

文章编号: 2095-4980(2022)05-0444-06

脉冲位置键控系统误比特性能分析

石先华, 刘友江, 解楠

(中国工程物理研究院 电子工程研究所, 四川 绵阳 621999)

摘要: 梳理基于等待门限判决的脉冲位置键控系统相关文献资料, 发现文献给出的误比特率(BER)理论公式不能准确描述系统误比特率, 尤其是在低信噪比情况下一些理论公式计算的误比特率已经高于 0.5, 超过了通信系统误比特率上限, 不符合通信理论。分析了各文献资料误比特率理论公式推导过程中的问题所在, 推导得到了一个新的误比特率理论公式。进行了数值仿真, 结果表明, 新的误比特率理论公式与仿真吻合良好, 能够准确描述系统误比特率, 并且在低噪比下计算的误比特率不高于 0.5, 符合通信理论。在新的误比特率理论公式基础上, 分析了基于等待门限判决的脉冲位置键控系统能量效率, 并与二进制相移键控(BPSK)系统进行了比较, 表明基于等待门限判决的脉冲位置键控系统是一种具有较高能量效率的系统, 在一定条件下甚至优于 BPSK 系统。

关键词: 脉冲位置键控; 等待门限判决; 误比特率; 能量效率

中图分类号: TN914.2

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2020012

BER performance analysis of pulse position keying system

SHI Xianhua, LIU Youjiang, XIE Nan

(Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang Sichuan 621999, China)

Abstract: From the literature of the threshold type decision pulse position keying system, it is found that the theoretical formula given by the literature cannot describe the Bit Error Rate(BER) accurately. Especially under low signal to noise ratio, the BER calculated by the theoretical formula is bigger than 0.5, which is in inconformity with communication theory. The problems of the literature in deducing the formula are analyzed and a new theoretical formula is given for the BER of the threshold type decision pulse position keying system. Simulation results show that the new theoretical formula can describe the BER accurately, and the BER calculated by the theoretical formula is below 0.5 under low signal to noise ratio, which is in conformity with communication theory. Based on the new theoretical formula, the energy efficiency of the threshold type decision pulse position keying system is analyzed and compared with that of Binary Phase Shift Keying(BPSK) system. The results show that the threshold type decision pulse position keying system is energy efficient and even better than BPSK system in some situations.

Keywords: pulse position keying; threshold type decision; Bit Error Rate; energy efficiency

脉冲位置键控是我国遥测领域长期使用的一项重要技术, 在某些瞬发信号测量方面具有独特优势。1980 年文献[1]对脉冲位置键控系统进行了公开报道, 介绍了脉冲位置键控系统的基本工作原理, 并分析了基于等待门限判决条件下的误比特率性能, 推导了误比特率理论公式, 认为脉冲位置键控系统具有能量效率高、功率裕量大、设备简单等优点。该文章发表后在国内遥测领域引起了广泛讨论^[2-6], 讨论主要围绕着如何正确推导基于等待门限判决的脉冲位置键控系统的误比特率理论公式进行, 不同的研究人员推导的误比特率理论公式各不相同, 从而得出了关于能量效率高低的结论。

文献[1]将误差情况分为虚警概率和漏失概率两类, 当信号脉冲采样之前出现噪声采样超过判决门限时发生虚警概率, 而当信号脉冲采样低于判决门限时发生漏失概率, 将虚警概率与漏失概率相加即可得脉冲位置键控系统的误符号率, 再通过误符号率与误比特率之间的转换关系得到误比特率。但是文献[1]在计算漏失概率时没有排除已经发生虚警的情况, 重复计算了误码, 并且所推导的误符号率与误比特率转换关系不准确。文献[2]将误差情况分为单独

由虚警造成的误差和由虚警、漏失共同造成的误差两种情况，再将两者相加得到总的误符号率，然后通过误符号率与误比特率之间的转换关系得到误比特率。其中由虚警、漏失共同造成的误差又分为两种情况：一种是信号脉冲低于门限漏失后一直不出现虚警；另一种情况是信号低于门限漏失以后的某个时刻出现虚警。两种情况误码数不同，因此误差跟脉冲漏失以后虚警是否出现以及虚警出现的时刻取不同值，因计算平均值比较困难，文献[2]分别给出了误比特率的上、下限值。但是文献[2]在计算单独由虚警造成的误差时将多个虚警概率相加，扩大了错误概率，并且推导的误符号率与误比特率之间的关系不准确。文献[3-4]为同一作者，也从虚警和漏失出发计算系统误比特率。文中将信号脉冲到来之前至少出现一次噪声采样超过判决门限的情况归为虚警；将信号脉冲到来之前噪声采样都不超过判决门限，并且信号脉冲采样低于判决门限的情况归为漏失。将虚警与漏失相加得到系统误符号率，再转换得到误比特率。文献[3-4]在误比特率推导过程中完整地进行了错误概率划分，正确使用了误符号率与误比特率的转换关系，但是取了较多近似。文献[5]也从虚警与漏失出发，考虑信号不产生虚警同时不产生漏失的情况为正确判决，其补集为错误判决，从而得到误符号率理论公式。文献[5]以正确判决的补集为错误判决的思路较为简洁，但是给出的不发生虚警概率平均值不够准确，并且没有给出误符号率与误比特率的转换关系。文献[6]对误比特率推导思路与文献[1-5]有较大区别，文献[6]从码字重量与码距出发，分析每一个码字被误判后的误码数量，结合虚警概率与漏失概率，推导了误比特率理论公式，并分析了误比特率与误符号率之间的关系。文献[6]推导了误比特率与误符号率的正确关系，但是在计算漏判情况的错误概率时没有排除已经出现虚警的情况，重复计算了误码。

文献[1-6]在推导误比特率理论公式时均有一些不合理之处，且限于当时的计算能力，在推导过程中取了一些近似，这些原因共同导致所给出的误比特率理论公式不能完全准确描述系统性能，尤其在低信噪比条件下理论误比特率与系统实际性能差距较大。本文采用先推导系统符号判决正确的概率，再取其补集得到系统错误符号率，最后通过误符号率与误比特率转换关系得出系统误比特率，并且推导过程不取近似，最后得到的新的误比特率理论公式能够更为准确地描述系统误比特率性能。

1 新误比特率理论公式推导

基于等待门限判决的脉冲位置键控系统的基本工作原理可参考文献[1-6]，本文不再赘述。同文献[1-6]，本文的推导也基于如下假设：系统已经同步良好；脉冲信号在可能出现的时隙均匀等概分布；系统采用非相干包络解调，无脉冲时的包络采样服从瑞利分布式(1)，有脉冲时包络采样服从莱斯分布式(2)：

$$p(u_N) = \frac{u_N}{\sigma^2} \exp(-u_N^2/\sigma^2) \quad (1)$$

$$p(u_S) = \frac{u_S}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{u_S^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Au_S}{\sigma^2}\right) \quad (2)$$

式中： σ^2 为高斯白噪声方差； A 为脉冲信号电压峰值； $I_0(\cdot)$ 为零阶贝塞尔函数。

根据脉冲位置键控系统工作原理，每个脉冲携带 M 比特信息，每个符号被划分为 2^M 个时隙。等待门限判决的基本思想是：首先设置一个门限值，从第一个采样时隙开始，依次将每一个采样时隙的包络值与门限值进行比较，当首次出现某一个采样时隙包络值大于门限时，即判定此时隙为对应的发送信号；若一直到第 2^M 个采样时隙的包络值都低于门限，则判定第 2^M 个时隙为对应的发送信号。

基于上述的门限判决的基本思想，假设发送第 k 个时隙的信号，则前 $k-1$ 个采样时隙包络值均未超过门限，且第 k 个采样时隙包络值超过门限时，符号不会被判错；需要特别指出的是，当发送的为第 2^M 个时隙的信号时，只要前 2^M-1 个采样时隙包络值均未超过门限，此时无论第 2^M 个采样值是否超过门限，均不会判错。

上述即是一个符号判决正确的情形，其补集就是判决错误的情形，本文就是先计算判决正确的概率，再取其补集得到判决错误的概率。

假定等待判决门限系数为 γ ，则判决门限为 $U_0 = \gamma \cdot A$ ，则噪声时隙包络值不超过判决门限的概率为：

$$P_{c1} = \int_0^{U_0} p(u_N) du_N \quad (3)$$

每个噪声时隙包络值独立同分布，则前 $k-1$ 个噪声时隙包络值均未超过门限的概率为：

$$P'_{c1}(k) = \prod_{i=1}^{k-1} P_{c1} \quad (4)$$

第 k 个时隙有信号，其包络值超过门限的概率为：

$$P_{c2}(k) = \int_{U_0}^{+\infty} p(u_S) du_S \quad (5)$$

因此, 当 $k \leq 2^{M-1}$ 时, 符号判断正确的概率为:

$$P_{c3}(k \leq 2^{M-1}) = P'_{c1}(k) \cdot P_{c2}(k) \quad (6)$$

当 $k=2^M$ 时, 符号判断正确的概率为:

$$P_{c3}(k=2^M) = P'_{c1}(2^M) \cdot P_{c2}(2^M) + P'_{c1}(2^M) \cdot [1 - P_{c2}(2^M)] = P'_{c1}(2^M) \quad (7)$$

由于 k 在 2^M 个时隙中均匀等概分布, 因此可得基于等待门限判决的脉冲位置键控系统的符号判断正确的概率为

$$P_c = \frac{1}{2^M} \left(\sum_{k=1}^{2^M-1} P_{c3}(k \leq 2^{M-1}) + P_{c3}(k=2^M) \right) \quad (8)$$

则误符号率为

$$P_{ew} = 1 - P_c \quad (9)$$

将式(1)~(8)代入式(9), 可得

$$\begin{aligned} P_{ew} &= 1 - \frac{1}{2^M} \left\{ \sum_{k=1}^{2^M-1} \left[\prod_{i=1}^{k-1} \int_0^{U_0} \frac{u_N}{\sigma^2} e^{-u_N^2/\sigma^2} du_N \right] \cdot \int_{U_0}^{+\infty} \frac{u_S}{\sigma^2} e^{-\frac{u_S^2+A^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{Au_S}{\sigma^2}\right) du_S + \prod_{i=1}^{2^M-1} \int_0^{U_0} \frac{u_N}{\sigma^2} e^{-u_N^2/\sigma^2} du_N \right\} \\ &= 1 - \frac{1}{2^M} \left\{ \sum_{k=1}^{2^M-1} \left[\left(1 - e^{-\gamma^2 \frac{A^2}{2\sigma^2}}\right)^{k-1} \cdot Q_1\left(\frac{A}{\sigma}, \gamma \frac{A}{\sigma}\right) \right] + \left(1 - e^{-\gamma^2 \frac{A^2}{2\sigma^2}}\right)^{2^M-1} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $Q_1(a, b)$ 是 Marcum Q 函数。由于 $A^2/2\sigma^2 = M \cdot E_b/N_0$, 则有

$$P_{ew} = 1 - \frac{1}{2^M} \left\{ \sum_{k=1}^{2^M-1} \left[\left(1 - e^{-\gamma^2 M \cdot E_b/N_0}\right)^{k-1} \cdot Q_1\left(\sqrt{2M \cdot E_b/N_0}, \gamma \sqrt{2M \cdot E_b/N_0}\right) \right] + \left(1 - e^{-\gamma^2 M \cdot E_b/N_0}\right)^{2^M-1} \right\} \quad (11)$$

根据假设, 脉冲信号在可能出现的时隙均匀等概分布, 则脉冲位置键控系统误符号率与误比特率之间的转换关系如式(12)所示(具体推导过程可参考文献[6-8]):

$$P_{cb} = \frac{2^M-1}{2^M-1} P_{ew} \quad (12)$$

因此可得, 基于等待门限判决的脉冲位置键控系统误比特率为

$$P_{cb} = \frac{2^M-1}{2^M-1} \left\{ 1 - \frac{1}{2^M} \left\{ \sum_{k=1}^{2^M-1} \left[\left(1 - e^{-\gamma^2 M \cdot E_b/N_0}\right)^{k-1} \cdot Q_1\left(\sqrt{2M \cdot E_b/N_0}, \gamma \sqrt{2M \cdot E_b/N_0}\right) \right] + \left(1 - e^{-\gamma^2 M \cdot E_b/N_0}\right)^{2^M-1} \right\} \right\} \quad (13)$$

2 仿真实验

根据上述的理论分析, 下面进行 Matlab 仿真验证。仿真在高斯白噪声环境下进行; 脉冲位置键控系统每个脉冲携带比特数 M 分别取值 5, 6, 7, 8; 比特信噪比 E_b/N_0 取值范围 0~12 dB; 误比特率统计到 10^{-4} 量级; 由于门限系数 γ 的最优值随信噪比变化而变化, 为便于比较, 门限系数 γ 统一取 0.55。

首先对文献[1-6]中基于等待门限判决的脉冲位置键控系统误比特率理论公式、本文推导的误比特率理论公式、Matlab 仿真结果进行对比。为便于对比分析, 本文将文献[1-6]给出的误比特率理论公式统一以比特信噪比 E_b/N_0 来衡量, 如式(14)~(19)所示, 式中 M 为每个脉冲携带的比特数, γ 为门限系数。

$$P_{cb}^1 = \frac{2^M-1}{2^M} \exp(-\gamma^2 M \cdot E_b/N_0) + \exp\left[-(1-\gamma)^2 M \cdot E_b/N_0\right] / \left[\sqrt{2\pi} M (1-\gamma) \sqrt{2M \cdot E_b/N_0}\right] \quad (14)$$

$$\left(P_{cb}^2\right)_{\max} = \sqrt{\frac{M}{2}} \left\{ \frac{2^M-1}{2} \exp(-\gamma^2 M \cdot E_b/N_0) + \frac{1}{\sqrt{2\pi} (1-\gamma) \sqrt{2M \cdot E_b/N_0}} \exp\left[-(1-\gamma)^2 M \cdot E_b/N_0\right] \right\} \quad (15)$$

$$(P_{cb}^2)_{\min} = \sqrt{\frac{M}{2} \cdot \frac{2^M - 1}{2} \cdot \exp(-\gamma^2 M \cdot E_b/N_0) + \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\gamma)}\sqrt{2M \cdot E_b/N_0}} \exp[-(1-\gamma)^2 M \cdot E_b/N_0]} \quad (16)$$

$$P_{cb}^{3,4} = 2^{M-2} \cdot \exp(-\gamma^2 M \cdot E_b/N_0) \quad (17)$$

$$P_{cb}^5 = \frac{2^{M-1}}{2^M - 1} \left\{ 1 - \left[1 - \exp(-\gamma^2 M \cdot E_b/N_0) \right]^{(2^{M-1}-1.5)} \cdot \left[1 - \frac{\exp(-(1-\gamma)^2 M \cdot E_b/N_0)}{2(1-\gamma)\sqrt{\pi M \cdot E_b/N_0}} \right] \right\} \quad (18)$$

$$P_{cb}^6 = 2^{M-2} \exp(-\gamma^2 M \cdot E_b/N_0) + \frac{1}{2} \frac{\exp(-(1-\gamma)^2 M \cdot E_b/N_0)}{2(1-\gamma)\sqrt{\pi M \cdot E_b/N_0}} \quad (19)$$

仿真结果如图 1~4 所示。图 1~4 分别为 M 取 5,6,7,8 时的仿真结果，其中 simulation 曲线表示 Matlab 仿真误比特率曲线，仿真过程是由 Matlab 随机生成初始二进制比特流 A，将初始随机数进行脉冲位置键控调制，然后通过高斯白噪声信道，再进行脉冲位置键控解调并基于等待门限判决，恢复为二进制比特流 B，将初始比特流 A 与解调比特流 B 的每一个对应比特进行异同比较，从而得到仿真误比特率曲线 simulation。其余曲线均为误比特率理论曲线，直接由理论公式计算而来，其中曲线 Peb 为本文推导的误比特率理论公式(13)计算而来，其余分别为文献[1-6]所给出的误比特率理论式(14)~式(19)计算而来。

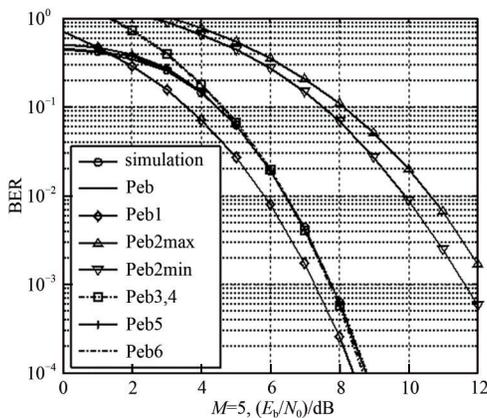


Fig.1 BER comparison between theoretical and simulation ($M=5$)

图 1 误比特率理论与仿真对比($M=5$)

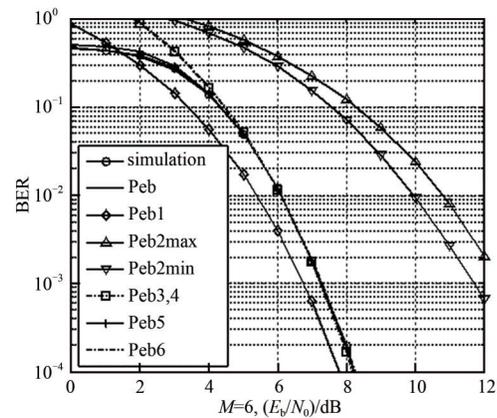


Fig.2 BER comparison between theoretical and simulation ($M=6$)

图 2 误比特率理论与仿真对比($M=6$)

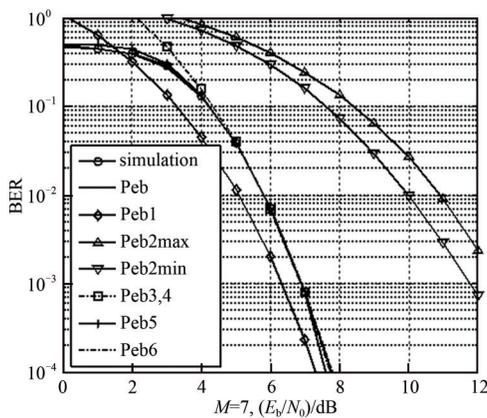


Fig.3 Comparison between theoretical and simulation ($M=7$)

图 3 误比特率理论与仿真对比($M=7$)

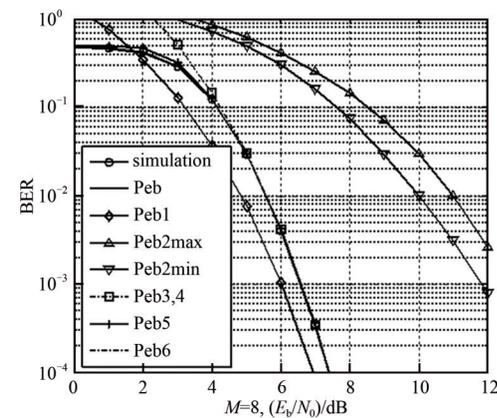


Fig.4 BER comparison between theoretical and simulation ($M=8$)

图 4 误比特率理论与仿真对比($M=8$)

从图 1~4 可以看出，文献[1-2]给出的误比特率理论公式与仿真结果均有较大偏差；文献[3-6]给出的误比特率理论公式在高信噪比时与仿真结果较为吻合，但在低信噪比时与仿真结果仍有偏差；文献[1-6]在低信噪比时

计算的误比特率均高于 0.5；本文推导的新的误比特率理论公式无论在高信噪比还是低信噪比情况下计算结果都低于 0.5，且与仿真结果吻合良好，验证了本文推导的误比特率理论公式的正确性与合理性。

下面对基于等待门限判决的脉冲位置键控系统误比特率性能与 BPSK 系统误比特率性能进行比较，由于前述仿真已经验证了本文推导的基于等待门限判决的脉冲位置键控系统误比特率理论公式的正确性与合理性，下面直接以本文推导的误比特率理论公式与 BPSK 系统误比特率理论公式进行比较，结果如图 5 所示。其中 M 分别取 5,6,7,8 的曲线由公式(13)计算而来，分别为每脉冲携带 5,6,7,8 比特信息时基于等待门限判决的脉冲位置键控系统误比特率曲线；代表 BPSK 误比特率曲线则由 BPSK 系统误比特率理论公式计算得到。

可以看出随着 M 增加，脉冲位置键控系统误比特性能越好，能量效率越高，这也是以增加信号带宽为代价换来的，其带宽为 $\frac{2^M}{M}R_b$ ，其中 R_b 为脉冲位置键控系统信息速率。因为脉冲位置键控系统本质上是一种正交信号传输系统，上述性质为正交信号传输系统的共有特点，也符合香农信道容量公式中信噪比与信号带宽在一定程度上可以互换的基本思想。另外可以看出，当 M 大于 6，误比特率为 10^{-4} 时，基于等待门限判决的脉冲位置键控系统能量效率甚至优于 BPSK 系统。

3 结论

本文对文献[1-6]基于等待门限判决的脉冲位置键控系统误比特率理论公式推导过程进行了梳理，推导了新的理论公式，能够更为准确描述系统误比特率，尤其在低信噪比条件下仍然有较好的适应性，对工程设计具有一定的指导意义。另外分析进一步确认了脉冲位置键控系统是一种具有较高的能量效率的通信系统，且 M 越大，能量效率越高，当 M 大于 6 且误比特率为 10^{-4} 时，其能量效率甚至优于 BPSK 系统，但是脉冲位置键控系统能量效率的提升是以增加信号带宽为代价换来的，因此脉冲位置键控系统在功率受限而带宽较为充足的场景下具有较好的适用性。

参考文献：

- [1] LI Youping. A PCM/PPK telemetry system[C]// Proceedings of the International Telemetry Conference. San Diego, CA, USA: Instrument Society of America, 1980:609-615.
- [2] 姜昌,陈英才. PCM/PPK 与 PCM/PSK 性能比较的几个问题[J]. 遥测技术, 1981(Z1):16-24. (JIANG Chang, CHEN Yingcai. Some problems of performance comparison between PCM/pulse position keying and PCM/PSK[J]. Telemetry Technology, 1981 (Z1):16-24.)
- [3] 欧阳长月. 关于 QPPM-ASK 与 PCM-PSK 二种遥测系统的性能比较[J]. 北京航空学院学报, 1982(4):35-46. (OUYANG Changyue. About the comparison of QPPM-ASK telemetry system's characteristics with PCM-PSK system's[J]. Journal of Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics, 1982(4):35-46.)
- [4] 欧阳长月. 关于 QPPM-ASK 与 PCM-PSK 二种遥测系统的性能比较问题[J]. 遥测技术, 1983(1):14-26. (OUYANG Changyue. About the comparison of QPPM-ASK telemetry system's characteristics with PCM-PSK system's[J]. Telemetry Technology, 1983(1):14-26.)
- [5] 谢铭勋. 也谈 PCM-PPK 遥测体制[J]. 遥测技术, 1982(2):23-29. (XIE Mingxun. About PCM-PPK system[J]. Telemetry Technology, 1982(2):23-29.)
- [6] 成秉章,姜昌. PCM/PPK 遥测系统性能分析[J]. 中国空间科学技术, 1986(5):1-8. (CHEN Bingzhang, JIANG Chang. A performance analysis for PCM/PPK telemetry system[J]. Chinese Space Science and Technology, 1986(5):1-8.)
- [7] BERNARD S. 数字通信—基础与应用[M]. 2 版. 徐平平,宋铁成,叶芝慧,等译. 北京:电子工业出版社, 2015:165-180. (BERNARD S. Digital communications—fundamentals and applications[M]. 2nd ed. Translated by XU Pingping, SONG Tiecheng, YE Zhihui, et al. Beijing:Publishing House of Electronics Industry, 2015:165-180.)

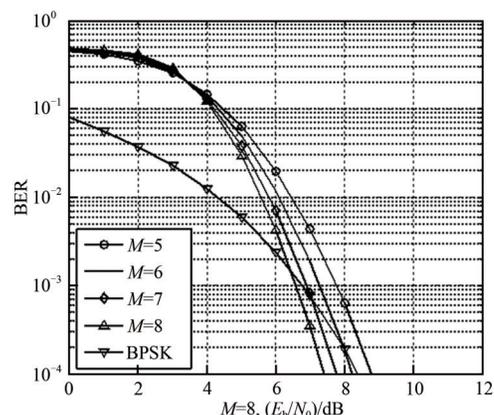


Fig.5 BER comparison between pulse position keying and BPSK

图5 脉冲位置键控与 BPSK 误比特率比较