文章编号：2095-4980(2019)04-0691-07

基于分段压缩和原子范数的跳频信号参数估计

李慧启[1]，李立春[1]，张云飞[2]，刘志鹏[1]

(1.战略支援部队信息工程大学 信息系统工程学院，河南 郑州 450002；
2.西安电子科技大学 通信工程学院，陕西 西安 710071)

摘　要：针对压缩域跳频信号参数估计方法需借助测量矩阵寻找压缩采样数据的数字特征，造成运算复杂度高，且存在基不匹配的问题，提出一种压缩域数字特征和原子范数的跳频信号参数估计方法。建立块对角化的测量矩阵，实现信号分段压缩，分析压缩采样数据的数字特征，实现跳变时刻粗估计；分离出未发生频率跳变的信号段，利用原子范数最小化方法实现跳变频率的精确估计；最后依据精确估计的跳变频率，设计原子字典，并在压缩域实现跳变时刻的精确估计。基于该算法的跳变频率估计性能高于基于压缩感知的跳变频率估计，亦能精确估计跳频信号的跳变时刻。仿真结果显示，在信噪比高于−2 dB，压缩比高于0.5时，基于该算法的归一化跳变频率估计误差低于10^{-4}，归一化跳变时刻估计误差低于10^{-2}。

关键词：跳频信号；分段压缩；原子范数；参数估计

中图分类号：TN911.7　　**文献标志码：**A　　**doi：**10.11805/TKYDA201904.0691

Parameter estimation of frequency hopping signals based on piecewise compression and atomic norm

LI Huiqi[1]，LI Lichun[1]，ZHANG Yunfei[2]，LIU Zhipeng[1]

(1.College of Information Systems Engineering，Information Engineering University，Zhengzhou Henan 450002，China；
2.College of Communications Engineering，Xidian University，Xi'an Shaanxi 710071，China)

Abstract：The parameter estimation of frequency hopping signal in compressed domain needs to find the digital characteristics of compressed sampling data by means of measurement matrix, which results in high computational complexity and base mismatch. In order to solve this problem, a method for parameter estimation of frequency hopping signal based on digital characteristics in compressed domain and atomic norm is proposed. Firstly, a block diagonalization measurement matrix is established to realize signal piecewise compression, and the digital characteristics of compressed sampling data are analyzed to roughly estimate hop timing. Then, the signal segments without frequency hopping are separated and the accurate estimation of hopping frequency is realized by minimizing atomic norm. Based on the accurate estimation of hopping frequency, an atomic dictionary is designed and the accurate estimation of hop timing is realized in compressed domain. The proposed method's frequency estimation performance is better than that based on grid compressive sensing, and the hop timing of frequency hopping signals can also be accurately estimated. Simulation results show that when SNR is higher than −2 dB and the compression ratio is higher than 0.5, the normalized hopping frequency estimation error based on the proposed algorithm is less than 10^{-4}, and the normalized hop timing estimation error is less than 10^{-2}.

Keywords：frequency hopping signal；piecewise compression；atomic norm；parameter estimation

跳频通信技术具有优良的抗干扰性能和多址组网性能，在军事通信中得到广泛应用[1]。精确、高效地估计跳频信号参数有助于实现对敌方的无线通信侦查和干扰。

现阶段，跳频通信正朝着高频段、大带宽的方向发展，受奈奎斯特采样定理约束的传统跳频信号参数估计必须保证采样频率不低于信号带宽的2倍[2-3]，超高的采样频率对侦察设备的硬件部分提出了更高的要求。为解决这

收稿日期：2017-12-27；**修回日期：**2018-02-27

一问题，提出利用压缩感知理论实现信号的降采样[4-5]。但传统的压缩感知理论仍需要通过重构跳频信号进行参数估计，因此这类算法虽降低了采样频率，但运算复杂度仍较高。针对上述问题，不少研究者利用跳频信号的稀疏特性，提出直接在压缩域进行跳频信号参数估计算法。如，基于压缩数字特征的宽带跳频信号参数盲估计算法[6]，该算法利用分段压缩采样数据的数字特征和正交匹配追踪 (Orthogonal Matching Pursuit，OMP)算法[7-8]部分重构了跳频信号在频域的稀疏表示，以频率的位置对应跳变频率，以频率的幅度对应跳变时刻。这种方法只用到了压缩采样数据和已知的测量矩阵，解决了高采样率和海量数据处理的问题。但由于傅里叶变换造成的频谱泄露问题和压缩感知本身的基不匹配问题[9-11]的存在，该方法的估计精确度还有待提升。还有一种基于滑窗的压缩域跳频信号参数估计算法[12]，该算法使跳频信号依次通过固定长度的窗，对窗内数据进行压缩采样。每通过一次，都使压缩数据与测量矩阵中每一列向量做相关，直到出现2个同样大的最大相关值为止。这种算法降低了频谱泄露的影响，但只解决了海量数据处理的问题，并没有达到降采样的目的。另外，由于每通过一次窗，都要使压缩数据与测量矩阵的每一列做相关运算，这种算法的运算量相对较大。

为解决上述问题，本文提出了基于分段压缩和原子范数的跳频信号参数估计方法。该算法对跳频信号进行分段压缩，完全建立在压缩采样数据基础上，不需要压缩采样数据与测量矩阵的每一列做相关运算，也不需要完全恢复跳频信号，降低了计算复杂度，提高了参数估计精确度。

1 跳频信号模型及分段压缩方法

1.1 跳频信号模型

跳频信号是非平稳信号，其载频随着时间的推移发生伪随机性的跳变，一般离散化的数学表示为：

$$s(n)=rect_{T_1}(n)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_1 n+\theta_1)}+\sum_{k=2}^{K-1}rect_{T_\mathrm{H}}(n-(k-1)T_\mathrm{H}-T_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_k n+\theta_k)}+rect_{T_K}(n-(K-1)T_\mathrm{H}-T)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_K n+\theta_K)},1<n<N \tag{1}$$

式中：$rect_T(n)$表示宽度为T的矩形窗；T_1是第一段非完整跳频周期的序列长度；T_H表示完整跳频周期的序列长度；T_K是最后一段非完整跳频周期的序列长度；f_k是第k跳的归一化跳变频率；θ_k是对应跳变频率的初相；N是离散跳频信号总的序列长度。

1.2 分段压缩方法

为便于找到压缩采样数据的数字特征，需对跳频信号序列进行分段压缩。

将总长度为N的离散跳频信号分为β段，每段跳频信号的长度为N_1，第m段跳频信号记为s_m，其中，$N_1<<N$，β取整数，则$N=\beta N_1$。跳频信号序列的向量形式为：

$$\boldsymbol{s}=[\boldsymbol{s}_1^\mathrm{H},\boldsymbol{s}_2^\mathrm{H},\cdots,\boldsymbol{s}_m^\mathrm{H},\cdots,\boldsymbol{s}_\beta^\mathrm{H}]^\mathrm{H} \tag{2}$$

对第m段跳频信号序列进行压缩，得到的第m段压缩采样数据为：

$$\boldsymbol{y}_m=\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{s}_m \tag{3}$$

式中$\boldsymbol{\Phi}\in\mathbf{C}^{M_1\times N_1}$为高斯随机测量矩阵，$\boldsymbol{\Phi}$按列做归一化处理。则压缩采样数据的向量形式为：

$$\boldsymbol{y}=[\boldsymbol{y}_1^\mathrm{H},\boldsymbol{y}_2^\mathrm{H},\cdots,\boldsymbol{y}_m^\mathrm{H},\cdots,\boldsymbol{y}_\beta^\mathrm{H}]^\mathrm{H} \tag{4}$$

为实现对跳频信号的整体压缩，设计一个块对角化的高斯随机测量矩阵

$$\boldsymbol{\Phi}_1=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi} & & & \\ & \boldsymbol{\Phi} & & \\ & & \cdots & \\ & & & \boldsymbol{\Phi}\end{bmatrix} \tag{5}$$

式中$\boldsymbol{\Phi}\in\mathbf{C}^{M\times N}$，$M=\beta N_1$，则跳频信号向量$\boldsymbol{s}$与压缩采样数据向量$\boldsymbol{y}$的关系为：

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{\Phi}_1\boldsymbol{s} \tag{6}$$

2 算法原理

设每一段跳频信号序列的长度足够小，最多发生一次频率跳变。用设计的块对角化高斯随机测量矩阵对跳频信号进行压缩采样，使相邻的压缩采样数据段依次两两做归一化相关运算。比较归一化相关性的程度，找到发生频率跳变的压缩采样数据段，实现跳变时刻的粗估计。分离出未发生频率跳变的信号段后，根据无网格压缩感知技术，将频率估计问题转化为半定规划及其对偶问题，得到精确估计的跳变频率。依据估计出的跳变频率建立原

子字典并通过高斯随机矩阵变换至压缩域，与压缩采样数据做内积运算并比较，实现跳变频率的精确估计。

2.1 基于分段压缩的跳变时刻粗估计

设第m段跳频信号$\boldsymbol{s}_m$是1-稀疏的，第$(m+1)$段跳频信号$\boldsymbol{s}_{m+1}$的稀疏性未知，不失一般性，其向量形式可分别表示为：

$$\boldsymbol{s}_m=\left[\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_1 1+\theta_1)},\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_k 2+\theta_1)},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_k N_1+\theta_1)}\right]^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{s}_{m+1}=\left[\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_1(N_1+1)+\theta_1)},\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_1(N_1+N_2)+\theta_1)},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_1(N_1+N_{11})+\theta_1)},\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_2 1+\theta_2)},\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_2 2+\theta_2)},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_2 N_{12}+\theta_2)}\right]^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

式中$N_{11}+N_{12}=N_1$。则对应的2段压缩采样数据分别为$\boldsymbol{y}_m,\boldsymbol{y}_{m+1}$。将这2段压缩采样数据做相关运算，得

$$\left|\left\langle \boldsymbol{y}_m,\boldsymbol{y}_{m+1}\right\rangle\right|=\left|\left\langle \boldsymbol{\Phi s}_m,\boldsymbol{\Phi s}_{m+1}\right\rangle\right|=\left|\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi s}_{m+1}\right| \tag{9}$$

因为$\boldsymbol{\Phi}$是高斯随机生成的且按列归一化，所以各列只与自身相关性最大，为1，各列之间的相关性较小，趋近于0。因此

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}\approx\boldsymbol{E} \tag{10}$$

$$\left|\left\langle \boldsymbol{y}_m,\boldsymbol{y}_{m+1}\right\rangle\right|=\left|\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{s}_{m+1}\right| \tag{11}$$

式中$\boldsymbol{E}\in\mathbf{C}^{N\times N}$是单位矩阵。

讨论相邻2段跳频信号$\boldsymbol{s}_m$和$\boldsymbol{s}_{m+1}$的相关性问题。使$\boldsymbol{s}_m$和$\boldsymbol{s}_{m+1}$做相关运算，得

$$\left|\left\langle \boldsymbol{s}_m,\boldsymbol{s}_{m+1}\right\rangle\right|=\left|\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{s}_{m+1}\right|=\begin{cases}\left|N_{11}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1 N_1}+\sum\limits_{k=1}^{N_{12}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi[(f_1-f_2)k+\varphi]}\right|, & N_{11}<N_1\\ N_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1 N_1}, & N_{11}=N_1\end{cases} \tag{12}$$

式中$\varphi=-f_1N_{11}+\theta_2-\theta_1$。当跳频信号$\boldsymbol{s}_{m+1}$发生频率跳变时，其稀疏性为2-稀疏，$N_{11}<N_1$，有

$$\left|N_{11}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1 N_1}+\sum_{k=1}^{N_{12}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi[(f_1-f_2)k+\varphi]}\right|<N_1 \tag{13}$$

当跳频信号$\boldsymbol{s}_{m+1}$未发生频率跳变时，其稀疏性为1-稀疏，$N_{11}=N_1$，有

$$\left|N_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1 N_1}\right|=N_1 \tag{14}$$

通过讨论可知，相邻2段跳频信号，最多有一段发生了频率跳变。未发生跳变的相邻2段跳频信号相关性较大；若其中一段跳频信号发生了频率跳变，则二者相关性较小。根据式(11)，压缩采样数据段也有相同的结论。

因此，基于分段压缩的跳变时刻粗估计方法可分为如下步骤：

Step 1　设计一个如式(5)的块对角化高斯随机测量矩阵$\boldsymbol{\Phi}_1$；

Step 2　将长度为N的跳频信号$\boldsymbol{s}$进行压缩采样，得到长度为M的压缩采样数据$\boldsymbol{y}$；

Step 3　将压缩采样数据$\boldsymbol{y}$等分为β段，每段长度为M_1；

Step 4　使相邻的压缩采样数据段依次两两做相关运算，并比较大小，找到相关性较小的压缩采样数据段，实现跳变时刻粗估计。

2.2 基于原子范数的跳变频率精确估计

基于原子范数最小化(Atomic Norm Minimization，ANM)[13]的无网格压缩感知方法解决了多个谐波信号的频率估计问题。假设信号由多个谐波信号组成，其数学表达式为：

$$x=\sum_{k=1}^{K}d_k\boldsymbol{a}(f_k,\phi_k) \tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{a}(f_k,\phi_k)$为原子集$A$中的元素，$\boldsymbol{a}(f_k,\phi_k)=\left[\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_k+\phi_k)},\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_k 2+\phi_k)},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_k N+\phi_k)}\right]^{\mathrm{T}}$，$A\triangleq\left\{a(f,\phi):f\in[0,1),\phi\in[0,2\pi)\right\}$；$d_k$为各原子系数。则可以将原子范数最小化问题转化为半定规划问题，通过范德蒙分解[14-15]估计出信号的谐波频率。

跳频信号是非平稳信号，不能直接用ANM算法对跳频信号进行频率估计。对比式(1)和式(15)可知，未发生频率跳变的信号段由一个频率信号组成，不失一般性，可写为：

$$\boldsymbol{s}_m=d_m\boldsymbol{a}(f_m,\phi_m) \tag{16}$$

式中：$\boldsymbol{a}(f_m,\phi_m)$为未发生频率跳变的第$m$段信号$\boldsymbol{s}_m$的频率；$d_m$是频率$a(f_m,\phi_m)$的幅度。设在第(2.1)节中的$\beta$段信号中共有l段信号发生了频率跳变，分别为$\left\{\boldsymbol{s}_{m_1},\boldsymbol{s}_{m_2},\cdots,\boldsymbol{s}_{m_l}\right\}$，则可以确定信号段$\left\{\boldsymbol{s}_{m_1-1},\boldsymbol{s}_{m_2-1},\cdots,\boldsymbol{s}_{m_l-1}\right\}$未发生频率跳变，

仅由一个频率信号组成。因此分别通过相应的压缩数据段$\left\{\boldsymbol{y}_{m_1-1},\boldsymbol{y}_{m_2-1},\cdots,\boldsymbol{y}_{m_l-1}\right\}$对跳频信号进行跳频估计，可以利用ANM算法解决。

2.3 基于原子字典的跳变时刻精确估计

设估计出跳变频率为f_{11}和f_{21}，则对于该段跳频信号，可以从跳频原子集A_1中挑选有限的元素完全表示。将这些元素组成如式(17)的原子字典$\boldsymbol{\Theta}\in\mathbf{C}^{N_1\times(N_1-1)}$：

$$\boldsymbol{\Theta}=\begin{bmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_2} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_2} & \cdots & \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_2} \\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_2 2} & \cdots & \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_2 2} \\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1 2} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1} & \cdots & \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_2 3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1(N_1-1)} & \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1(N_1-2)} & \cdots & \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1} \end{bmatrix} \tag{17}$$

如果跳频信号在N_{11}由频率f_2跳变到频率f_1，将原子字典$\boldsymbol{\Theta}$全部压缩到压缩域上，得到由N_1-1个压缩域向量组成的压缩域原子字典$\boldsymbol{\Gamma}\in\mathbf{C}^{M_1\times(N_1-1)}$：

$$\boldsymbol{\Gamma}=\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Theta}=[\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_{N_1-1}] \tag{18}$$

式中$\boldsymbol{\gamma}_i$表示压缩域原子字典的第i列。将压缩采样数据同压缩域原子字典的每一列做相关运算，找到与原子字典最相关的列：

$$\left|\left\langle \boldsymbol{y}_m,\boldsymbol{\gamma}_i\right\rangle\right|=\left|\left\langle \boldsymbol{s}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\gamma}_i\right\rangle\right|\approx\left|\left\langle \boldsymbol{s}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\gamma}_i\right\rangle\right|=\begin{cases}\left|i\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_2}+\sum\limits_{k=1}^{N_{11}-i}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_2-f_1)k+j\varphi_1}+(N_1-N_{11})\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1(i-N_{11})+\mathrm{j}\theta_1}\right|, & i<N_{11}\\ \left|N_{11}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_2}+(N_1-N_{11})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_1}\right|, & i=N_{11}\\ \left|N_{11}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_2}+\sum\limits_{k=1}^{i-N_{11}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_1-f_2)k+\mathrm{j}\varphi_2}+(N_1-i)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1(N_{11}-i)+\mathrm{j}\theta_1}\right|, & i>N_{11}\end{cases} \tag{19}$$

式中：$\varphi_1=\theta_2+2\pi f_2 i$；$\varphi_2=\theta_1-2\pi f_2 N_{11}$。当$i=N_{11}$时，式(19)取得最大值，即压缩采样数据与$\boldsymbol{\gamma}_{N11}$相关性最大，跳变时刻估计值为：

$$\hat{N}_{11}=\max_i\left|\left\langle \boldsymbol{y}_m,\boldsymbol{\gamma}_i\right\rangle\right| \tag{20}$$

如果跳频信号在N_{11}由频率f_1跳变到了频率f_2，将压缩采样数据同压缩域原子字典的每一列做相关运算，找到与原子字典最不相关的列：

$$\left|\left\langle \boldsymbol{y}_m,\boldsymbol{\gamma}_i\right\rangle\right|=\left|\left\langle \boldsymbol{s}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\gamma}_i\right\rangle\right|\approx\left|\left\langle \boldsymbol{s}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\gamma}_i\right\rangle\right|=\begin{cases}\left|\sum\limits_{k=1}^{N_{11}-i}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_1-f_2)k+\mathrm{j}\theta_1}+(N_{11}-i)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_1 i+\mathrm{j}\theta_1}+\sum\limits_{k=1}^{N_1-N_{11}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_2-f_1)(N_{11}+k)+\mathrm{j}\varphi_3}\right|, & i<N_{11}\\ \left|\sum\limits_{k=1}^{N_{11}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_1-f_2)k+\mathrm{j}\theta_1}+\sum\limits_{k=1}^{N_1-N_{11}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_2-f_1)k+\mathrm{j}\theta_2}\right|, & i=N_{11}\\ \left|\sum\limits_{k=1}^{N_{11}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_1-f_2)k+\mathrm{j}\theta_1}+(i-N_{11})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_2 N_{11}+\mathrm{j}\theta_2}+\sum\limits_{k=1}^{N_1-i}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_2-f_1)k+\mathrm{j}\varphi_4}\right|, & i>N_{11}\end{cases} \tag{21}$$

式中：$\varphi_3=\theta_2-2\pi f_1(i)$；$\varphi_4=\theta_2-2\pi f_2(i-N_{11})$。当$i=N_{11}$时，式(21)取得最小值，即压缩采样数据与$\boldsymbol{\gamma}_{N11}$相关性最小，跳变时刻估计值为：

$$\hat{N}_{11}=\min_i\left|\left\langle \boldsymbol{y}_m,\boldsymbol{\gamma}_i\right\rangle\right| \tag{22}$$

3 复杂度分析

本节用浮点相乘次数分析判断本文的跳变时刻粗估计算法、跳变时刻精确估计算法、原子字典法跳变时刻精确估计算法和滑动压缩跳变时刻精确估计算法的复杂度。

跳变时刻粗估计的计算复杂度主要取决各压缩采样数据段的相关性计算。跳频信号总长度为N，分段后，每段长度为N_1；压缩采样数据共分为了β段，每段长度为M_1。相邻两段压缩采样数据依次做相关运算，因此，跳变时刻粗估计计算复杂度为：

$$\eta_1=(\beta-1)M_1 \tag{23}$$

跳变频率精确估计问题是一个半定规划问题，半定规划的复杂度与变量个数呈立方关系，因此，半定规划的计算复杂度为：

$$\eta_2 = N_1^3 \tag{24}$$

基于原子字典法的跳变时刻精确估计的计算复杂度主要是压缩采样数据与压缩后的原子的相关性计算。原子字典 $\boldsymbol{\Theta}$ 共有 N_1-1 列，需要与压缩采样数据做相关的原子就有 N_1-1 个，因此，基于原子字典法的跳变时刻精确估计的计算复杂度为：

$$\eta_3 = M_1(N_1-1) \tag{25}$$

4　仿真实验

实验中的仿真实验参数设置为：跳频信号的采样速率为1 MHz，跳变速率为400 chip/s，跳变周期为2.5 ms，归一化跳变图案为{0.375,0.15,0.5,0.3,0.695}，第一跳持续时间为2 ms。图1为跳频信号的归一化跳频图案。

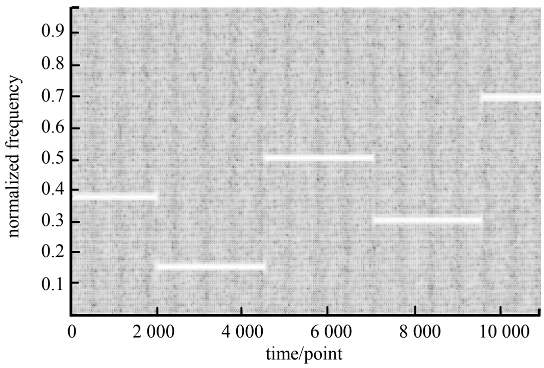

Fig.1 Hopping pattern of frequency hopping signal
图1　跳频信号的跳频图案

高斯随机测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi} \in \mathbf{C}^{M_1 \times N_1}$，跳频信号分段固定长度 N_1=150，压缩采样数据段长度 M_1 根据压缩比不同分别取{75,50,30}。实验中的精确跳变频率估计误差和精确跳变时刻误差分别表示为：

$$MSE_f = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{f_k - \hat{f}_k}{f_k}\right)^2 \tag{26}$$

$$MSE_t = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{t_k - \hat{t}_k}{T}\right)^2 \tag{27}$$

4.1　跳变时刻粗估计仿真

跳变时刻粗估计要求准确定位发生频率跳变的压缩采样数据段，否则，无法进行后续的跳变频率精确估计和跳变时刻精确估计。图2给出了不同信噪比和压缩比下，相邻压缩采样数据段的归一化相关值，其中横坐标的第 k 个点表示第 k 段和第 k+1段的归一化相关值。

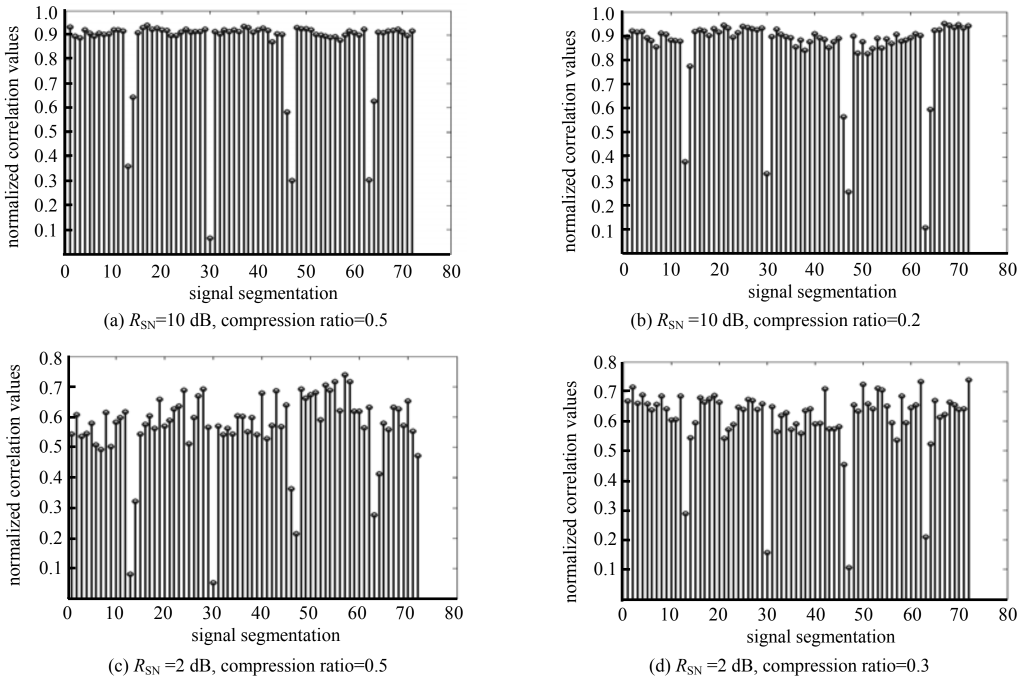

Fig.2 Normalized correlation values of adjacent compressed sampling data segments under different SNRs and compression ratios
图2　不同信噪比和压缩比下，相邻压缩采样数据段的归一化相关值

图2表明，跳频信号在第{14,47,64}段发生了频率跳变，第30段和第31段相关性为弱相关性，说明跳变时刻发生在第30段的段尾处或第31段段首。图2(a)和图2(b)对比表明，在较高的信噪比条件下，仿真结果对压缩比不敏感，这是因为测量矩阵$\boldsymbol{\Phi}$的每一行都是近似不相关的，压缩比的降低使测量矩阵$\boldsymbol{\Phi}$的每一行更加不相关。图2(a)和图2(c)对比表明，在相同压缩比条件下，随着信噪比的降低，跳频信号受到的干扰增强，相邻段的相关性降低且发生了较大的起伏，但是在信噪比为2 dB时，还能够区分跳变时刻所在的信号段。

4.2 跳变频率精确估计仿真

估计已经确定未发生频率跳变的第{13,30,46,63,65}信号段的跳变频率，并计算期望估计误差。图3为在信噪比为10 dB，压缩比为0.5时，第13段压缩采样数据的频率估计。图4为在压缩比为0.5时，基于压缩数字特征的宽带跳频信号参数盲估计算法中压缩感知(Grid Compressive Sensing，Grid CS)方法和无网格压缩感知算法的频率估计误差对比，以及无网格压缩感知算法在不同压缩比下的频率估计误差对比。由图4可知，在相同压缩比下，Grid CS方法在信噪比为−2~10 dB区间的频率估计误差没有发生变化，表明该算法的频率估计误差达到了下限。这是因为Grid CS方法存在基不匹配问题，在基不匹配问题的限制下，Grid CS方法的频率估计误差存在下限。在同一压缩比下，基于无网格压缩感知的跳频信号频率估计精确度高于Grid CS方法，且随着信噪比的增加，跳变频率估计误差逐渐降低。在较低压缩比下，无网格压缩感知的估计精确度在信噪比低于−2 dB时迅速变差。因此，在噪声环境较为恶略的情况下，应该提高压缩比以降低跳变频率估计均方误差。

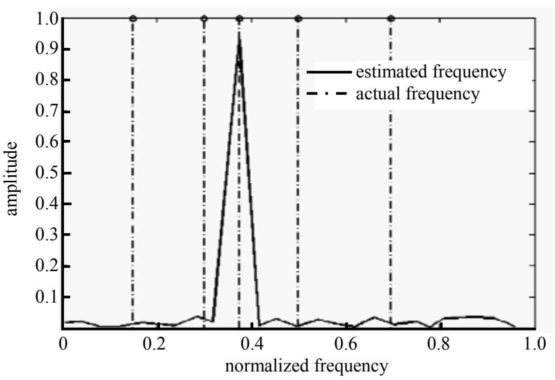

Fig.3 The 13th segment frequency estimation when R_{SN}=10 dB and compression ratio is 0.5

图3 信噪比10 dB，压缩比0.5时，第13段频率估计

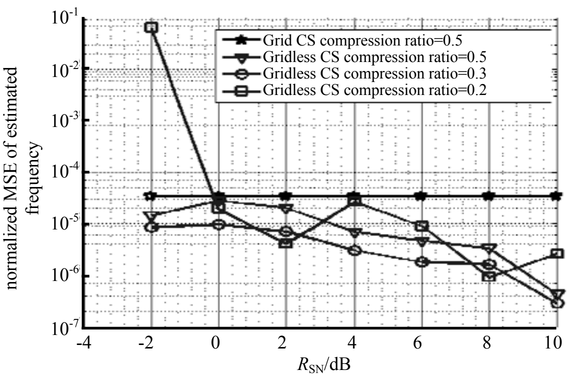

Fig.4 Effect of SNR on frequency estimation performance under different compression ratios

图4 不同压缩比下，信噪比对频率估计性能的影响

4.3 跳变时刻精确估计

对发生频率跳变的压缩采样数据进行跳变时刻精确估计，并计算估计误差。图5为不同压缩比下，信噪比对跳变时刻精确估计性能的影响。图5表明，在相同压缩比下，跳频信号的跳变时刻估计均方误差随着信噪比的增加而降低。这是因为噪声干扰使压缩采样数据段和由原子构成的压缩数据段的相关性降低，进而对跳变时刻估计产生了扰动。当压缩比降低时，跳变时刻估计均方误差增大。这是因为压缩比降低，使压缩采样数据段保留原始信号的信息减少，这是在数据处理中增加噪声的结果。

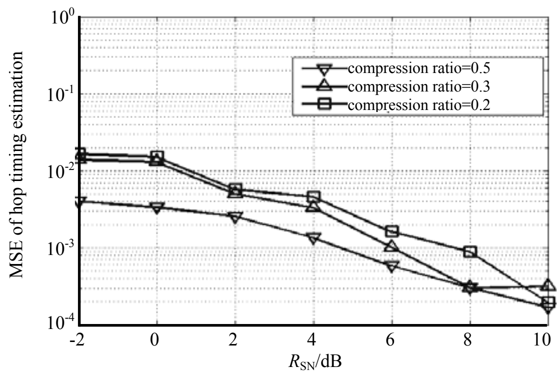

Fig.5 Effect of SNR on time estimation performance under different compression ratios

图 5不同压缩比下，信噪比对跳变时刻估计性能的影响

5 结论

本文提出了一种基于分段压缩和原子范数的跳频信号参数估计方法，分别对基于分段压缩的跳变时刻粗估计，基于原子范数的跳变频率精确估计和基于原子字典的跳变时刻精确估计进行了理论分析和实验仿真。基于原子范数的跳变频率精确估计算法增加了计算复杂度，但其估计精确度高于Grid CS算法的跳变频率估计精确度。基于分段压缩的跳变时刻粗估计，没有利用测量矩阵，只在压缩域分析了压缩采样数据的数字特征，降低了运算复杂度。在跳变时刻粗估计的基础上，通过实验仿真验证了基于原子范数的跳变频率精确估计的可行性。最后针对原子字典法的两种频率跳变情况进行了理论分析，实现了跳变时刻的精确估计。

参考文献:

[1] 梅文华,王淑波,邱永红,等. 跳频通信[M]. 北京:国防工业出版社, 2005. (MEI Wenhua,WANG Shubo,QIU Yonghong, et al. Frequency hopping communication[M]. Beijing:National Defence Industry Press, 2005.)

[2] PROAKIS J G. Digital communications[M]. 5th ed. Beijing:Publishing House of Electronics Industry, 2013.

[3] NYQUIST H. Thermal agitation of electric charge in conductors[J]. Physical Review, 1928,32(1):110-113.

[4] FIGUEIREDO M A T,NOWAK R D,WRIGHT S J. Gradient projection for sparse reconstruction:application to compressed sensing and other inverse problems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2008,1(4):586-597.

[5] RUBINSTEIN R,ZIBULEVSKY M,ELAD M. Double sparsity:learning sparse dictionaries for sparse signal approximation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010,58(3):1553-1564.

[6] LU Xun,LI Lichun,LIU Zhong. Blind estimation of wide-band frequency-hopping signal based on compressed numeral characteristics[C]// 4th National Conference on Electrical,Electronics and Computer Engineering. Xi'an,China:Atlantis Press, 2015:1010-1016.

[7] 张春磊,李立春,王大鸣. 压缩域宽带跳频信号跳变时刻估计算法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2015,13(1):122-129. (ZHANG Chunlei,LI Lichun,WANG Daming. A hopping transition time estimation algorithm for wide-band frequency-hopping signal in compressed domain[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2015,13(1): 122-129.)

[8] BERGER C R,ZHOU S,PREISIG J C. Sparse channel estimation for multicarrier underwater acoustic communication:from subspace methods to compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010,58(3):1708-1721.

[9] CHI Y J,SCHARF L L,PEZESHKI A,et al. Sensitivity to basis mismatch in compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011,59(5):2182-2195.

[10] TANG G G,BHASKAR B N,SHAH P,et al. Compressed sensing off the grid[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013,59(11):7465-7490.

[11] YANG Z,XIE L H. On gridless sparse methods for line spectral estimation from complete and incomplete data[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015,63(12):3139-3153.

[12] 付卫红,张云飞,韦娟,等. 基于滑窗和原子字典的压缩域跳频信号参数估计算法[J]. 电子与信息学报, 2017,39(10): 1-7. (FU Weihong,ZHANG Yunfei,WEI Juan,et al. Parameter estimation algorithm for frequency-hopping signal in compressed domain based on sliding window and atomic dictionary[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2017, 39(10):1-7.)

[13] CHANDRASEKARANM V,RECHTW B,PARRILOM P A,et al. The convex geometry of linear inverse problems[J]. Foundations of Computational Mathematics, 2010,12(6):805-849.

[14] YANG Z,XIE Lihua,STOICA P. Vandermonde decomposition of multilevel toeplitz matrices with application to multidimensional super-resolution[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2016,62(6):3685-3701.

[15] STEFFENS C,PESAVENTO M,PFETSCH M E. A compact formulation for the $l_{2,1}$ mixed-norm minimization problem[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018,66(6):1483-1497.

作者简介:

李慧启(1991-), 男, 河北省邯郸市人, 在读硕士研究生, 主要研究方向为无网格压缩感知, 跳频信号参数估计等.email:signallihq@hotmail.com.

李立春(1975-), 女, 郑州市人, 博士, 副教授, 主要研究方向为压缩感知、信息论.

张云飞(1992-), 女, 西安市人, 在读硕士研究生, 主要研究方向为跳频信号参数估计、压缩感知.

刘志鹏(1993-), 男, 郑州市人, 在读硕士研究生, 主要研究方向为跳频信号参数估计、神经网络.