

文章编号: 2095-4980(2020)01-0077-05

用于三维仅测向定位的扩展正交矢量估计算法

刘 剑, 王董礼, 肖 楠, 孙启禄, 杨霄鹏

(空军工程大学 信息与导航学院, 陕西 西安 710077)

摘 要: 从二维直接扩展到三维的仅测向定位算法难以对直线测站轨迹正上方的目标进行定位, 正交矢量估计算法(OVE)解决了这一问题, 但其仅利用了俯仰面的正交矢量, 定位精确度较低, 也不能仅用 2 次测向数据就进行定位。本文从正交性原理出发, 同时利用俯仰面和方位面的正交信息, 推导得到了扩展 OVE(EOVE)算法, 并提出了基于雷达坐标系的 EOVE 算法。仿真结果表明, 新算法延续了 OVE 算法的优点, 可以定位直线测站轨迹正上方的目标, 而精确度优于 OVE 算法, 并能仅利用 2 次测向结果进行定位, 实用价值高。

关键词: 无源定位; 交叉定位; 三维; 正交矢量; 最小二乘

中图分类号: TN971

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2018182

Extended Orthogonal Vector Estimator for 3D bearing-only localization

LIU Jian, WANG Dongli, XIAO Nan, SUN Qilu, YANG Xiaopeng

(Information and Navigation College, Airforce Engineering University, Xi'an Shaanxi 710077, China)

Abstract: Existing bearing-only localization methods do not work in the scenario that the target is above the linear trajectory of the measuring station. The Orthogonal Vector Estimator(OVE) algorithm can solve this problem while can not perform localization when only two measurements of bearings are utilized because only vectors orthogonal to the elevation plane are used by OVE. An Extended OVE(EOVE) algorithm and its transformed version based on radar coordinates system, which simultaneously utilize vectors orthogonal to the elevation plane and those orthogonal to the azimuth plane, are proposed in this paper. Simulation results reveal that proposed algorithms can work well with more accuracy when the target is above the linear trajectory of measuring stations, can also work well when there are only two measurements of bearings available.

Keywords: passive localization; triangulation; three dimensional; orthogonal vector; least square

仅测向定位是仅使用方向信息, 利用交叉定位原理得到目标位置坐标的一种方法, 可用于国防、应急响应和健康监测等领域, 近年来得到了广泛研究^[1-7]。经典的交叉定位原理由 Stansfield 提出^[8], Gavish 等分析了 Stansfield 算法的性能, 指出其定位结果为有偏估计^[9]; Dogancay 分析了 Stansfield 算法的最小二乘解决方案的偏差, 并提出将总体最小二乘方法用于 Stansfield 算法以提高估计性能^[10-11]。经典 Stansfield 算法可解决诸多实际问题, 但仅适用于二维目标定位。近年来, 随着实际需求的增加, 三维仅测向定位得到了较多研究。其实现方法一般是先由 Stansfield 类方法得到目标在 xoy 平面上的位置投影, 再利用俯仰角定义计算得到目标位置在 z 轴上的坐标值^[12], 称之为三维伪线性估计子方法(3D Pseudolinear Estimator, 3D PLE)。文献[13]利用加权工具变量方法(Weighted Instrumental Variable, WIV)来减小 3D PLE 算法的估计偏差; 文献[14]利用极大似然(Maximum Likelihood, ML)准则和加权思想将二维 Stansfield 算法扩展到三维应用, 提出了三维加权 Stansfield 算法(Weighted Stansfield algorithm in 3 Dimensions, WS3D), 并利用工具变量方法进一步提升算法性能。从二维扩展到三维的仅测向定位方法可以充分利用二维交叉定位的研究成果, 但测站轨迹在一条直线上且目标位于直线正上方时, 在 xoy 平面中无法进行交叉定位从而算法失效, 限制了其应用。要解决这一问题, 必须直接在

收稿日期: 2018-08-30; 修回日期: 2019-01-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61871474)

作者简介: 刘 剑(1978-), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为通信雷达一体化、阵列信号处理、现代无线通信、综合电子战。
email:sdwfluj@163.com

三维空间中估计目标位置^[12]。现可用算法为正交矢量估计算法(OVE)。此算法寻求测站到目标连线的正交矢量来解算目标位置,解决了前述问题,但不能适用于仅有 2 次测向的快速定位场景,且信息利用率不高,定位性能较差。

1 三维仅测向定位正交矢量估计算法

1.1 三维仅测向定位的基本场景

如图 1 所示,假设要定位的发射机在一固定位置 (x_0, y_0, z_0) ,用一接收机在不同时刻测量其相对的方向角,或用多个接收机同时测量其相对的方向角,在第 i 处测量点的接收机位置为 (x_i, y_i, z_i) ,其测得的方位角和俯仰角为 (φ_i, θ_i) ,方位角定义为测量点到目标连线在 xoy 平行平面内从 x 轴方向到 y 轴方向的夹角,取值范围为 $[0^\circ, 360^\circ)$,俯仰角定义为测量点到目标连线与 xoy 平面的夹角, z 轴正方向为正,取值范围为 $[-90^\circ, 90^\circ]$,则^[12]

$$\tan \varphi_i = \frac{y_0 - y_i}{x_0 - x_i} \quad (1)$$

$$\tan \theta_i = \frac{z_0 - z_i}{\sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2}} \quad (2)$$

令 $\mathbf{p} = [x_0, y_0, z_0]^T$, $\mathbf{r}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$, 则有

$$\mathbf{p} = \mathbf{r}_i + \mathbf{s}_i \quad (3)$$

式中:上标“T”表示矩阵或矢量的转置; \mathbf{s}_i 为 \mathbf{r}_i 到 \mathbf{p} 的矢量。

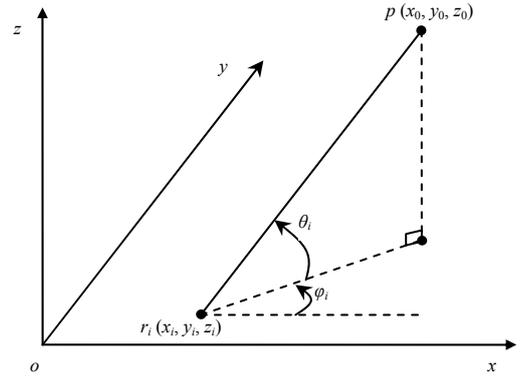


Fig.1 Bearing geometry in 3-dimensional localization

图 1 三维定位中的方向角定义

1.2 正交矢量估计算法

正交矢量估计算法就是寻找正交矢量 \mathbf{a}_i , 使 $\mathbf{a}_i^T \mathbf{s}_i = 0$ (即矢量 \mathbf{a}_i 正交于矢量 \mathbf{s}_i)。实际中为计算方便,通常令 \mathbf{a}_i 的范数为 1, 即 $\|\mathbf{a}_i\| = 1$ 。式(3)两边都乘以 \mathbf{a}_i^T 得^[12]

$$\mathbf{a}_i^T \mathbf{p} = \mathbf{a}_i^T \mathbf{r}_i \quad (4)$$

显然式(4)不需要 \mathbf{s}_i 的信息。为得到 \mathbf{a}_i 的表达式,先研究 \mathbf{s}_i 。已知 (φ_i, θ_i) 时, \mathbf{s}_i 可表示为:

$$\mathbf{s}_i = \|\mathbf{s}_i\| \begin{bmatrix} \cos \theta_i \cos \varphi_i \\ \cos \theta_i \sin \varphi_i \\ \sin \theta_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

注意到,只要将俯仰角 θ_i 加上 $\pi/2$, 就可以得到正交于 $\mathbf{s}_i / \|\mathbf{s}_i\|$ 的矢量 \mathbf{a}_i :

$$\mathbf{a}_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i + \pi/2) \cos \varphi_i \\ \cos(\theta_i + \pi/2) \sin \varphi_i \\ \sin(\theta_i + \pi/2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_i \cos \varphi_i \\ -\sin \theta_i \sin \varphi_i \\ \cos \theta_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

称过直线 $\mathbf{r}_i \mathbf{p}$ 且俯仰角为 θ_i 的平面为俯仰面,称过直线 $\mathbf{r}_i \mathbf{p}$ 且方位角为 φ_i 的平面为方位面,则 \mathbf{a}_i 就是垂直于俯仰面的矢量,与俯仰面中的 \mathbf{s}_i 正交。实际测得的方位角和俯仰角都存在噪声,即

$$\begin{cases} \tilde{\varphi}_i = \varphi_i + \xi_i \\ \tilde{\theta}_i = \theta_i + \zeta_i \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\tilde{\varphi}_i$ 和 $\tilde{\theta}_i$ 分别为方位角与俯仰角在第 i 处的测量值; ξ_i 和 ζ_i 为方位角与俯仰角在第 i 处的测量误差。通过 N 次方向测量,可得

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}_1^T \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_N^T \end{bmatrix} \mathbf{p} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}_1^T \mathbf{r}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_N^T \mathbf{r}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_N \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: $\tilde{\mathbf{a}}_i$ 为 \mathbf{a}_i 存在测量噪声时的值; $\boldsymbol{\eta}$ 为与噪声有关的矢量,在测量误差较小时其值接近于零。则目标位置的最小二乘估计为:

$$\hat{\mathbf{p}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (9)$$

式(9)即为三维定位正交矢量估计算法(OVE)的解析形式。

2 扩展正交矢量估计算法

三维正交矢量估计算法直接在三维空间中进行目标位置估计，消除了二维估计扩展到三维估计的附带误差问题。但观察式(8)可知，矩阵 \mathbf{A} 为 $N \times 3$ 维的，所以 OVE 算法至少需要 3 组测量值才能定位。这是因为，式(6)中只利用了垂直于俯仰面的矢量(俯仰角增加 $\pi/2$ 所对应的正交矢量)，没有利用垂直于方位面的矢量(方位角增加 $\pi/2$ 所对应的正交矢量)。但如果直接在 \mathbf{s}_i 对应的单位矢量中对方位角增加 $\pi/2$ ，则其与 \mathbf{s}_i 并不正交。通过观察可知，是因为 $\sin\theta_i$ 项导致不正交。可将 $\sin\theta_i$ 项置零处理，使此矢量限制在 xoy 平面内，即正交矢量取为

$$\begin{bmatrix} \cos\theta_i \cos(\varphi_i + \pi/2) \\ \cos\theta_i \sin(\varphi_i + \pi/2) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\theta_i \sin\varphi_i \\ \cos\theta_i \cos\varphi_i \\ 0 \end{bmatrix}$$
。对其进行归一化处理，得到第 i 处测量的另一正交矢量为：

$$\mathbf{a}'_i = \begin{bmatrix} -\sin\varphi_i \\ \cos\varphi_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

\mathbf{a}_i 与 \mathbf{a}'_i 2 个矢量均与 \mathbf{p} 正交，可通过正交关系解得目标位置坐标。若存在角度测量误差，有

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}_1^T \\ \tilde{\mathbf{a}}_1'^T \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_N^T \\ \tilde{\mathbf{a}}_N'^T \end{bmatrix} \mathbf{p} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}_1^T \mathbf{r}_1 \\ \tilde{\mathbf{a}}_1'^T \mathbf{r}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_N^T \mathbf{r}_N \\ \tilde{\mathbf{a}}_N'^T \mathbf{r}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_1' \\ \vdots \\ \eta_N \\ \eta_N' \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{A}_E \quad \mathbf{b}_E \quad \boldsymbol{\eta}_E$$

在测向误差较小时，误差 $\boldsymbol{\eta}_E$ 近似为零，目标位置可由最小二乘估计得到

$$\hat{\mathbf{p}}_E = (\mathbf{A}_E^T \mathbf{A}_E)^{-1} \mathbf{A}_E^T \mathbf{b}_E \quad (12)$$

式(12)即为三维 EOVE 的解析形式。EOVE 算法利用了更多的信息，具有比 OVE 算法更高的估计精确度；同时有 2 组方位和俯仰角测量值时， \mathbf{A}_E 为 4×3 维的，式(11)通常是有解的，即 EOVE 算法仅利用 2 次测量值即可进行定位。观察式(11)，如果仅有 2 次测量值，且其中一次的测量值仅提供方位角信息，算法通常仍有效，这对于利用老式警戒雷达的双基地雷达单脉冲定位有十分重要的现实意义。EOVE 算法的步骤如下：

- 步骤 1：测量得到第 i 处的方位角和俯仰角 (φ_i, θ_i) ；
- 步骤 2：由式(6)和式(10)求得站目连线的 2 个正交矢量 \mathbf{a}_i 和 \mathbf{a}'_i ；
- 步骤 3：得到式(11)中的 \mathbf{A}_E 和 \mathbf{b}_E ；
- 步骤 4：由式(12)估计得到目标位置。

3 基于雷达坐标系的扩展正交矢量估计算法

OVE 算法和 EOVE 算法的方向角定义均基于同一笛卡尔坐标系，但在实际应用中，每一位置对目标方向的测量均基于本地的雷达坐标系，无法直接使用式(9)和式(12)进行位置估计。

雷达坐标系中，站址所在经线的正北向切线为 X 轴，垂直向上为 Y 轴，正东向切线为 Z 轴，方位角 φ' 定义为站点沿地面向北切线与向目标方向切线的夹角，从天顶往下看顺时针方向为正，范围为 $[0^\circ, 360^\circ)$ ，俯仰角 θ' 定义为站目连线与雷达站所在点与地球表面相切地平面的夹角，范围为 $[0^\circ, 90^\circ]$ 。

在第 i 处，测站到目标的单位方向矢量为 $[\cos\theta'_i \cos\varphi'_i, \sin\theta'_i, \cos\theta'_i \sin\varphi'_i]^T$ ，从测站直角坐标系 (X, Y, Z) 到大地直角坐标系 (x, y, z) 的转换关系^[15]为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{m}_{i1} & \tilde{n}_{i1} & \tilde{l}_{i1} \\ \tilde{m}_{i2} & \tilde{n}_{i2} & \tilde{l}_{i2} \\ \tilde{m}_{i3} & \tilde{n}_{i3} & \tilde{l}_{i3} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_i} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中：
$$\begin{cases} \tilde{m}_1 = -\sin B_i \cos L_i \\ \tilde{n}_1 = \cos B_i \cos L_i \\ \tilde{l}_1 = -\sin L_i \end{cases}, \begin{cases} \tilde{m}_2 = -\sin B_i \sin L_i \\ \tilde{n}_2 = \cos B_i \sin L_i \\ \tilde{l}_2 = \cos L_i \end{cases}, \begin{cases} \tilde{m}_3 = \cos B_i \\ \tilde{n}_3 = \sin B_i \\ \tilde{l}_3 = 0 \end{cases}$$
， L_i 为经度， B_i 为纬度。测站观测天线中心点在大地

直角坐标系和大地坐标系中的坐标分别为 (x_i, y_i, z_i) 和 (L_i, B_i, h_i) ， h_i 为海拔高度。

于是可定义：

$$c_i = M_i \begin{bmatrix} -\sin \theta_i \cos \varphi_i \\ \cos \theta_i \\ -\sin \theta_i \sin \varphi_i \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$c'_i = M_i \begin{bmatrix} -\sin \varphi_i \\ 0 \\ \cos \varphi_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

可得

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_1^T \\ \tilde{c}'_1^T \\ \vdots \\ \tilde{c}_N^T \\ \tilde{c}'_N^T \end{bmatrix} p = \begin{bmatrix} \tilde{c}_1^T r_1 \\ \tilde{c}'_1^T r_1 \\ \vdots \\ \tilde{c}_N^T r_N \\ \tilde{c}'_N^T r_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta'_1 \\ \vdots \\ \zeta_N \\ \zeta'_N \end{bmatrix} \quad (16)$$

目标位置的最小二乘估计为：

$$\hat{p}'_E = (C_E^T C_E)^{-1} C_E^T d_E \quad (17)$$

4 仿真分析

假设目标位于西安附近，东经 108.9°，北纬 34.5°，海拔高度为 8 000 m，用地理坐标表示为(108.9°E, 34.5°N,8000)，二测量点位置分别为(108.9°E,34.2°N,400)和(108.9°E,34.9°N,1 000)，对应地，式(11)与式(16)中 $N=2$ ；方位角和俯仰角的测量误差均服从零均值高斯分布，其标准差均为 2°。

图 2 给出了 1 000 次定位结果的叠加，坐标系采用大地直角坐标系。显然，本文算法可以仅利用 2 个测量点就估计得到目标位置。作为对比，图 3 给出了 3D PLE 和 WS3D 的测向结果。当目标位于 2 次测量站点连线正上方时，二测量点与目标在 xoy 平面内投影点在一条直线上，二维算法无法准确定位。3D PLE 和 WS3D 算法是从二维扩展到三维的，此种情况下 2 种算法无法正确定位。

在上述仿真条件下，原 OVE 算法不能定位，为与 OVE 算法进行性能比较，令二测量点各取 2 次测量值进行一次定位，此时式(11)中的 $N=4$ ，OVE 算法的定位利用文献[12]中的式(10)，其他条件均同前，图 4 给出了 EOVE 算法与 OVE 算法的定位结果。可见，EOVE 算法的估计精确度明显高于 OVE 算法，这是因为 OVE 算法只利用了俯仰面的正交信息，而 EOVE 算法同时利用了方位面和俯仰面的正交信息，增加了信息利用率。

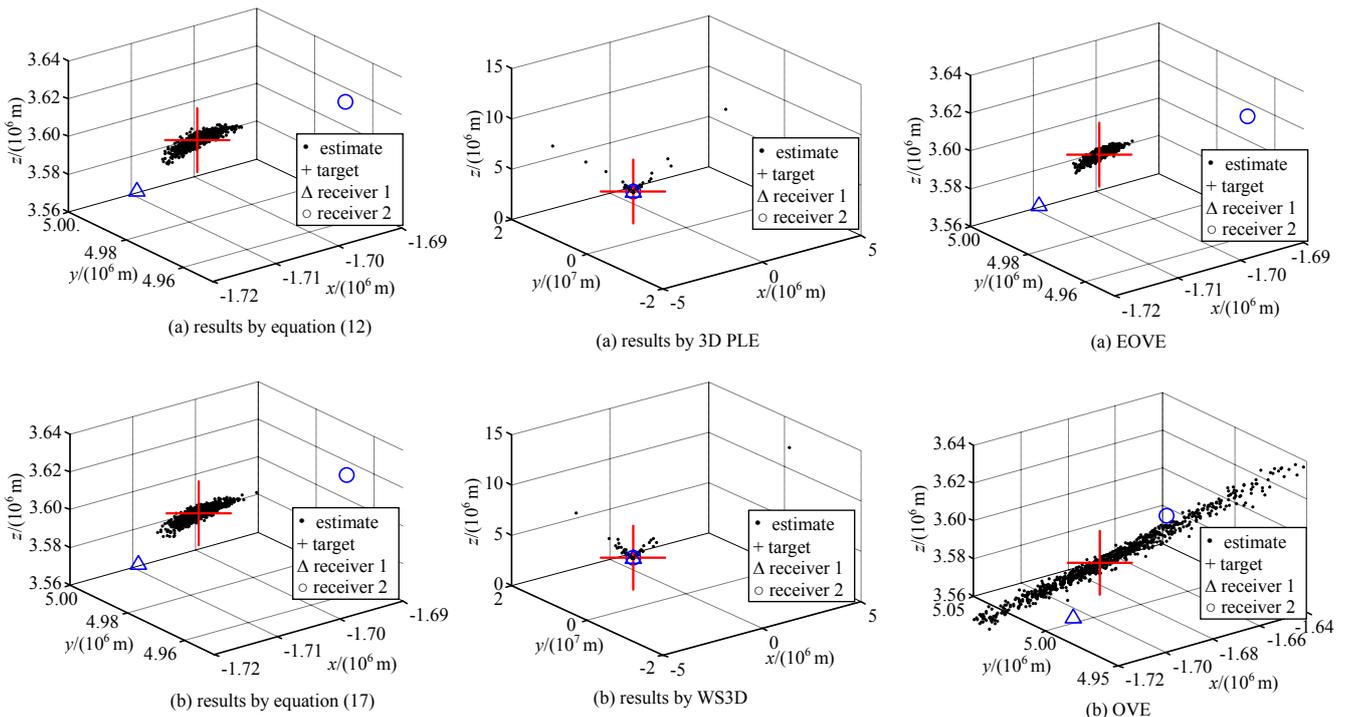


Fig.2 Simulation results of proposed algorithms
图 2 新算法定位结果

Fig.3 Simulation results of existing algorithms
图 3 已有算法的定位结果

Fig.4 Comparison between EOVE and OVE
图 4 与 OVE 算法定位性能比较

为了验证新算法对老旧雷达的适应性，仿真中将第一个测量点位置改为(108.8°E,34.2°N,400)，且此点只能测得目标方位角，其他仿真条件同图 2。图 5 给出的仿真结果表明，只利用 2 次测向结果且一次测向结果仅有方位角时，本文算法仍能在一个脉冲内定位目标。

5 结论

本文提出的 EVOE 算法可利用仅测向数据对目标进行三维定位，克服了从二维直接扩展到三维的仅测向定位算法难以对直线测站轨迹正上方的目标进行三维定位的问题。相比已有的正交矢量估计算法，增加了测向信息利用率，从而提高了定位精确度，可以仅用 2 次测向数据完成对目标的三维定位，且允许 2 次测向数据中有一次只提供方位信息，实用价值高。

参考文献：

- [1] GEZICI S,TIAN Z,BIANNAKIS G B,et al. Localization via ultra-wideband radios: a look at positioning aspects for future sensor networks[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005,22(4):70–84.
- [2] WANG Z,LUO J A,ZHANG X P. A novel location-penalized maximum likelihood estimator for bearing-only target localization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012,60(12):6166–6181.
- [3] SHAMES I,BISHOP A N,ANDERSON B D O. Analysis of noisy bearing-only network localization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013,58(1):247–252.
- [4] SHARMA R,QUEBE S,BEARD R W,et al. Bearing-only cooperative localization[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2013,72(3/4):429–440.
- [5] 朱拥建,刘远,石林艳,等. 非合作侦察定位系统的关键技术[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2018,16(3):452–457. (ZHU Yongjian,LIU Yuan,SHI Linyan,et al. Key technology of non-cooperative reconnaissance and positioning system[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2018,16(3):452–457.)
- [6] YAN Q,CHEN J,OTTOY G,et al. Robust AOA based acoustic source localization method with unreliable measurements[J]. Signal Processing, 2018,152:13–21.
- [7] YAN Q,CHEN J,OTTOY G,et al. An accurate AOA localization method based on unreliable sensor detection[C]// 2018 IEEE Sensors Applications Symposium(SAS). Seoul,South Korea:IEEE, 2018.
- [8] STANSFIELD R G. Statistical theory of DF fixing[J]. Journal of the Institution of Electrical Engineers–Part IIIA: Radiocommunication, 1947,94(15):762–770.
- [9] GAVISH M,WEISS A J. Performance analysis of bearing-only target location algorithms[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1992,28(3):817–828.
- [10] DOGANCA Y K. On the bias of linear least squares algorithms for passive target localization[J]. Signal Processing, 2004, 84(3):475–486.
- [11] DOGANCA Y K. Bearings-only target localization using total least squares[J]. Signal Processing, 2005,85(9):1695–1710.
- [12] DOGANCA Y K,IBAL G. 3D passive localization in the presence of large bearing noise[C]// 13th European Signal Processing Conference. Antalya,Turkey:EURASIP, 2005:1–4.
- [13] DOGANCA Y K,IBAL G. Instrumental variable estimator for 3D bearings-only emitter location[C]// Proceedings of the 2005 International Conference on Intelligent Sensors,Sensor Networks and Information Processing. Melbourne,Australia: IEEE, 2005:63–68.
- [14] ADIB N,DOUGLAS S C. Extending the Stansfield algorithm to three dimensions:algorithms and implementations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018,66(4):1106–1117.
- [15] 田中成,刘聪锋. 无源定位技术[M]. 北京:国防工业出版社, 2015. (TIAN Zhongcheng,LIU Congfeng. Passive locating technology[M]. Beijing:National Defense Industry Press, 2015.)

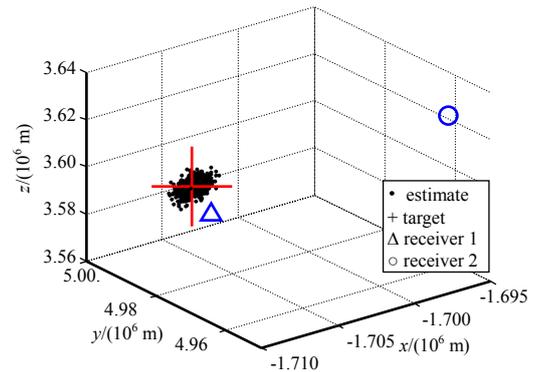


Fig.5 Monopulse locating with a 3-dimensional receiver and a 2-dimensional receiver
图 5 两次测向中一次仅提供方位信息时的单个脉冲内定位