

文章编号: 2095-4980(2023)02-0203-05

## 不等长多导体传输线模型串扰问题分析

张胤, 郑琰锦, 高子惠, 廖成\*

(西南交通大学 物理科学与技术学院, 四川 成都 610031)

**摘要:** 不等长多导体模型为电力电子系统中传输线的一种常见结构, 其串扰问题关系到整个系统的正常运行。采用时域有限差分格式对传输线方程进行差分离散, 并结合基尔霍夫定律, 对不同多导体系统连接位置进行处理, 推导出多导体传输线上电压电流迭代公式, 实现了整个模型上全部电压电流的同步求解, 并通过算例验证了该方法在分析电大尺寸传输线电磁干扰问题时的有效性。

**关键词:** 不等长; 多导体传输线; 传输线方程; 串扰; 基尔霍夫定律

**中图分类号:** TN811

**文献标志码:** A

**doi:** 10.11805/TKYDA2020522

## Analysis of crosstalk problem in multiconductor transmission lines model with unequal length

ZHANG Yin, ZHENG Yanjin, GAO Zihui, LIAO Cheng\*

(School of Physical Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan 610031, China)

**Abstract:** As a common structure of power electronic system, the unequal length multiconductor transmission lines model has a crosstalk problem which may affect the normal operation of the whole system. In this paper, the Finite Difference Time Domain(FDTD) format is employed to differentially discretize the transmission line equation, and the Kirchhoff's law is utilized to process the connection positions of different multiconductor systems. Then, the iterative formulas of the voltage and current on the multiconductor transmission lines are derived, and the simultaneous solutions of all voltages and currents on the entire model are realized. Finally, the effectiveness of the method in analyzing the electromagnetic interference problem of electrically large transmission lines is verified by a numerical example.

**Keywords:** unequal length; multiconductor transmission lines; transmission line equation; crosstalk; Kirchhoff laws

传输线是电子电气系统中最基本的构成成分, 起着信号传递、能量传输的作用, 其串扰问题一直以来都受到研究人员的重视, 并得到了较为深入的研究。其中, C Jullien 等分析了未屏蔽的双绞线与具有辐射效应的单线之间的串扰问题, 并提出了一种具有一定优越性的建模方式<sup>[1]</sup>; A Shoory 等利用 Paul 和 McKnight 的级联传输线理论对一束线缆中的近端串扰和远端串扰进行了预测, 同时考虑了线缆的随机性质, 并将计算结果与 CST Cable Studio 结果以及实验数据进行了对比<sup>[2]</sup>; 2017 年, F Distler 等基于传输线理论, 采用链参数求解的方法对多层绝缘屏蔽层的导线串扰问题进行了深入研究, 并通过商业软件进行了验证<sup>[3]</sup>。在国内, 文献[4]针对动车组设备间互连线缆布置密集、线间串扰难以分析的问题, 建立了管状型和编织型屏蔽电缆的串扰理论模型, 分析了两种线缆的串扰特性差异; 文献[5]在考虑了汽车线束中导线相对位置和线束对地高度参数以及由于不同安装方式和汽车不同的运动状态带来的随机性的情况下, 建立了线束的电感性串扰最好、最差情况预测模型和蒙特卡罗方法改进模型, 对汽车运动时其线束的串扰动态变化进行了预测; 文献[6]采用时域传输线方程对多导体的串扰响应规律进行了总结分析; 文献[7]针对电缆线束内导线位置的不确定性, 提出一种线束内串扰概率分布的预测方法, 并分析了线束的分段数与线束扭绞程度的关系; 文献[8]分析了铁路信号电缆不同接地形式对串扰的影响。

收稿日期: 2020-10-12; 修回日期: 2021-01-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61771407); 西南交通大学重点实验室开放项目基金资助项目(ZD2020130002)

\*通信作者: 廖成 email:c.liao@swjtu.edu.cn

当多导体传输线系统由长度不同的多导体传输线级联而成时, 在连接处涉及到分布参数和连接条件的处理, 直接使用一般的传输线级联方法难以实现多导体串扰问题的分析。但此类结构在实际的电子电气系统中较为常见, 因此, 对这种结构的串扰问题进行分析具有实际意义。本文基于传输线方程, 采用时域有限差分方法 (FDTD), 根据基尔霍夫定律, 推导了不等长多导体模型上电压电流的迭代公式, 并通过实际的算例验证了所提方法的正确性和有效性。

## 1 传输线方程及其 FDTD 离散格式

对于一个沿  $x$  轴放置的  $N$  导体传输线系统, 其时域传输线方程可表示为:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} \mathbf{U}(x, t) + \mathbf{L} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}(x, t) + \mathbf{R} \mathbf{I}(x, t) = 0 \\ \frac{d}{dx} \mathbf{I}(x, t) + \mathbf{C} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U}(x, t) + \mathbf{G} \mathbf{U}(x, t) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{I}$  分别为传输线沿线的电压矢量和电流矢量;  $\mathbf{L}$  和  $\mathbf{C}$  为单位电感矩阵和电容矩阵;  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{G}$  为单位阻抗矩阵和导纳矩阵。

对式(1)进行 FDTD 差分离散, 整理可得传输线沿线电压电流的迭代表达式为:

$$\begin{cases} \mathbf{U}_k^{n+1} = \left( \mathbf{C} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\mathbf{G}}{2} \Delta x \right)^{-1} \left[ \left( \mathbf{C} \frac{\Delta x}{\Delta t} - \frac{\mathbf{G}}{2} \Delta x \right) \mathbf{U}_k^n - \left( \mathbf{I}_k^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{I}_{k-1}^{n+\frac{1}{2}} \right) \right] \\ \mathbf{I}_k^{n+\frac{3}{2}} = \left( \mathbf{L} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\mathbf{R}}{2} \Delta x \right)^{-1} \left[ \left( \mathbf{L} \frac{\Delta x}{\Delta t} - \frac{\mathbf{R}}{2} \Delta x \right) \mathbf{I}_k^{n+\frac{1}{2}} - \left( \mathbf{U}_{k+1}^{n+1} - \mathbf{U}_k^{n+1} \right) \right] \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\Delta x$  表示传输线离散的空间步长;  $\Delta t$  表示传输线离散的时间步长。

基于基尔霍夫电压定律, 传输线边界条件可定义为:

$$\begin{cases} \mathbf{U}(0) = \mathbf{U}_s - \mathbf{Z}_s \mathbf{I}(0) \\ \mathbf{U}(L) = \mathbf{U}_L + \mathbf{Z}_L \mathbf{I}(L) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{U}_s$  和  $\mathbf{U}_L$  分别为始端和终端的集总电压激励源;  $\mathbf{Z}_s$  为传输线始端负载矩阵;  $\mathbf{Z}_L$  为传输线终端负载矩阵。

对式(1)分别进行前向和后向插值得

$$\begin{cases} \mathbf{U}_0^{n+1} = \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{Z}_s \mathbf{C} + 1 \right)^{-1} \left[ \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{Z}_s \mathbf{C} - 1 \right) \mathbf{U}_0^n - 2 \mathbf{Z}_s \mathbf{I}_0^{n+\frac{1}{2}} + \left( \mathbf{U}_s^{n+1} + \mathbf{U}_s^n \right) \right] \\ \mathbf{U}_{N_{\max}}^{n+1} = \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{Z}_L \mathbf{C} + 1 \right)^{-1} \left[ \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{Z}_L \mathbf{C} - 1 \right) \mathbf{U}_{N_{\max}}^n + 2 \mathbf{Z}_L \mathbf{I}_{N_{\max}-1}^{n+\frac{1}{2}} + \left( \mathbf{U}_L^{n+1} + \mathbf{U}_L^n \right) \right] \end{cases} \quad (4)$$

结合式(2)和式(4)可实现多导体传输线上电压电流的迭代计算。

## 2 不等长多导体传输线级联模型

### 2.1 连接处分布参数

图 1 为不等长多导体级联结构, 可沿虚线将该结构分成多个多导体系统, 其连接处分布参数可做如下处理<sup>[9]</sup>。

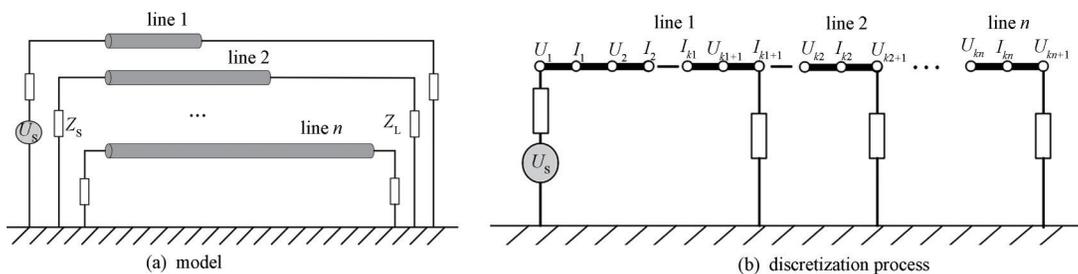


Fig.1 Schematic diagram of the multiconductor transmission lines model with unequal length

图 1 不等长多导体传输线模型示意图

1) 当  $k=1$  时，即在始端激励位置，由于在进行差分离散时两端只考虑半个单位长度，因此单位电感、电容、导纳都发生改变：

$$\mathbf{L}_S = \begin{bmatrix} L_{11}/2 & L_{12}/2 & \cdots & L_{1n}/2 \\ L_{21}/2 & L_{22}/2 & \cdots & L_{2n}/2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1}/2 & L_{n2}/2 & \cdots & L_{nn}/2 \end{bmatrix}; \mathbf{C}_S = \begin{bmatrix} C_{11}/2 & C_{12}/2 & \cdots & C_{1n}/2 \\ C_{21}/2 & C_{22}/2 & \cdots & C_{2n}/2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1}/2 & C_{n2}/2 & \cdots & C_{nn}/2 \end{bmatrix}; \mathbf{G}_S = \begin{bmatrix} G_1/2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & G_2/2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & G_n/2 \end{bmatrix}。$$

2) 当  $k=k_i+1$  时，连接处一部分导体只考虑半个单位长度，另一部分仍保持完整，因此分布参数为以下形式：

$$\mathbf{L}_S = \begin{bmatrix} L_{11}/2 & L_{12}/2 & \cdots & L_{1n}/2 \\ L_{21}/2 & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1}/2 & L_{n2} & \cdots & L_{nn} \end{bmatrix}; \mathbf{C}_S = \begin{bmatrix} C_{11}/2 & C_{12}/2 & \cdots & C_{1n}/2 \\ C_{21}/2 & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1}/2 & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}; \mathbf{G}_S = \begin{bmatrix} G_1/2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & G_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & G_n \end{bmatrix}; \mathbf{R}_{S1} = \begin{bmatrix} R_{L1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \infty & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \infty \end{bmatrix}。$$

3) 在其他连接位置，分布参数也做以上处理。

### 2.2 连接条件

根据基尔霍夫定律，在连接处：

$$\mathbf{U}_{k_i+1}^{n+1} = \mathbf{U}_{k_i+1}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \mathbf{C}^{-1} \left( \mathbf{I}_{k_i+1}^{n+\frac{1}{2}} + \mathbf{I}_L^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{I}_{k_i}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (5)$$

由于

$$\mathbf{I}_L^{n+\frac{1}{2}} = 2\mathbf{R}_{S1}^{-1} (\mathbf{U}_{k_i+1}^{n+1} + \mathbf{U}_{k_i+1}^n) \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)得

$$\mathbf{U}_{k_i+1}^{n+1} = (2\mathbf{R}_{S1}\Delta x\mathbf{C} + \Delta t)^{-1} (2\mathbf{R}_{S1}\Delta x\mathbf{C} - \Delta t) \mathbf{U}_{k_i+1}^n - (2\mathbf{R}_{S1}\Delta x\mathbf{C} + \Delta t)^{-1} 2\mathbf{R}_{S1}\Delta t (\mathbf{I}_{k_i+1}^{n+1/2} - \mathbf{I}_{k_i}^{n+1/2}) \quad (7)$$

式(7)即为不等长多导体级联位置处的连接边界处理方法。结合式(2),(4)和(7)即可实现不等长多导体传输线模型上电压电流的迭代求解。

## 3 算例验证

本节中定义一个不等长多导体结构来验证本文所提级联方法的正确性。激励源为雷电电磁脉冲，表达式为：

$$i_L(t) = \frac{I_{L01}}{\eta_1} \times \frac{(t/\tau_{11})^{n_1}}{1 + (t/\tau_{11})^{n_1}} \exp(-t/\tau_{12}) + \frac{I_{L02}}{\eta_2} \times \frac{(t/\tau_{21})^{n_2}}{1 + (t/\tau_{21})^{n_2}} \exp(-t/\tau_{22}) \quad (8)$$

式中： $\eta_1 = \exp\left[-(\tau_{11}/\tau_{12})(n_1\tau_{12}/\tau_{11})^{(1/n_1)}\right]$ ； $\eta_2 = \exp\left[-(\tau_{21}/\tau_{22})(n_2\tau_{22}/\tau_{21})^{(1/n_2)}\right]$ ，其余参数如表 1 所示：

表 1 典型雷电电磁脉冲参数  
Table 1 Parameters of the typical LEMP

$I_{L01}/\text{kA}$	$\tau_{11}/\mu\text{s}$	$\tau_{12}/\mu\text{s}$	$n_1$	$I_{L02}/\text{kA}$	$\tau_{21}/\mu\text{s}$	$\tau_{22}/\mu\text{s}$	$n_2$
10.7	0.25	2.5	2	6.5	2.1	230	2

图 2 为一种“四导体-六导体-四导体”级联模型，红色虚线框为连接位置，其中四导体系统 T2 长 1 500 m，T3 长 1 800 m，六导体系统 T1 长 300 m，高度为  $h_1=25$  m， $h_2=h_3=1$  m，同一高度的导线到中点的距离分别为  $d_1=2$  m， $d_2=1.5$  m， $d_3=1$  m，所有导线半径为 0.01 m。两端负载分别为  $Z_s=1\ 500\ \Omega$ (黄色)和  $Z_L=1\ 000\ \Omega$ (蓝色)。激励源位于线 3 始端。

图 3 和图 4 为本文所提方法和电磁仿真软件分析得到的“四导体-六导体-四导体”级联模型的串扰电压结果，从图中可以看出，无论是近端串扰还是远端串扰，本文所提方法的计算结果与精确结果之间达到了一个令人满意的吻合，这说明了本文所提方法的正确性和有效性。而且，算例中所选用的模型可以看作是一个输电线路的简化模型，这说明本文所提方法对分析雷电直击情况下输电线路的避雷线与各相线之间的串扰是有效的，可以对输电线路的雷电暂态响应进行评估。对于输电线路一类的具有电大尺寸性质的传输线，直接使用电磁仿

真软件分析其串扰问题势必会造成大量的时间占用，本文方法解决了这一问题，为具有电大尺寸性质传输线电

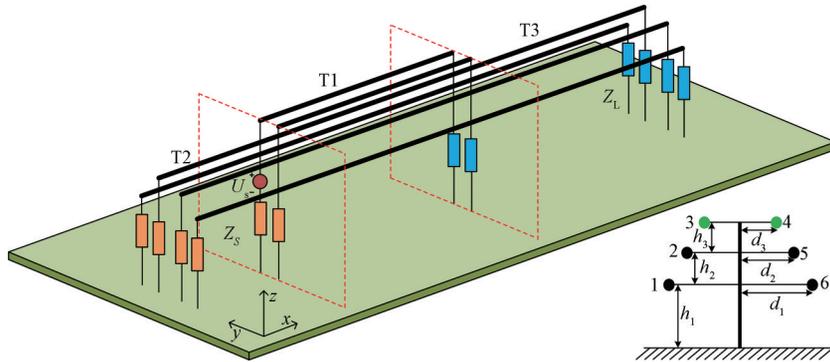


Fig.2 Schematic diagram of the "four conductors-six conductors-four conductors" cascade model  
图2 “四导体-六导体-四导体”级联模型示意图

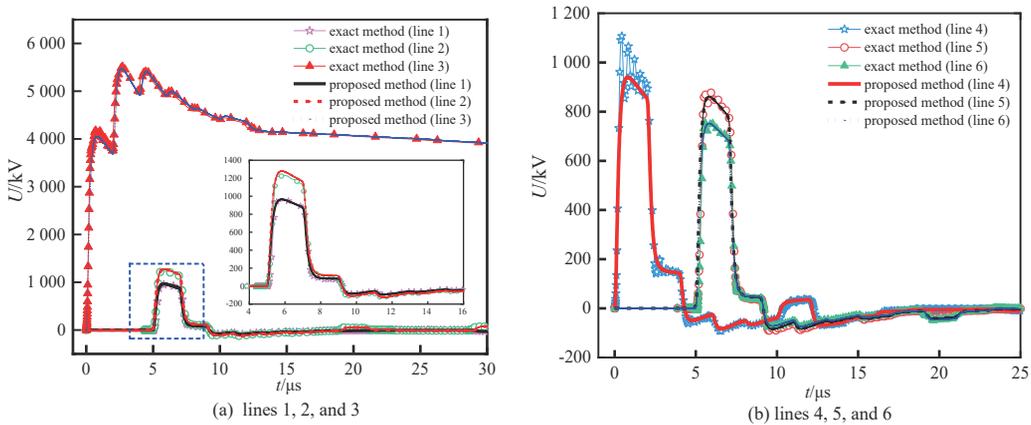


Fig.3 Near-end crosstalk results of the "four conductors-six conductors-four conductors" cascade model  
图3 “四导体-六导体-四导体”级联模型的近端串扰结果

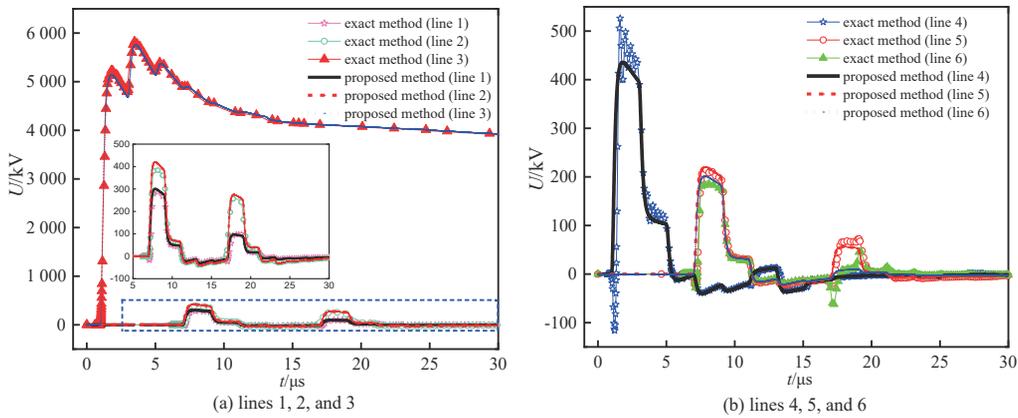


Fig.4 Far-end crosstalk results of the "four conductors-six conductors-four conductors" cascade model  
图4 “四导体-六导体-四导体”级联模型的远端串扰结果

磁干扰问题的分析提供了一种有效方法。

#### 4 结论

本文基于传输线方程和基尔霍夫定律，使用时域有限差分法对传输线方程进行离散，推导出不等长多导体传输线系统上电压电流的迭代计算公式，并使用一个“四导体-六导体-四导体”级联得到不等长多导体结构，证明了该方法在分析输电线网等电大尺寸结构电磁干扰问题上的有效性。

## 参考文献：

- [1] JULLIEN C, BESNIER P, DUNAND M, et al. Advanced modeling of crosstalk between an unshielded twisted pair cable and an unshielded wire above a ground plane[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2013, 55(1):183–194.
- [2] SHOORY A, RUBINSTEIN M, RUBINSTEIN A, et al. Application of the cascaded transmission line theory of Paul and McKnight to the evaluation of NEXT and FEXT in twisted wire pair bundles[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2013, 55(4):648–656.
- [3] DISTLER F, GOLD G, THURN K, et al. Crosstalk simulation of multiple insulated twisted pairs based on transmission line theory[C]// 2017 IEEE 21st Workshop on Signal and Power Integrity. Baveno, Italy: IEEE, 2017.
- [4] 马云双, 闻映红, 张丹, 等. 动车组屏蔽线缆间串扰特性及其试验验证研究[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(5):1188–1194. (MA Yunshuang, WEN Yinghong, ZHANG Dan, et al. Research and experiment verification on the crosstalk characteristics of shielded cables in EMU[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(5):1188–1194.)
- [5] 高印寒, 王天皓, 杨开宇, 等. 汽车线束的动态串扰特性预测[J]. 吉林大学学报(工学版), 2014, 44(5):1258–1263. (GAO Yinhan, WANG Tianhao, YANG Kaiyu, et al. Prediction of the dynamic crosstalk of automotive wiring harness[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2014, 44(5):1258–1263.)
- [6] 叶志红, 廖成, 张敏, 等. 基于时域BLT的多导体传输线串扰响应分析[J]. 强激光与粒子束, 2014, 26(7):201–204. (YE Zhihong, LIAO Cheng, ZHANG Min, et al. Analysis of crosstalk responses of multi-conductor transmission lines based on time domain BLT equation[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2014, 26(7):201–204.)
- [7] 张昭, 王世山, 赵亮, 等. 多导体线束内串扰概率分布的预测[J]. 电工技术学报, 2017, 32(7):204–214. (ZHANG Zhao, WANG Shishan, ZHAO Liang, et al. Prediction of crosstalk probability distribution in cable bundles[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(7):204–214.)
- [8] 崔勇, 杨世武, 刘志明, 等. 铁路信号电缆屏蔽及接地方式的研究分析[J]. 铁道学报, 2017, 39(11):77–82. (CUI Yong, YANG Shiwu, LIU Zhiming, et al. Research of shielding and earthing methods of railway signal cables[J]. Journal of the China Railway Society, 2017, 39(11):77–82.)
- [9] 李莉, 冀维林. 端接非线性负载的不等长传输线瞬态分析[J]. 电波科学学报, 2009, 24(3):529–532. (LI Li, JI Weilin. Transient analysis of unequal length multiconductor transmission lines loaded by nonlinear devices[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2009, 24(3):529–532.)

## 作者简介：

张胤(1994–), 男, 博士, 主要研究方向为电磁兼容理论与技术. email: zhangyinzyl@163.com.

郑琰锦(2000–), 女, 在读硕士研究生, 研究方向为传输线瞬态分析.

高子惠(2000–), 女, 在读硕士研究生, 研究方向为传输线瞬态分析.

廖成(1964–), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为天线理论与技术、计算电磁学和电磁兼容理论与技术.