结果精确度有待提高; b) 适用性存在局限, 只适用于一些简单特殊 FSS 单元结构(如矩形、环形、栅条等); c) 无法评估 FSS 附着介质材料以及电磁波入射角等参数对其等效电路参数的影响。随着工程技术的发展, 对 FSS 的性能要求越来越高, 多层 FSS 成为工程应用的发展趋势。而在多层 FSS 设计中, 要求精确到每层任意图案的等效电路参数<sup>[14-15]</sup>。因此, 开展任意形状 FSS 等效电路的精确计算并分析结构、介质材料以及电磁波入射角对其等效电路的影响非常有意义。

基于以上思想, 本文提出了一种基于全波数值计算和等效电路理论相结合精确反演介质中任意结构形状 FSS 等效电路的方法。详细分析了圆环形 FSS 结构参数、介质材料以及电磁波入射角等对其等效电路参数的影

响规律。该方法适用于任意形状二维 FSS 结构, 物理过程直观, 且计算结果准确性高, 为多层 FSS 快速设计以及精确分析奠定了技术基础。

### 1 FSS 等效电路理论及其计算方法

#### 1.1 等效电路模型

FSS 的等效电路模型先由 Anderson 提出<sup>[7]</sup>, 受到 Langley 和 parker 等的深入研究而得到发展<sup>[9,16]</sup>。在该模型中, 无限大周期性 FSS 单元可等效成并联的集总元件, 入射电磁波与 FSS 的相互作用可表示成传输线(含电容、电感等)的传输波。对于 FSS 阵列的导电细线结构, 其等效为电容或电感取决于入射波电场是垂直还是平行于金属细线<sup>[16]</sup>。实际上, FSS 是一种空间滤波器。按照滤波特性, 可分为高通、高通、带阻和带通 FSS。其典型结构为贴片型、栅格型、环形和缝隙型 FSS 单元结构。

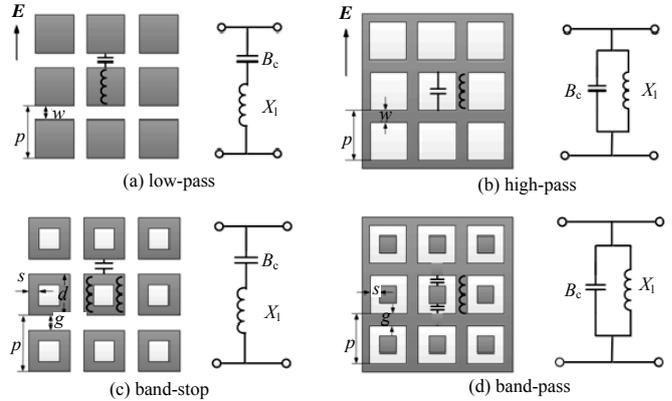


Fig.1 Four different types FSS and their equivalent circuits  
图 1 4 种不同 FSS 单元形式及其等效电路

在入射波交变电场作用下, FSS 单元可等效成电容和电感的串并联组合。以典型方形贴片 FSS 为例, 设入射波电场沿垂直方向垂直入射到 FSS 阵列上, 其在入射波交变电场作用下, 相邻贴片 FSS 边缘产生感应交变电荷聚集, 故 FSS 边缘可等效成电容, 贴片自身在交变磁场作用下可等效成电感, 则贴片 FSS 可等效为电容和电感的串联。同理, 可得到其他 3 种 FSS 单元形式的等效电路, 如图 1 所示。

#### 1.2 FSS 等效电路的精确计算方法

对于介质中单层 FSS, 可采用电路理论进行等效。根据传输线理论, 介质材料可等效成串联传输线, 而 FSS 可等效成并联导纳。设 FSS 左右侧介质介电常数为  $\epsilon_{r1}$  和  $\epsilon_{r2}$ , 厚度为  $d_1$  和  $d_2$ , FSS 等效导纳为  $Y_{FSS}$ , 则其等效电路可表示为左侧传输线、FSS 电路以及右侧传输线的网络级联, 如图 2 所示。

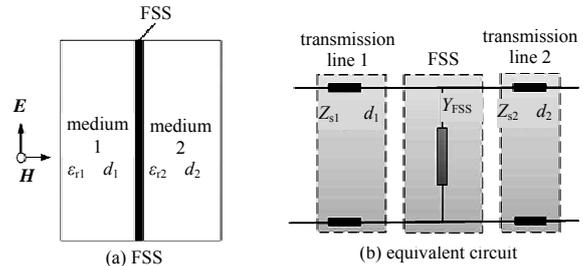


Fig.2 Model of FSS in substrate and its equivalent circuit  
图 2 介质中 FSS 模型及其等效电路

根据以上 FSS 电路模型, 即可得到 FSS 独立等效电路参数。基本思想为: 由全波数值仿真计算获得 FSS 和介质的整体散射矩阵  $S$ , 再根据散射矩阵  $S$  与传输矩阵 ( $ABCD$  矩阵)转换关系以及传输矩阵级联特性, 得到 FSS 的导纳  $Y_{FSS}$  及其等效电容和电感。

设由  $S$  矩阵转换得到的传输矩阵为  $A$ , 介质 1、介质 2 和 FSS 传输矩阵分别为  $A_{s1}, A_{s2}$  和  $A_{FSS}$ 。由传输矩阵的级联特性, 可得:

$$A = A_{s1} A_{FSS} A_{s2} \tag{1}$$

式中介质级联矩阵可参考文献[7]。由式(1)可反求得到 FSS 的传输矩阵  $A_{FSS}$ :

$$A_{FSS} = A_{s1}^{-1} A A_{s2}^{-1} \tag{2}$$

再由传输矩阵与阻抗矩阵或导纳矩阵的转换关系<sup>[17]</sup>, 可得到 FSS 的阻抗或导纳。

如 FSS 等效为电感  $L$  和电容  $C$  的串联, 则串联阻抗为:

$$Z_{FSS} = j2\pi fL + \frac{1}{j2\pi fC} \tag{3}$$

若 FSS 等效为电感  $L$  和电容  $C$  的并联, 其并联导纳为:

$$Y_{FSS} = \frac{1}{Z_{FSS}} = j2\pi fC + \frac{1}{j2\pi fL} \tag{4}$$

可任意取 2 个频率点, 利用式(3)和式(4), 分别求出串联电路或并联电路的等效电容  $C$  和电感  $L$ 。

#### 1.3 FSS 等效电路反演方法准确性验证

采用上述等效电路反演方法, 求解典型方环 FSS 结构的等效电路参数, 并与理论结果进行对比, 验证等效

电路反演方法的准确性。取方环 FSS 的周期  $p=5\text{ mm}$ ，间隙  $g=0.25\text{ mm}$ ，方环宽度  $s=0.5\text{ mm}$ ，方环 FSS 两侧为空气，其介电常数为  $\epsilon_{r1}=\epsilon_{r2}=1$ ，厚度均为  $1\text{ mm}$ 。方环型 FSS 可等效成电容  $C_r$  与电感  $L_r$  的串联，如图 1(c)所示。由文献[10]可求得  $C_r=68.5\text{ fF}$ ， $L_r=1\ 120\text{ pH}$ 。而采用本文的 FSS 等效电路反演方法，可求得等效电容  $C_{\text{eff}}=69.4\text{ fF}$ ，等效电感  $L_{\text{eff}}=1\ 120\text{ nH}$ 。可以发现，2 种不同方法计算的等效电容和等效电感值基本一致。

图 3 为 FSS 理论计算方法以及本文方法得到的阻抗  $Z_s$ 、容抗  $X_c$  和感抗  $X_l$  对比曲线。由图可知，2 种不同方法计算得到方环的容抗和感抗重合度均很好。证明了等效电路模型及其求解方法的准确性。

### 2 FSS 等效电路参数研究

圆形缝隙 FSS 是一种常见的具有带通滤波特性的周期性结构，由于极化一致性好，应用较为广泛。从现有公开文献看，圆形缝隙 FSS 的等效电路无法采用理论计算进行求解。本节将以圆形缝隙 FSS 为例，精确计算其等效电路参数，并分析缝隙结构参数、介质材料以及电磁波入射角度对其等效电路参数的影响规律。

#### 2.1 FSS 结构参数

FSS 的等效电路参数与 FSS 图案的结构尺寸密切相关。FSS 等效电容可采用静电学平板电容器原理进行分析。平板电容器电容正比于板面积和填充材料的介电常数，反比于板间距。由此可推断 FSS 等效电容不仅与 FSS 结构尺寸密切相关，还易受介质材料的影响。

为研究 FSS 电路参数随 FSS 结构参数的变化规律，固定圆形缝隙 FSS 周期  $p=6\text{ mm}$ ，FSS 两侧分别为厚度  $h_1=h_2=1\text{ mm}$  的介质材料，材料参数为  $\epsilon_{r1}=\epsilon_{r2}=3.5$ 。

图 4 为 FSS 等效电路参数随缝隙间距  $g$  以及缝隙直径  $d$  的变化曲线。不难发现，等效电容  $C$  随间隙  $g$  的增大而变小，而电感随间隙  $g$  的增大而增大。同理，可以看出电容和电感分别随缝隙直径  $d$  的增大而减小和增大。可知 FSS 结构尺寸对其等效电容和电感的影响非常大，是等效电路参数的主要调控物理量。

#### 2.2 介质材料

FSS 等效电路除了与其结构参数有关，还易受附着介质材料的影响。为进一步研究其等效电路参数随 FSS 介质材料的变化规律，固定圆形缝隙 FSS 周期  $p=6\text{ mm}$ ， $d=5\text{ mm}$ ， $g=0.5\text{ mm}$ 。

图 5 为 FSS 两侧均有介质 ( $h_1=h_2=1\text{ mm}$ ， $\epsilon_{r1}=\epsilon_{r2}=3.5$ )、一侧有介质 ( $h_1=h_2=1\text{ mm}$ ， $\epsilon_{r1}=1$ ， $\epsilon_{r2}=3.5$ ) 和无介质 ( $h_1=h_2=1\text{ mm}$ ， $\epsilon_{r1}=\epsilon_{r2}=1$ ) 时的 FSS 的阻抗曲线。可以看出，3 种介质环境中的 FSS 阻抗曲线均出现了谐振效应。在谐振点，其阻抗出现了明显谐振峰值。但 3 种情况下阻抗谐振点相差较大，分别出现在  $14\text{ GHz}$ 、 $17.7\text{ GHz}$  和  $26\text{ GHz}$ 。采用本文方法提取的等效电路参数如表 1 所示，等效电容随介质的变化较大，而等效电感在 3 种情况下基本一致。

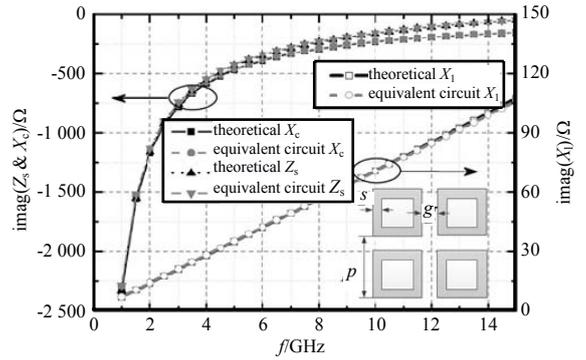
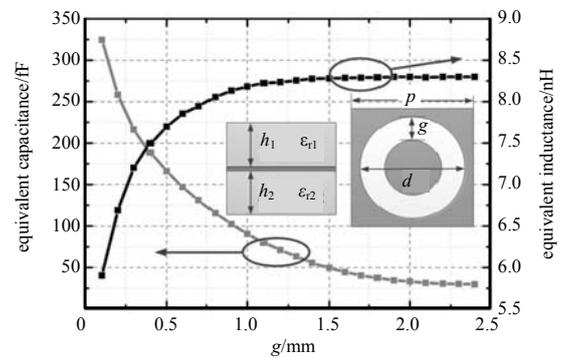
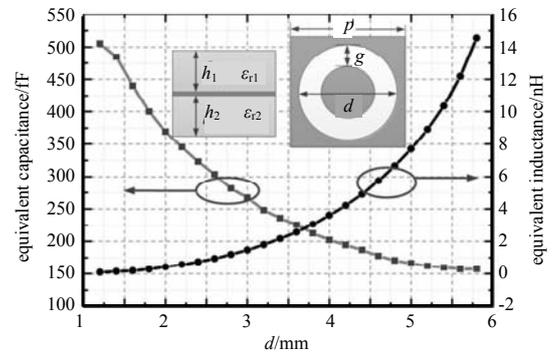


Fig.3 Comparison of equivalent impedance for the square ring FSS obtained by two different methods  
图 3 2 种方法计算的方环 FSS 阻抗对比图



(a) gap width  $g(d=5\text{ mm})$



(b) diameter of slot ( $g=0.5\text{ mm}$ )

Fig.4 Equivalent circuit parameters modulated by the structure of circular slot FSS

图 4 圆形缝隙结构参数对其等效电路参数的调制曲线

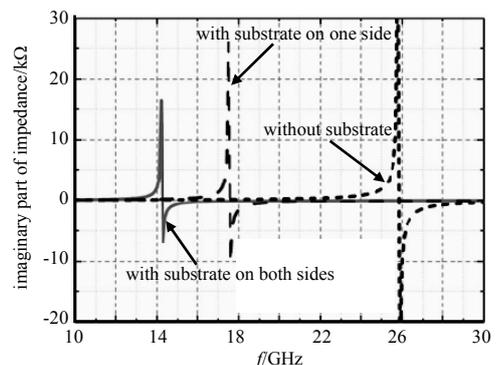


Fig.5 Impedance of circular slot FSS in different materials circumstance

图 5 圆型缝隙 FSS 不同周围环境的等效阻抗

这是因为 3 种不同介质环境对应的等效介电常数不一致,导致电容值相差较大。而等效电感与 FSS 结构尺寸以及材料的磁导率有关。本例中,采用了非磁性的介质材料,电感值基本稳定。

图 6 为等效电路参数随介质介电常数和厚度的变化曲线。可以看出,当固定两侧材料厚度为 1 mm

时,等效电容随介质材料介电常数增大而增大,二者基本呈线性变换关系;当固定 FSS 两侧材料介电常数为 3.5 时,材料等效电容随材料厚度增加而升高。厚度在 0~1 mm 之间,等效电容变化较为剧烈;当厚度增加到 4 mm 后,等效电容变化比较平缓,基本稳定在 180 fF 左右。而等效电感随材料介电常数和厚度变化基本保持恒定。

表 1 FSS 不同介质时的等效电路参数

Table1 Equivalent circuit parameters of FSS in different substrates		
FSS in different circumstance	capacitance C/fF	inductance L/pH
without substrate	48.41	770.67
with substrate on one side	105.85	768.60
with substrate on both sides	166.18	769.86

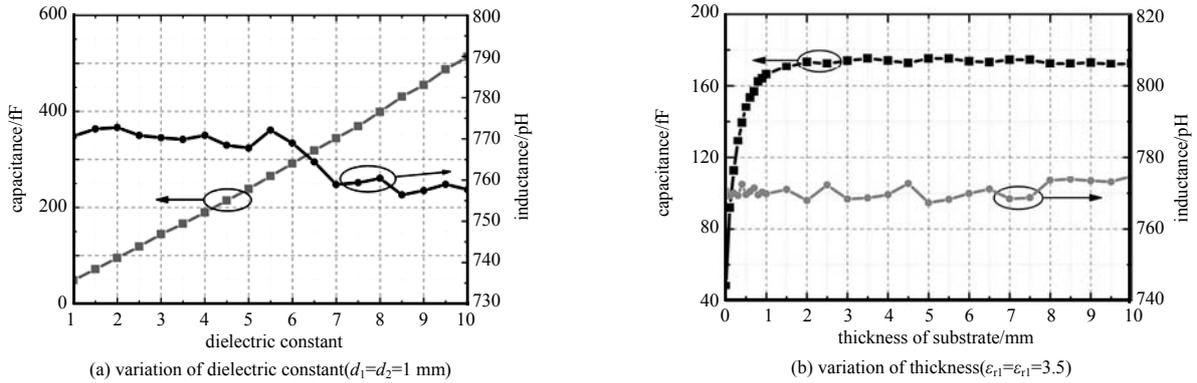


Fig.6 Variation of equivalent capacitance and inductance with the dielectric constant and its thickness

图 6 等效电容和电感随材料介电常数和厚度的变化特性

### 2.3 电磁波入射角度

FSS 的传输特性不仅与结构尺寸、介质材料有关,还与电磁波入射角度和极化特性(TE 和 TM 波)密切相关。特别是 FSS 角度和极化稳定性,增加了 FSS 设计的难度。本节将开展 FSS 等效电路参数随电磁波入射角度的变化特性研究。

固定圆形缝隙 FSS 单元尺寸为  $p=6\text{ mm}, d=5\text{ mm}, g=0.5\text{ mm}$ , 材料参数为  $h_1=h_2=1\text{ mm}, \epsilon_{r1}=\epsilon_{r2}=3.5$ 。同样采用上述等效电路反演方法计算其等效电容和电感随入射角度  $\theta$  的变化曲线。

图 7(a)~(b)分别为等效电容和电感随入射角度的变化曲线。由图 7(a)可知,当入射角由  $0^\circ$  变化到  $80^\circ$  时,TE 波的等效电容由 166.2 fF 逐渐增大至 1 023.6 fF,而 TM 波的等效电容由 166.2 fF 下降至 37.5 fF。随入射角增大,TE 波和 TM 等效电感出现相反变化规律。不难发现:a) 对于同极化,等效电容和电感发生相反的变化特性,但谐振频点基本稳定;b) 对于不同极化,TE 波和 TM 波随角度的变化完全相反;c) 入射角  $0\sim 45^\circ$  内,2 种极化的等效参数随角度变化较小,但入射角增大至  $50^\circ$  后,等效电容和电感随角度变化非常剧烈。由于以上变化规律,FSS 2 种极化的传输特性随角度出现相反变化规律,增加大角度 FSS 难度。在实际应用时,需根据 FSS 角度和极化特性要求进行针对性的分析和设计,降低设计难度。

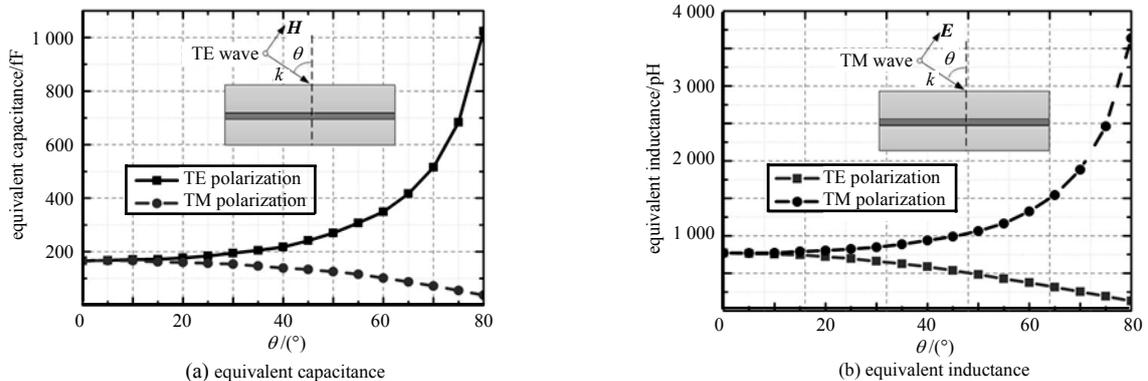


Fig.7 Variation of equivalent parameters with the angle of incident wave

图 7 FSS 等效参数随电磁波入射角度的变化曲线

### 3 结论

针对理论公式在分析 FSS 等效电路模型上的不足, 本文提出了一种基于全波电磁波数值仿真和等效电路理论相结合精确提取介质中 FSS 的等效电路模型的方法。通过对比方环型 FSS 等效电路理论公式, 验证了等效电路模型提取的可行性。并就 FSS 结构尺寸、介质材料参数以及电磁波入射角度对圆环型缝隙 FSS 等效电路参数的影响进行了详细分析和研究。该方法计算量小, 物理过程直观, 适用于介质中二维结构任意形状 FSS 等效电路分析, 分析结构较为准确, 为 FSS 理论分析以及快速设计提供了一种可行研究方法, 大幅提高了高性能复杂 FSS 的设计效率。下一步将开展基于等效电路理论 FSS 设计的理论研究及实物验证工作。

#### 参考文献:

- [1] MUNK B A. Frequency selective surfaces: theory and design[M]. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- [2] 崔轩, 田浩, 周忠祥. 基于频率选择表面的太赫兹波调制模拟[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2016, 14(2): 159-162. (CUI Xuan, TIAN Hao, ZHOU Zhongxiang. THz modulation fashioned with Frequency Selective Surface[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2016, 14(2): 159-162.)
- [3] CHEN C C. Transmission through a conducting screen periodically with aperture[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory & Technology, 1970, 18(2): 627-632.
- [4] MITTRA R, CHAN C H, CWIK T. Techniques for analyzing Frequency Selective Surface[J]. Proceedings of the IEEE, 1988, 76(12): 1593-1615.
- [5] 刘小明, 俞俊生, 陈晓东. 太赫兹波段频率选择表面的设计和测试[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2015, 13(6): 853-858. (LIU Xiaoming, YU Junsheng, CHEN Xiaodong. Design and measurement of Frequency Selective Surface[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2015, 13(6): 853-858.)
- [6] HARMS P, MITTRA R, KO W. Implementation of the periodic boundary condition in the finite-difference time-domain algorithm for FSS structures[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1994, 34(9): 1317-1324.
- [7] ANDERSON I. On the theory of self-resonant grids[J]. Bell System Technical Journal, 1975, 54(11): 1725-1731.
- [8] LUUKKONEN O, SIMOVSKI C, GRANET G, et al. Simple and accurate analytical model of planar grids and high-impedance surfaces comprising metal strips or patches[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2008, 56(6): 1623-1632.
- [9] LANGLEY R, PARKEY E. Equivalent circuit model for arrays of square loops[J]. Electron Letter, 1982, 18(7): 294-296.
- [10] 张强. 天线罩理论与设计方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013. (ZHANG Qiang. Radome theory and design methods[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013.)
- [11] 刘晓春. 雷达天线罩电性能设计技术[M]. 北京: 航空工业出版社, 2017. (LIU Xiaochun. Radome electrical performance design technology[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2017.)
- [12] LANGLEY R, PARKEY E. Equivalent circuit model for arrays of square loops[J]. Electron Letter, 1982, 18(7): 294-296.
- [13] LUUKKONEN O, SIMOVSKI C, GRANET G, et al. Simple and accurate analytical model of planar grids and high-impedance surfaces comprising metal strips or patches[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2008, 56(6): 1623-1632.
- [14] JOUMAYLY M A, BEHDAD N. A generalized method for synthesizing low-profile band-pass Frequency Selective Surfaces with non-resonant constituting elements[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2010, 58(12): 4033-4041.
- [15] JOUMAYLY M A, BEHDAD N. A new technique for design of low-profile, second-order, bandpass Frequency Selective Surfaces[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2009, 57(2): 452-459.
- [16] LEE C K, LANGLEY R J. Equivalent-circuit models for Frequency Selective Surfaces at oblique angles of incidence[J]. IEEE Proceedings, 1985, 132(6): 395-399.
- [17] 王义富, 陈毅乔. 多层介质频率选择表面的等效电路分析方法[J]. 电讯技术, 2017, 57(8): 869-874. (WANG Yifu, CHEN Yiqiao. An analysis method for equivalent circuit of Frequency Selective Surface in multilayer substrates[J]. Telecommunication Engineering, 2017, 57(8): 869-874.)

#### 作者简介:



王义富(1985-), 男, 湖北省黄石市人, 博士, 工程师, 主要研究方向为天线设计、频率选择表面和电磁带隙材料等. email: wyifu19850920@163.com.