2023年4月

Vol.21, No.4 Apr., 2023

Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology

文章编号: 2095-4980(2023)04-0523-07

基于流形等距映射的矩阵信息几何检测方法

王宏强,程永强,华小强*,杨 琪,刘 康

(国防科技大学 电子科学学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 雷达目标检测常面临复杂的杂波特性, 经典的检测方法通常适合于某些特定的场景, 当检测背景发生变化时,其检测性能急剧下降。为有效提升不同杂波背景下的检测性能,提出一 种基于流形等距映射(ISOMAP)的矩阵信息几何检测器。该方法首先将信号检测问题转化为矩阵流 形上两点之间的区分性问题; 然后基于样本数据和流形等距映射原理, 自适应地学习出矩阵流形 的投影变换矩阵,将矩阵流形变换为可区分的低维流形,最大程度地保持每一个矩阵与其邻域内 矩阵之间几何距离大小, 增强矩阵流形的可分性; 最后利用仿真杂波和实测数据对算法进行验证。 实验结果表明, 相比于经典的检测方法, 所提方法能有效提升目标检测性能。

关键词: 雷达目标检测; 矩阵信息几何检测器; 流形等距映射; 矩阵流形 中图分类号: TN959 **文献标志码:** A **doi:** 10.11805/TKYDA2023039

Matrix information geometry method based on manifold ISOMAP

WANG Hongqiang, CHENG Yongqiang, HUA Xiaoqiang^{*}, YANG Qi, LIU Kang (College of Electronic Science, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

Abstract: Radar target detection is often faced with complex clutter characteristics. Classical detection methods are usually suitable for some specific scenarios. However, if the detection background changes, its detection performance will suffer from a great degradation. In order to effectively improve the detection performance under different clutter backgrounds, this paper proposes a matrix information geometric detector based on manifold ISOmetric MAPping(ISOMAP). This method first reformulates the problem of signal detection into a discriminative problem between two points on the matrix manifold; then, according to the training sample data and local isometric mapping, a projection matrix is adaptively learned, which transforms the matrix manifold into a discriminative low-dimensional manifold to enhance the separability between the target and the clutter; finally, the proposed algorithm is verified by simulated clutter and measured data. Experimental results show that the proposed method can effectively improve the detection performance in comparison with the classical detectors.

Keywords: radar target detection; matrix information geometric detector; manifold ISOMAP; matrix manifold

雷达探测环境复杂多变,常面临多种类型的地/海杂波干扰,且杂波形成机理非常复杂,不仅受地理、气象 等诸多环境因素的影响,还与雷达波段、平台、擦地角、极化、分辨力、高度等参数有关,杂波特性十分复 杂^[1-2]。复杂杂波特性下雷达探测性能受到了极大制约:一方面,常用的信号特征,如统计特性、时/空相关特 性、时频特性等,能在某些特定环境对目标与杂波进行很好的区分,但当检测环境发生变化时,目标与杂波间 的区分性降低;另一方面,经典的检测方法均基于某种杂波特性进行设计,当杂波特性发生变化时,会导致检 测性能损失,难以满足实际需求。提升复杂杂波特性下目标与杂波间的可分性,是改善雷达探测性能的一个重 要途径。

经典的雷达目标检测方法,如基于快速傅里叶变换的恒虚警率(Constant False Alarm Rate, CFAR)检测^[3]、自

收稿日期: 2023-02-21; 修回日期: 2023-03-09

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61921001; 61971427; 62035014; 62201591);国家重点研发计划资助项目(2022YFB3902400; 2018YFB2202500) *通信作者:华小强 email:hxq712@yeah.net

适应匹配滤波(Adaptive Matched Filter, AMF)^[4]等,都是利用 Neyman-Pearson 准则在高斯分布下从时域或频域角 度设计的检测方法,其本质是对杂波和杂波+信号所对应的统计特性进行区分,这些方法能较好地利用杂波的统 计特性,实现高斯分布下的最优性能。但随着雷达分辨力的不断提高,雷达杂波的统计特性逐渐偏离了高斯分 布,使得基于高斯分布的检测器性能严重下降。为提升非高斯杂波下的检测性能,发展出一些非高斯检测方法, 如K分布 CFAR、Weibull 分布 CFAR、归一化自适应匹配滤波(Adaptive Normalized Matched Filter, ANMF)^[5]等, 这些方法均能有效地利用非高斯统计特性和相关性等特征对目标与杂波进行区分,理论上均能取得较好的检测 性能。但实际雷达杂波特性复杂多变,理论上有效的信号特征在检测环境发生变化时,其对目标与杂波间的区 分能力会减弱,影响了雷达目标的检测性能。

近年来,基于矩阵信息几何(Matrix Information Geometry, MIG)理论^[6-8],文献[9]提出一种 MIG 检测器。该方法将样本数据信息建模为一个 Hermitian 正定(Hermitian Positive-Definite, HPD)矩阵,并将目标检测问题转化为矩阵流形上两点之间的区分性问题,通过合适的度量方法设计相应的几何检测方法,有效提升了雷达目标的检测性能。文献[10-13]利用常用的几何度量方法,设计了对应的 MIG 检测器,通过仿真与实测数据验证了算法的性能优势,并通过各向异性因子分析了检测性能与几何度量的各向异性之间的关系。文献[14-16]在矩阵流形上定义了鲁棒的几何度量方法,即布雷格曼总散度(Total Bregman Divergence, TBD)和詹森-布莱格曼总散度(Total Jensen-Bregman Divergence, TJBD),并设计了相应的几何检测方法。该方法对干扰点具有较强的鲁棒性,能有效改善雷达目标检测性能。文献[17-20]在矩阵流形上提出了流形滤波方法,通过滤除杂波能量提升目标与杂波间的区分性,有效提高了雷达目标的检测性能。但 MIG 检测器的性能不仅与几何度量的区分性有关,还与杂波特性有关,很难选择一种几何度量方法在不同的杂波背景下都能取得较好的性能。

为有效改善不同杂波背景下的雷达目标检测性能,本文提出一种基于流形等距映射的MIG检测器。通过将 目标检测问题转化为矩阵流形上两点之间的区分性问题,利用训练样本数据矩阵和流形等距映射准则,优化学 习出流形投影变换矩阵,将样本数据矩阵映射到低维矩阵流形上,最大化提升目标与杂波间的区分性,增强目 标与杂波的可区分性,从而提升雷达目标的检测性能。因此,该方法能在不同杂波环境下提升目标检测性能。

1 雷达目标检测问题的几何表征

对于接收的雷达回波数据 $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T$, N为脉冲长度,一般来说,雷达目标检测问题可表示为如下的 双边假设检验:

$$\begin{cases} \mathcal{H}_{0}: \begin{cases} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{c}, \\ \boldsymbol{x}_{k} = \boldsymbol{c}_{k}, \ k = 1, 2, \cdots, K \\ \mathcal{H}_{1}: \begin{cases} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}\boldsymbol{p} + \boldsymbol{c} \\ \boldsymbol{x}_{k} = \boldsymbol{c}_{k}, \ k = 1, 2, \cdots, K \end{cases} \end{cases}$$
(1)

式中: \mathcal{H}_{0} 和 \mathcal{H}_{1} 分别表示原假设和备选假设;c和 c_{k} 为杂波数据;x和 x_{k} 分别为待检测单元和参考单元的样本数据;a为幅度参数; $p = 1/\sqrt{N} \Big[1, \exp(-i2\pi f_{d}), \dots, \exp(-i2\pi f_{d}(N-1)) \Big]^{T}$ 为目标的导向矢量, f_{d} 为目标的归一化多普勒频率。

通常,脉冲维的数据可建模为均值为0、协方差矩阵为R的复圆高斯分布^[10]:

$$p(\boldsymbol{x};\boldsymbol{0},\boldsymbol{R}) = \frac{1}{\pi^{N}|\boldsymbol{R}|} \exp(-\boldsymbol{x}^{H}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{x})$$
(2)

样本数据所蕴含的信息均包含在协方差矩阵 \mathbf{R} 中, $\mathbf{R} = E(\mathbf{x}\mathbf{x}^{H})$,根据平稳高斯过程的各态历经性, \mathbf{R} 可由式 (3)计算^[10]:

$$\boldsymbol{R} = E\left[\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\right] = \begin{bmatrix} r_{0} & \bar{r}_{1} & \cdots & \bar{r}_{n-1} \\ r_{1} & r_{0} & \cdots & \bar{r}_{n-2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ r_{n-1} & \cdots & r_{1} & r_{0} \end{bmatrix}, \quad r_{k} = E\left[\boldsymbol{x}_{i}\bar{\boldsymbol{x}}_{i+k}\right], \quad 0 \le k \le N-1, \quad 0 \le i \le N-1$$
(3)

式中r_k为第k个相关系数,其估计如下:

$$\hat{r}_{k} = \frac{1}{N-k} \sum_{i=0}^{N-1-k} x_{i} \bar{x}_{i+k} , \quad 0 \le k \le N-1$$
(4)

对于纯杂波或杂波+信号,根据式(3)可建模为一个N维HPD矩阵 R,所有N×N维HPD矩阵构成了一个矩阵 流形 $\mathcal{M}(N,\mathbb{C}) = \{R \in \mathbb{C}^{N \times N}, R^{H} = R, R \succ 0\}, R \succ 0$ 表示 R为一个正定矩阵。杂波或杂波+信号对应的HPD矩阵在流 形上对应的位置存在差异,杂波数据对应HPD矩阵在流形上的位置相距较近,而杂波与杂波+信号对应HPD矩阵在流形上的位置相距较远。依据这个原理,雷达目标检测问题可等效为矩阵流形上两点之间的类属问题。对 于 K个参考单元数据计算的 HPD矩阵 $\{R_1, R_2, \dots, R_k\}$,由其估计出的杂波协方差矩阵为 R_G ,待检测单元样本数据 计算出的 HPD矩阵为 R_D ,如图1 所示, \mathcal{H}_0 假设下, R_D 位于以 R_G 为中心、检测门限为半径的等位球内,而在 \mathcal{H}_1 假设下, R_D 位于以 R_G 为中心、检测门限为半径的等位球外。



Fig.1 Geometric interpretation of radar target detection 图 1 雷达目标检测的几何解释

基于上述思想, 雷达目标检测的准则可由式(5)给出:

$$d\left(\boldsymbol{R}_{G},\boldsymbol{R}_{D}\right) \underset{\mathcal{H}_{o}}{\overset{\mathcal{H}_{1}}{\geq}} \gamma \tag{5}$$

式中: $d(\mathbf{R}_{G},\mathbf{R}_{D})$ 为 \mathbf{R}_{D} 与 \mathbf{R}_{G} 之间的几何距离; γ 为检测门限,即图1中球的半径。从式(5)可以看出,MIG检测器的性能与度量出 \mathbf{R}_{D} 与 \mathbf{R}_{G} 之间的差异性紧密相关,差异性越大,检测性能越好;反之,检测性能越差。因此,提升MIG检测性能的一个有效途径是提高 \mathbf{R}_{D} 与 \mathbf{R}_{G} 之间的可区分性。由于高维矩阵通常包含一些冗余信息,制约了 \mathbf{R}_{D} 与 \mathbf{R}_{G} 之间的区分性,由此,本文提出了一种基于矩阵流形等距映射的MIG检测方法。通过样本数据学习出投影变换矩阵,将高维矩阵投影到区分性更好的低维流形上,增强 \mathbf{R}_{D} 与 \mathbf{R}_{G} 之间的区分性,实现检测性能的提升。由于所提方法能在各种杂波环境下自适应地学习出最优的投影变换矩阵,实现矩阵流形的降维,因此,所提方法能适应不同杂波环境下的性能检测。

2 基于流形等距映射的几何检测方法

本文提出一种基于流形等距映射的几何检测方法,其基本思想为:对于给定的训练样本数据,根据式(3)计 算其对应的HPD矩阵,依据流形上的局部等距映射原理,自适应地学习出投影变换矩阵,通过投影函数 $f_w(\cdot)$ 将 样本矩阵投影到低维可区分的矩阵流形上,最大程度地保持样本矩阵与其邻域内矩阵之间的距离大小,增强低 维矩阵流形的可分性;然后,在此低维流形上根据式(5)的准则设计相应的几何检测器,通过判断杂波协方差矩 阵 $R_{\rm G}$ 与待检测单元矩阵 $R_{\rm D}$ 之间的位置关系,判决目标信号是否存在,所提算法的检测原理如图2所示。

2.1 几何协方差矩阵估计

第4期

对于一组参考单元的HPD矩阵 $\{R_1, R_2, ..., R_K\}$,其几何均值可由求解式(6)最小化问题给出^[12]:

$$\hat{\boldsymbol{R}} := \underset{\boldsymbol{R} \in \mathcal{M}}{\operatorname{arg\,min}} \sum_{k=1}^{K} d^2 (\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_k)$$
(6)

由式(6)可以看出,几何均值为到K个 HPD 矩阵距离平方和的最小值。本文选择常用的 JBLD(Jensen-Bregman LogDet Divergence)散度作为2点之间的度量方法,对于矩阵流形上的2点R与Q,其JBLD 计算如下^[12]:

$$d^{2}(\boldsymbol{R},\boldsymbol{Q}) = \ln \left| \frac{\boldsymbol{R} + \boldsymbol{Q}}{2} \right| - \frac{1}{2} \ln \left| \boldsymbol{R} \boldsymbol{Q} \right|$$
(7)

Ŷ

$$F(\boldsymbol{R}) = \sum_{k=1}^{K} d^{2}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_{k}) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \left\{ \ln \left| \frac{\boldsymbol{R} + \boldsymbol{R}_{k}}{2} \right| - \frac{1}{2} \ln \left| \boldsymbol{R} \boldsymbol{R}_{k} \right| \right\}$$
(8)

则其梯度 $\nabla F(\mathbf{R})$ 为:

$$\nabla F(\boldsymbol{R}) = \frac{1}{2K} \sum_{k=1}^{K} \left\{ \left(\frac{\boldsymbol{R} + \boldsymbol{R}_k}{2} \right)^{-1} - \boldsymbol{R}^{-1} \right\}$$
(9)

由 $\nabla F(\mathbf{R}) = \mathbf{0}$,可得JBLD均值的计算公式为:

$$\hat{\boldsymbol{R}}_{t+1} = \left(\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \left(\frac{\hat{\boldsymbol{R}}_{t} + \boldsymbol{R}_{k}}{2}\right)^{-1}\right)^{-1}$$
(10)

式中t为迭代次数。



图2 基于流形等距映射的几何检测原理

2.2 投影变换矩阵的求解

基于流形上的等距映射原理,可利用训练样本数据学习出投影变换矩阵,通过投影函数将*N*维HPD矩阵投影到*M*(*M*<*N*)维矩阵流形上,投影函数如下:

$$\begin{cases} f_{W}: \mathcal{M}(N, \mathbb{C}) \to \mathcal{M}(M, \mathbb{C}) \\ f_{W}(R) = W^{\mathrm{H}} R W, \ W^{\mathrm{H}} R W = I_{M} \end{cases}$$
(11)

对于一组训练样本 HPD 矩阵 $\{R_1, R_2, \dots, R_m\}$,选择距离 R_i 最近的 L 个 HPD 矩阵作为其局部邻域,通过投影函数 $f_W(\cdot)$ 将 HPD 矩阵变换到低维流形上,最大程度地保持每一个 HPD 矩阵与其局部邻域内矩阵之间的几何距离 大小,因此,可定义如下的代价函数:

$$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{W}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{L} \left| d^{2} \left(\boldsymbol{R}_{i}, \boldsymbol{R}_{ij} \right) - d^{2} \left(f_{\boldsymbol{W}} \left(\boldsymbol{R}_{i} \right), f_{\boldsymbol{W}} \left(\boldsymbol{R}_{ij} \right) \right) \right|$$
(12)

学习投影变换矩阵则变为M维Stiefel流形上的优化问题,即

$$\min_{\boldsymbol{W} \in \mathrm{St}(M\mathbb{C}^N)} \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{W}), \, \mathrm{s.t} \, \boldsymbol{W}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{W} = \boldsymbol{I}_M \tag{13}$$

式(13)的最小化问题可通过黎曼梯度下降法求得。

$$\boldsymbol{W}_{k+1} = \exp_{\boldsymbol{W}_{k}} \left(-\eta_{k} \operatorname{grad} \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{W}_{k}) \right)$$
(14)

式中: \exp_{W_k} 为指数映射; η_k 为迭代步长; $\operatorname{grad} \Phi(W_k)$ 为函数 $\Phi(W_k)$ 的黎曼梯度,为欧氏梯度 $\nabla \Phi(W)$ 的函数。 $\nabla \Phi(W)$ 的计算如下:

$$\nabla \Phi(\boldsymbol{W}) = -\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{L} \operatorname{sgn}\left(d^{2}(\boldsymbol{R}_{i}, \boldsymbol{R}_{ij}) - d^{2}(\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_{i} \boldsymbol{W}, \boldsymbol{W}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_{ij} \boldsymbol{W})\right) \nabla d^{2}\left(f_{\boldsymbol{W}}(\boldsymbol{R}_{i}), f_{\boldsymbol{W}}(\boldsymbol{R}_{ij})\right)$$
(15)

式中 sgn(·)为 sign 函数。计算 $\nabla \Phi(W)$ 则变为计算 $d^2(f_w(\mathbf{R}_i), f_w(\mathbf{R}_i))$ 的欧氏梯度,式(16)为 JBLD 距离的欧氏梯度的 计算公式^[21]。

$$\nabla d^{2} (f_{W}(\boldsymbol{R}), f_{W}(\boldsymbol{Q})) = 2 (\boldsymbol{R} + \boldsymbol{Q}) \boldsymbol{W} (\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R} \boldsymbol{W} + \boldsymbol{W}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{Q} \boldsymbol{W})^{-1} - \boldsymbol{R} \boldsymbol{W} (\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R} \boldsymbol{W})^{-1} - \boldsymbol{Q} \boldsymbol{W} (\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{Q} \boldsymbol{W})^{-1}$$
(16)

根据式(14)的迭代可计算投影变换矩阵W,并基于式(7)可得在低维流形上目标检测准则:

$$d\left(f_{W}(\boldsymbol{R}_{\mathrm{G}}),f_{W}(\boldsymbol{R}_{\mathrm{D}})\right) = \sqrt{\ln\left|\frac{\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{R}_{\mathrm{G}}+\boldsymbol{R}_{\mathrm{D}})\boldsymbol{W}}{2}\right| - \frac{1}{2}\ln\left|\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{G}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{D}}\boldsymbol{W}\right|} \overset{\mathcal{H}_{1}}{\underset{\mathcal{H}_{0}}{\gtrsim}}\gamma$$
(17)

3 实验结果分析

为验证所提算法的有效性,通过仿真非高斯杂波数据实验和实测地杂波数据实验分析算法的检测性能,并与MIG、ANMF算法进行对比,本文提出的基于等距映射的MIG检测方法简记为IS-MIG。

3.1 仿真实验



Fig.3 Detection performance of IS-MIG, MIG and traditional methods with simulated clutter 图 3 仿真杂波下IS-MIG、MIG和传统方法的检测性能

仿真产生一组2000个训练样本数据,1000个纯杂波数据,1000个杂波+信号数据,根据式(3)计算其对应的HPD矩阵,分别在监督和非监督2种条件下进行投影变换矩阵的学习,在监督条件下,利用样本数据的标签数据确定矩阵数据的邻域;在非监督条件下,仅根据距离远近确定矩阵数据的邻域。通过样本数据矩阵可学习出投影变换矩阵W,分别将HPD矩阵从N=8维投影到M维矩阵流形上,利用K个参考单元的HPD矩阵按式(10)估计出杂波的几何协方差矩阵,在低维流形上依据式(17)的准则设计相应的几何检测器。实验中,M分别取6、4

和2, *K*分别取*M*和1.5*M*。仿真产生形状参数为3、尺度参数为1的非高斯杂波数据,在虚警率 $P_{fa} = 10^{-4}$ 条件下,利用蒙特卡洛方法计算检测门限,在不同的信杂比(Signal to Clutter Ratio, SCR)条件下,根据1000组包含目标信号的数据计算检测概率,并与没有投影变换的MIG检测器和ANMF进行对比,结果如图3所示。

从图3的结果可以看出,当*K*=*M*时,ANMF的检测概率很低,这是因为此时的杂波协方差矩阵估计的性能 较差,而所有的MIG检测方法均能取得较好的效果;当*K*=1.5*M*时,所有检测器的性能均得到了提升。具体来 说,所有MIG检测器的性能均优于ANMF,而IS-MIG的检测性能均优于MIG检测器,*M*=4和*M*=2时,IS-MIG检测器的性能比较接近,均优于*M*=6的IS-MIG检测性能。

3.2 实测数据实验

采用 MIT-LL Phase One 数据集进行实测数据实验验证,该数据集为 MIT 实验室利用 L 波段雷达采集的地杂 波数据,包含 76 个距离单元,30 720 个脉冲,HH 和 VV 两种极化方式,载频 1.23 GHz,脉冲重复频率为 500 Hz,距离分辨力为 15 m,仿真加入速度为 6 m/s 的运动目标,得到的检测性能如图 4 所示。



Fig.4 Detection performance of IS-MIG, MIG and traditional methods with real ground clutter 图4 实测地杂波下IS-MIG、MIG和传统方法的检测性能

从图 4 的结果可以看出,在监督和无监督条件下,所有的 MIG 检测方法的性能均优于 ANMF,同时 IS-MIG 检测器的性能优于 MIG 检测器,当 M 取 6,4 和 2 时, IS-MIG 检测性能比较接近。上述实验结果充分说明了本文所提方法的性能优势。

4 结论

本文根据训练样本数据和流形上的等距映射原理,在监督和非监督的条件下学习出投影变换矩阵,将HPD 矩阵数据投影到维数较低的矩阵流形上,最大程度地保持了每一个矩阵与其邻域内矩阵之间的几何距离大小, 增强了低维矩阵流形的可分性,提升了MIG检测性能。在实验验证阶段,采用仿真非高斯杂波和实测地杂波数 据对所提IS-MIG检测器的性能进行验证,实验结果表明,IS-MIG检测性能优于MIG检测器和ANMF。

参考文献:

- [1] 陈小龙,关键,黄勇,等. 雷达低可观测动目标精细化处理及应用[J]. 科技导报, 2017,35(20):19-27. (CHEN Xiaolong, GUAN Jian, HUANG Yong, et al. Radar refined processing and its applications for low-observable moving target[J]. Science & Technology Review, 2017,35(20):19-27.)
- [2] 孙艳丽,陈小龙,柳叶. 雷达动目标变换域相参积累检测及性能分析[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2019,17(3):457-461.
 (SUN Yanli, CHEN Xiaolong, LIU Ye. Detection and performance analysis of radar coherent integration for moving target in transform domain[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2019,17(3):457-461.)
- [3] 孟祥伟. 量化秩非参数 CFAR 检测器在杂波边缘中的性能分析[J]. 电子学报, 2020,48(2):384-389. (MENG Xiangwei. Performance analysis of rank quantization nonparametric CFAR detector at clutter edge[J]. Acta Electronica Sinica, 2020,48(2): 384-389.)
- [4] ROBEY F C,FUHRMANN D R,KELLY E J,et al. A CFAR adaptive matched filter detector[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1992,28(1):208-216.

- [5] CONTE E, DE-MAIO A, RICCI G. Covariance matrix estimation for adaptive CFAR detection in compound-Gaussian clutter[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002,38(2):415–426.
- [6] 黎湘,程永强,王宏强,等. 信息几何理论与应用研究进展[J]. 中国科学(信息科学), 2013,43(6):707-732. (LI Xiang, CHENG Yongqiang, WANG Hongqiang, et al. Progress in theory and applications of information geometry[J]. Science China(Information Sciences), 2013,43(6):707-732.)
- [7] 华小强. 基于矩阵信息几何的雷达目标检测方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2018. (HUA Xiaoqiang. Research on radar target detection method based on matrix information geometry[D]. Changsha, China: National University of Defense Technology, 2018.)
- [8] 程永强. 雷达信号处理的信息理论与几何方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2012. (CHENG Yongqiang. Information theory and geometric methods of radar signal processing[D]. Changsha, China: National University of Defense Technology, 2012.)
- [9] 华小强,程永强,王宏强,等. 矩阵信息几何中值检测器[J]. 电子学报, 2022, 50(2): 284-294. (HUA Xiaoqiang, CHENG Yongqiang, WANG Hongqiang, et al. Matrix information geometric median detectors[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(2): 284-294.)
- [10] LAPUYADE-LAHORGUE J, BARBARESCO F. Radar detection using Siegel distance between autoregressive processes, application to HF and X-band radar[C]// 2008 IEEE Radar Conference. Rome, Italy: IEEE, 2008:1-6.
- [11] ARNAUDON M, BARBARESCO F, YANG L. Riemannian medians and means with applications to radar signal processing[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2013,7(4):595-604.
- [12] HUA Xiaoqiang, CHENG Yongqiang, WANG Hongqiang, et al. Geometric means and medians with applications to target detection[J]. IET Signal Processing, 2017,11(6):711-720.
- [13] HUA Xiaoqiang, CHENG Yongqiang, WANG Hongqiang, et al. Matrix CFAR detectors based on symmetrized Kullback-Leibler and total Kullback-Leibler divergences[J]. Digital Signal Processing, 2017(69):106-116.
- [14] HUA Xiaoqiang, FAN Haiyan, CHENG Yongqiang, et al. Information geometry for radar target detection with total Jensen-Bregman divergence[J]. Entropy, 2018,20(4):256.
- [15] HUA Xiaoqiang, CHENG Yongqiang, WANG Hongqiang, et al. Geometric target detection based on total Bregman divergence[J]. Digital Signal Processing, 2018(75):232-241.
- [16] HUA Xiaoqiang, ONO Yusuke, PENG Linyu, et al. Target detection within nonhomogeneous clutter via total Bregman divergencebased matrix information geometry detectors [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021(69):4326-4340.
- [17] HUA Xiaoqiang, SHI Yifei, ZENG Yang, et al. A divergence mean-based geometric detector with a pre-processing procedure [J]. Measurement, 2019(131):640-646.
- [18] HUA Xiaoqiang, CHENG Yongqiang, LI Yubo, et al. Target detection in sea clutter via weighted averaging filter on the Riemannian manifold[J]. Aerospace Science and Technology, 2017(70):47-54.
- [19] HUA Xiaoqiang, PENG Linyu. MIG median detectors with manifold filter[J]. Signal Processing, 2021(188):108176.
- [20] 华小强,程永强,王宏强,等. 结合流形滤波的矩阵信息几何检测器[J]. 国防科技大学学报, 2022,44(6):51-60. (HUA Xiaoqiang, CHENG Yongqiang, WANG Hongqiang, et al. Matrix information geometric detectors with manifold filter[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2022,44(6):51-60.)
- [21] HUA Xiaoqiang, ONO Yusuke, PENG Linyu, et al. Unsupervised learning discriminative MIG detectors in nonhomogeneous clutter[J]. IEEE Transactions on Communications, 2022,70(6):4107-4120.

作者简介:

王宏强(1970-),男,博士,研究员,博士生导师。 主要研究方向为雷达目标探测与成像、太赫兹技术. email:Oliverwhq@tom.com.

程永强(1982-),男,博士,教授,主要研究方向 为雷达目标检测、信息几何、雷达前视成像. **华小**强(1990-),男,博士,讲师,主要研究方向 为信息几何理论与应用、雷达目标检测.

杨 琪(1989-),男,博士,副教授,主要研究方向为太赫兹频段目标特性、太赫兹雷达技术及应用、 空间目标成像与识别研究.

刘康(1990-),男,博士,副教授,主要研究方向为涡旋波雷达成像技术.