

文章编号: 2095-4980(2020)04-0606-04

## 一种改进的 FDA-MIMO 雷达波束形成算法

李星星<sup>1</sup>, 熊智敏<sup>2</sup>, 王党卫<sup>2</sup>, 马晓岩<sup>2</sup>

(1.78102 部队, 四川 成都 610014; 2.空军预警学院 预警技术系, 湖北 武汉 430000)

**摘要:** 频率分集阵列多输入多输出(FDA-MIMO)雷达由于其波束具有距离依赖特性而受到广泛关注。建立了FDA-MIMO雷达的回波模型, 将传统的特征空间(ESB)波束形成算法扩展到该体制雷达。针对该算法在低信噪比(SNR)性能较差的问题, 提出了一种改进的ESB波束形成算法。仿真结果表明该体制雷达能够抑制来自角度主瓣的距离依赖干扰, 并证明了新算法的有效性。

**关键词:** 频率分集阵列多输入多输出雷达; 距离依赖波束; 特征空间算法; 干扰抑制

中图分类号: TN911

文献标志码: A

doi:10.11805/TKYDA2017368

## An improved FDA-MIMO radar beamforming algorithm

LI Xingxing<sup>1</sup>, XIONG Zhimin<sup>2</sup>, WANG Dangwei<sup>2</sup>, MA Xiaoyan<sup>2</sup>

(1.Unit 78102, Chengdu Sichuan 610014, China;

2.Department of Early Warning Technology, Air Force Early Warning Academy, Wuhan Hubei 430000, China)

**Abstract:** Frequency Diverse Array Multiple-Input and Multiple-Output(FDA-MIMO) has drawn a remarkable amount of attention due to its particular range-dependent beampattern. Firstly, the echo model of the FDA-MIMO radar is established; then the conventional Eigenspace-Based(ESB) beamformer is extended to this model. Finally, an improved ESB beamforming algorithm is proposed to enhance the performance in low Signal Noise Ratio(SNR). Simulation results show that the range-dependent interference from main lobe can be suppressed and the effectiveness of the proposed algorithm is verified.

**Keywords:** Frequency Diverse Array Multiple-Input and Multiple-Output radar; range-dependent beampattern; Eigenspace-Based algorithm; interference suppression

自适应波束形成技术一直是雷达、声呐和无线电通信等领域的研究热点。相控阵雷达因其灵活的波束控制在空间滤波方面的能力得到极大提高。然而, 该体制的雷达波束指向只与角度有关, 在距离向是恒定的。但是在某些实际应用中, 比如距离依赖的干扰或杂波抑制, 希望波束的能量能够指向特定的距离角度区域。2006年, P Antonik等首次提出了频率分集阵列(FDA)雷达的概念<sup>[1]</sup>, 国内也称之为频控阵雷达<sup>[2]</sup>。该雷达区别于传统雷达最本质的属性是距离依赖波束, 其能够提供距离-角度方面的可控自由度(Degree of Freedom, DOF), 因此成为雷达领域一个新的研究热点并受到了极大关注<sup>[2-4]</sup>。目前, 该雷达体制研究主要集中在常规波束形成上, 主要包含3个方面: a) 波束扫描特性分析, 研究其独特的“S”形分析图特点以及与传统雷达分析图的区别<sup>[5-6]</sup>; b) 时间独立的波束形成方法, 主要解决波束依赖于时间的问题<sup>[7-9]</sup>; c) 点波束形成方法, 获得发射能量的聚焦以及获得低副瓣波束<sup>[10-12]</sup>。频分体制雷达在抗距离依赖干扰的可行性及应用场景分析已经比较深入, 但其自适应波束形成有待进一步研究。为了减低波束域距离-角度耦合, 文献[13]将FDA和多输入多输出(MIMO)技术结合起来并称之为频率分集阵列多输入多输出(FDA-MIMO)雷达。频控阵雷达波束具有距离依赖性, 因此基于该体制能够实现距离依赖干扰或杂波抑制。文献[14]研究了基于最小方差无畸变响应(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)的频率分集MIMO相控阵雷达距离依赖波束形成, 从理论上说明了该体制雷达较MIMO相控阵雷达具有更优的波束形成性能, 然而并没有考虑导向矢量存在误差将会降低波束形成器的性能。文献[6]分析了FDA-MIMO雷达频率增量误差对波束性能的影响。此外, 文献[15]对距离欺骗干扰问题进行了研究, 并将最差性能最优波束形成算法扩展到FDA-MIMO雷达, 实际上也只考虑了回波数据包含信号的情况, 并没有研究导向矢量误差的影

收稿日期: 2017-12-13; 修回日期: 2019-06-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61179015;61401503)

作者简介: 李星星(1988-), 男, 博士, 主要研究方向为MIMO雷达信号处理, 自适应波束形成与目标定位。email:13871011504@163.com

响。目前基于FDA-MIMO雷达的稳健波束形成算法还有待进一步研究。本文基于FDA-MIMO雷达的信号模型,在考虑实际中导向矢量存在误差的基础上,首先将相控阵雷达的传统的算法特征空间(ESB)扩展到该体制,并进一步提出了一种基于特征向量投影的FDA-MIMO雷达波束形成新算法,该算法将导向矢量估计转化为一个凸优化问题,利用凸优化算法能够很容易解决。仿真结果表明该算法对导向矢量误差具有较强的鲁棒性。

## 1 FDA-MIMO 信号模型

考虑集中式FDA-MIMO雷达,发射和接收共用一包含 $N$ 个阵元的均匀分布的线阵,则第 $n$ 个阵元发射的信号 $s_n(t)$ 可表示为:

$$s_n(t) = \text{rect}(t/T) \phi_n(t) \exp(j2\pi f_n t) \quad (1)$$

式中: $T$ 为脉冲宽度;信号 $\phi_n(t)$ 为相互正交的,即 $\int_T \phi_n(t) \phi_m^*(t-\tau) \exp[j2\pi(n-m)\Delta f] dt = 0, n \neq m$ ,  $\tau$ 为任意时延; $f_n = f_c + (n-1)\Delta f$ 为相应的载频。在点目标的假设下,发射信号到达目标时可建模:

$$s_i(t) = \sum_{n=1}^N a_n(\theta) s_n\left(t - \frac{r}{c}\right) \quad (2)$$

式中: $a_n \approx \exp\left[j2\pi f_c(n-1)d \sin \frac{\theta}{c}\right]$ ;  $r$ 为目标到雷达的距离;  $c$ 为光速。则接收阵元中第 $n'$ 个天线接收到的信号为: $d$ 为两阵元的间距;  $\theta$ 为目标与线阵法线的夹角。

$$x_{n'}(t) = \sum_{n=1}^N \alpha a_n(\theta) s_n\left(t - \frac{r}{c - \tau_{n'}}\right) \quad (3)$$

式中: $\alpha$ 为目标的复散射系数;  $\tau_{n'}$ 为参考点和阵元 $n'$ 之间的传播时延。经过对 $x_{n'}(t)$ 进行正交匹配滤波,阵元 $n'$ 的第 $p$ 通道的输出可以表示为:

$$x_{n'p} = \xi a_p(\theta) r_p(r) b_{n'}(\theta) + n' \quad (4)$$

式中: $\xi = \alpha \exp(j2\pi f_c r)$ ;  $b_{n'} \approx \exp\left[j2\pi f_c(n'-1)d \sin \frac{\theta}{c}\right]$ 为接收流形矢量 $\mathbf{b}(\theta)$ 的第 $n'$ 个元素,类似地,

$r_p(r) = \exp\left[-j4\pi r(p-1)\Delta \frac{f}{c}\right]$ 为发射流形矢量 $\mathbf{r}(r)$ 的第 $p$ 个元素。从而发射流形矢量可以表示为:

$$\mathbf{ar}(r, \theta) = \mathbf{r}(r) \odot \mathbf{a}(\theta) \quad (5)$$

式中 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$ 为发射流形矢量。从式(5)可以发现流形矢量不仅是角度依赖的,而且也是距离依赖的。进一步可以将式(4)所有的接收阵列的输出写成如下的形式

$$\mathbf{x} = \mathbf{b} \otimes \mathbf{ar}(r, \theta) + \mathbf{n} \quad (6)$$

假设目标位于 $(r_0, \theta_0)$ ,  $D$ 个干扰分别位于 $(r_d, \theta_d)$ , 则匹配滤波之后的数据模型可以表示为:

$$\mathbf{y} = \xi_0 \mathbf{u}(r_0, \theta_0) + \sum_{d=1}^D \xi_d \mathbf{u}(r_d, \theta_d) + \mathbf{n} \quad (7)$$

式中 $\mathbf{u}(r_0, \theta_0) = \mathbf{b}(\theta_0) \otimes \mathbf{ar}(r_0, \theta_0)$ 。

## 2 波束形成新算法

对于FDA-MIMO雷达, MVDR波束形成器能够实现最大信干噪比的前提是能够准确获得协方差矩阵估计和导向矢量,实际中到达角、目标距离估计、阵列位置和频率增量等误差的影响不可避免,这将导致波束形成算法性能的下降甚至失效。

对理论的协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 进行特征分解:

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{E}_n^H \quad (8)$$

式中 $\mathbf{E}_s$ 和 $\mathbf{E}_n$ 分别是信号加干扰和噪声子空间向量。则ESB算法的最优权向量为:

$$\mathbf{w}_{\text{ESB}} = \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \boldsymbol{\mu}(r_0, \theta_0) \quad (9)$$

将假定的导向矢量投影到信号加干扰子空间在高信噪比下能有效地改善导向矢量失配的问题,但是该方法在低信噪比下由于信号和噪声子空间发生交换问题,导致算法性能下降。

本文从另一个角度来研究基于特征空间的波束形成算法,理论上说导向矢量与噪声子空间是严格正交的,即

$$\mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \mathbf{u}(r_0, \theta_0) = 0 \quad (10)$$

但实际上难以获得不含信号的协方差矩阵,因此一般用采样协方差矩阵来代替干扰加噪声协方差矩阵

$$\tilde{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{y}(k) \mathbf{y}^H(k) \quad (11)$$

式中  $K$  是快拍数。加之实际中导向矢量会有一定的误差,因此式(10)不一定成立。因此可以考虑如下的新的代价函数:

$$\min_{\mathbf{u}(r, \theta)} \|\mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \mathbf{u}(r, \theta)\|_2 \quad (12)$$

为了防止  $\mathbf{u}(r, \theta)$  收敛  $\mathbf{0}_{M^2}$ , 可以加入如下的约束

$$\bar{\mathbf{u}}(r, \theta) (\mathbf{u}(r, \theta) - \bar{\mathbf{u}}(r, \theta)) = 0 \quad (13)$$

式中  $\bar{\mathbf{u}}(r, \theta)$  为假定导向矢量,显然当  $\mathbf{u}(r, \theta) = \mathbf{0}_{M^2}$  时,上式是不成立的。ESB 算法在低信噪比下效果较差的原因在于噪声子空间和信号子空间发生交换之后,原有的正交关系遭到破坏,实际的导向矢量不再与估计出的噪声子空间正交,所以代价函数(12)最小时对应的并不是真实的导向矢量,甚至估计出的导向矢量收敛于干扰和噪声空间,其准确性甚至不如假定的导向矢量  $\bar{\mathbf{u}}(r, \theta)$ 。借鉴文献[16]的思想,可以进一步提出如下的约束条件:

$$\mathbf{u}^H(r, \theta) \bar{\mathbf{C}} \mathbf{u}(r, \theta) \leq \max_{\theta \in \Theta_\theta, r \in \Theta_r} \mathbf{d}^H(r, \theta) \bar{\mathbf{C}} \mathbf{d}(r, \theta) \quad (14)$$

式中:  $\Theta_r = [r_1, r_2]$  和  $\Theta_\theta = [\theta_1, \theta_2]$  分别表示期望信号的空域区间;  $\bar{\mathbf{C}} = \int_{\bar{\Theta}_\theta} \int_{\bar{\Theta}_r} \mathbf{d}(r, \theta) \mathbf{d}^H(r, \theta) d\theta dr$ ,  $\mathbf{d}(r, \theta)$  是理想情况

下对应于  $(r, \theta)$  的导向矢量,  $\bar{\Theta}_r$  和  $\bar{\Theta}_\theta$  分别是  $\Theta_r$  和  $\Theta_\theta$  的补集。综上可得本文所提的改进的 ESB 波束形成算法:

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{u}(r, \theta)} \|\mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \mathbf{u}(r, \theta)\|_2 \\ \text{s.t. } \bar{\mathbf{u}}(r, \theta) (\mathbf{u}(r, \theta) - \bar{\mathbf{u}}(r, \theta)) = 0 \\ \mathbf{u}^H(r, \theta) \bar{\mathbf{C}} \mathbf{u}(r, \theta) \leq \max_{\theta \in \Theta_\theta, r \in \Theta_r} \mathbf{d}^H(r, \theta) \bar{\mathbf{C}} \mathbf{d}(r, \theta) \end{cases} \quad (15)$$

其流程可总结为:

- 1) 根据式(11)获得采样协方差矩阵  $\tilde{\mathbf{R}}$  并通过式(8)的特征分解得到噪声子空间;
- 2) 根据阵列和距离角度先验信息得到假定导向矢量  $\bar{\mathbf{u}}(r, \theta)$ , 并获得积分矩阵  $\bar{\mathbf{C}}$ ;
- 3) 将  $\mathbf{E}_n$ ,  $\bar{\mathbf{u}}(r, \theta)$  和  $\bar{\mathbf{C}}$  代入式(15), 易知问题(15)是一个凸优化问题, 可以利用 Matlab 中的 CVX 工具箱直接求解<sup>[17]</sup>。

### 3 仿真实验

仿真中假设阵元数  $M = 10$ , 频率增量为 30 kHz, 载频为 10 GHz, 阵元间距为半波长, 2 个独立干扰位置为 (9 km, 0°) 和 (14 km, 30°), 假定的目标位置为 (10 km, 0°), 噪声为复高斯白噪声。考虑目标导向矢量的误差由到达角和距离估计误差引起, 其中误差服从随机均匀分布, 分别分布于区间  $[-3^\circ, 3^\circ]$  和  $[-0.1, 0.1]$  km。对于改进的 ESB 算法, 假定的期望信号到达区域为  $\Theta_\theta = [-5^\circ, 5^\circ]$  和  $\Theta_r = [10-0.2, 10+0.2]$  km。图 1 描述了在快拍数  $K = 100$  条件下输出 SINR 与 SNR 关系曲线, 从图中可以看出 FDA-MIMO 雷达能够有效抑制来自同一角度不同距离的干扰, 而且本文提出的改进的 ESB 算法在 SNR 低于 -10 dB 条件下明显优于传统的 ESB 算法, 在 -40 dB 条件下可以提供 20 dB 的改善, 而在高信噪比情况下性能相当, 这是由于此时约束条件公式(14)基本不起约束作用, 因此本文算法刚好实现了低信噪比约束导向矢量估计值不收敛于干扰和噪声空间, 而高信噪比下利用准确的噪声空间直接估计出导向矢量。图 2 给出了  $R_{SN} = -15$  dB 条件下输出 SINR 与快拍数的关系曲线, 可知在相同的快拍数下, 改进的算法均优于传统方法, 在快拍数为协方差矩阵维数的 2 倍时, 输出 SINR 依然可以提高 2 dB, 因此本文算法对导向矢量失配更加稳健。

### 4 结论

该文研究了 FDA-MIMO 雷达自适应波束形成问题, 针对 ESB 算法在低信噪比下性能下降的问题, 对波束形成问题中待估计导向矢量增加了一个二次约束, 使得导向矢量在低信噪比下不会收敛于干扰或噪声空间。仿真结果

表明, 该文提出的算法在高信噪比下与 ESB 效果相当, 而在低信噪比下明显优于 ESB 算法。

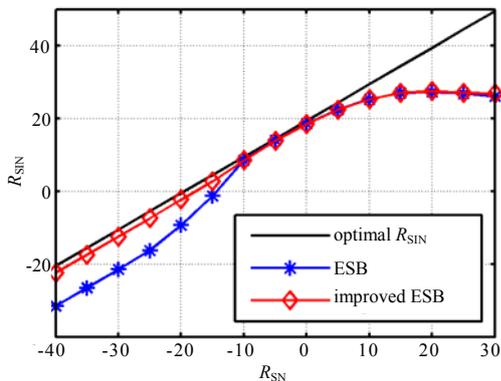


Fig.1 Relation curves between the output  $R_{SIN}$  and  $R_{SN}$   
图1 输出  $R_{SIN}$  与  $R_{SN}$  的关系曲线

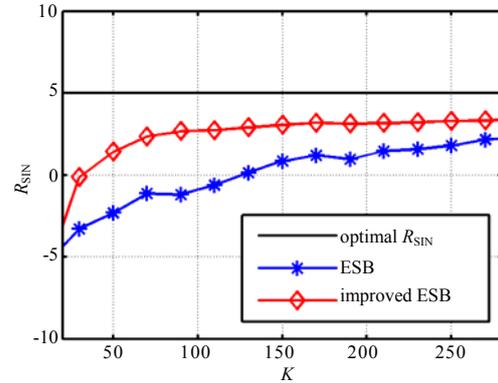


Fig.2 Relation curves between output  $R_{SIN}$  and snapshot number  $K$   
图2 输出  $R_{SIN}$  与快拍数  $K$  的关系曲线

#### 参考文献:

- [ 1 ] ANTONIK P,WICKS M,GRIFFITHS H,et al. Frequency diverse array radars[C]// 2006 IEEE Radar Conference. Verona, NY,USA:[s.n.], 2006:215–217.
- [ 2 ] WANG W Q. Overview of frequency diverse array in radar and navigation applications[J] IET Radar,Sonar and Navigation, 2016,10(6):1001–1012.
- [ 3 ] WANG W Q. Frequency diverse array antenna:new opportunities[J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2015,57(2):145–152.
- [ 4 ] LI Xingxing,WANG Dangwei,MA Xiaoyan,et al. FDS-MIMO radar low-altitude beam coverage performance analysis and optimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018,66(9):2494–2506.
- [ 5 ] GAO K D,CHEN H,CAI J,et al. Impact of frequency increment errors on frequency diverse beam pattern[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2015(1):1–12.
- [ 6 ] GAO K D,SHAO H Z,CHEN H,et al. Impact of frequency increment errors on frequency diverse array MIMO in adaptive beamforming and target localization[J]. Digital Signal Processing, 2015,44(1):58–67.
- [ 7 ] KHAN W,QURESHI I M. Frequency diverse array radar with time-dependent frequency offset[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2014,13(1):758–761.
- [ 8 ] XU Y H,SHI X W,XU J W,et al. Range-angle-dependent beamforming of pulsed frequency diverse array[J]. IEEE Transactions on Antennas Propagation, 2015,63(7):3262–3267.
- [ 9 ] YAO A M,WU W,FANG D G. Frequency diverse array antenna using time-modulated optimized frequency offset to obtain time-invariant spatial fine focusing beam pattern[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2016,64(10):4434–4446.
- [10] KHAN W,QURESHI I M,BASIT A,et al. Range bins based MIMO frequency diverse array radar with logarithmic frequency offset[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2016,15(1):885–888.
- [11] XIONG J,WANG W Q,SHAO H Z,et al. Frequency diverse array transmit beam pattern optimization with genetic algorithm[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2017,16(1):469–472.
- [12] XU Y H,SHI X W,XU J W,et al. Range-angle-decoupled beam pattern synthesis with subarray-based frequency diverse array[J]. Digital Signal Processing, 2017(64):49–59.
- [13] SAMMARTINO P F,BAKER C J,GRIFFITHS H D. Frequency diverse MIMO techniques for radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013,49(1):201–222.
- [14] WANG W Q. Phased-MIMO radar with frequency diversity for range-dependent beamforming[J]. IEEE Sensors Journal, 2013,13(4):1320–1328.
- [15] XU J W,LIAO G S,ZHU S H,et al. Deceptive jamming suppression with frequency diverse MIMO radar[J]. Signal Processing, 2015,113(1):9–17.
- [16] GU Y J,ZHU W P,SWAMY M N S. Adaptive beamforming with joint robustness against covariance matrix uncertainty and signal steering vector mismatch[J]. Electronics Letters, 2010,46(1):86–87.
- [17] GRANT M,BOYD S,YE Y. CVX:MATLAB software for disciplined convex programming[EB/OL]. (2013–01) [2017–10–11]. <http://cvxr.com/cvx>.