

文章编号: 2095-4980(2023)10-1204-08

基于交错双栅结构的混合电路模型

刘英洲, 张长青, 冯进军

(北京真空电子技术研究所 微波电真空器件国家级重点实验室, 北京 100015)

摘要: 带状注行波管作为一种发展中的新型器件在雷达和通信领域有广泛应用前景。相比于圆形注器件, 目前针对带状注行波管的注波相互作用模型仍较少。本文针对交错双栅这一常用的带状注慢波结构, 从电路理论出发, 研究了由分布式的传输线元件和集总电路原件构成的混合电路模型在刻画高频率慢波结构上的适用性, 重点解决了从慢波结构几何参数到电路物理参数的映射问题。建立交错双栅混合电路模型, 推导了色散方程, 同时基于模拟退火算法实现了高精度度参数拟合。结果表明, 混合电路模型能够精确刻画交错双栅的色散特性。该模型对后续开发基于混合电路模型的带状注大信号注波相互作用程序具有重要意义。

关键词: 太赫兹; 交错双栅; 混合电路模型; 模拟退火算法; 色散特性

中图分类号: TN48

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2023199

A hybrid circuit model based on staggered double-vane structure

LIU Yingzhou, ZHANG Changqing, FENG Jinjun

(National Key Laboratory of Science and Technology on Vacuum Electronics, Beijing Vacuum Electronics Research Institute, Beijing 100015, China)

Abstract: As a novel developing vacuum electronic device, sheet beam traveling wave tube has a wide range of application prospects in the field of radar and communications. Compared to cylindrical beam devices, there are still fewer beam-wave interaction models for sheet beam traveling wave tubes. Based on the electric circuit principles, a hybrid circuit model consisting of distributed transmission line components and lumped elements for a commonly used sheet beam slow wave structure(SWS)—staggered double vane is developed, and the feasibility of applying the model to high frequency SWS is validated. The problem of mapping from the geometrical parameters of SWS to the physical parameters of hybrid circuit is focused on. The hybrid circuit model of staggered double-vane is developed, and its dispersion relation is analyzed. Besides, a model-based Simulated Annealing(SA) algorithm procedure, capable of achieving high precision parameter fitting is coded. The results show that the proposed hybrid circuit model can accurately reproduce the dispersion characteristics of the staggered double-vane. It is significant for the subsequent development of a large signal sheet beam-wave interaction procedure based on the hybrid circuit model.

Keywords: terahertz; staggered double-vane; hybrid circuit model; Simulated Annealing algorithm; dispersion characteristic

经过百余年的发展, 真空管已经从千赫兹发展为太赫兹, 产生的功率从毫瓦量级变为兆瓦量级。目前, 真空电子器件作为 0.1~1.0 THz 中高功率辐射源几乎是不可替代的^[1-2]。行波管在微波领域取得了重大成就, 其具有效率高、结构紧凑、能够产生中大功率、工作寿命长等优点, 广泛用于卫星通信、雷达、遥感和探测干扰、电子战、空间探索领域^[3]。展望未来, 高功率太赫兹行波管具有太赫兹成像、材料表征、医疗诊断的巨大潜力。

行波管是线性注功率放大器, 慢波结构是行波管的重要组成部分。阴极发射的电子束在慢波结构中 与输入电磁波相互作用, 实现能量交换, 输入信号被放大。传统的慢波结构包括螺旋线、耦合腔等, 早期用于低频段工作的行波管中。随着人们对工作频率的追求不断提高, 慢波结构尺寸缩小, 传统慢波结构难以加工。为解决工艺难题, 新型慢波结构如曲折波导、交错双栅问世, 这些慢波结构不仅在高频段展现出优异的电磁性能, 并

且易于加工，成为近年来各种高频率行波管的主流慢波结构。

计算慢波结构的电磁特性是预测行波管工作性能的基础，理论上需要在特定边界条件下求解麦克斯韦方程组^[4-5]。由于慢波结构几何形状可能很复杂，边界条件难以确定，因此场论法通常只适合结构规则的慢波结构。等效电路法采用集总元件(电容、电感和电阻)表征慢波结构的谐振特性，具有图像清晰、模型简洁的优点，成为慢波结构电磁特性分析的另一个主流方法^[6-8]。但在高频率电路中，电路的分布式效应突出，采用集总参数的传统等效电路模型存在物理上的不匹配，难以在频带内精确表征色散特性，计算精确度与要求差距较大。究其原因，一方面由于单一集总参数的电路模型在物理图像上与分布式的慢波结构存在固有差异；另一方面，给出合适的电路参数也很困难。

美国海军实验室(United States Naval Research Laboratory, NRL)提出一种适用于曲折波导的简单混合电路模型^[9]，结合参数拟合，可精确刻画曲折波导的色散关系和电路阻抗。该模型结合了集总元件与分布式元件(传输线)，与只有集总元件的电路模型相比，该混合模型结构简单，能够更好地表征慢波结构中电磁波低模态频带间的色散关系，并能有效分析相关模式竞争问题^[10]。随后 NRL 在一维大信号代码 CHRISTINE 中应用了曲折波导慢波结构的混合电路模型^[11]，相比于粒子模拟(particle in cell)，该程序能够快速准确地预测行波管工作性能。大信号代码被 NRL 用于设计 G 波段(中心频率 220 GHz)曲折波导行波管。

受曲折波导混合电路模型的启发，本文以交错双栅慢波结构为例，基于电路原理与传输线理论，建立同样性质的混合电路模型。本文没有将结构尺寸参数通过复杂公式映射为电路参数，而是拟合电磁仿真软件的色散结果得到电路参数。以 HFSS 建模求解的色散特性为参考，编写优化程序拟合低模态频段的色散函数曲线，分别复现了 W 波段(中心频率 94 GHz)和 G 波段交错双栅行波管最低通频带及最低禁带处的色散关系。

1 交错双栅混合电路模型

交错双栅是带状注行波管最常用的一种慢波结构，在 HFSS 平台建立交错双栅周期单元的结构模型，分析其电场分布，如图 1 所示。交错双栅结构沿 x 方向具有均匀性，因此可将工作的电磁波模式分为独立的 $TE^{(x)}$ 和 $TM^{(x)}$ 模，其中工作需要的 $TE_{10}^{(x)}$ 模式^[12] 电场分布在 $yoze$ 平面上，没有沿 x 方向的分量。 y 方向场分量代表传输的电磁能量， z 方向场分量代表与带状注互作用的部分。

经过定性场分析，得到如图 2 所示的交错双栅等效集总参数电路。根据电路原理，将 π 型电路网络变换为等效 T 型网络。显然，图 2 中 T 型网络具有类似分布式电路传输线的性质，而传输线恰好能够表征微波电磁波的传输特性。因此可以把阻抗分布化、传统等效集总参数电路转化为传输线与集总元件结合的混合电路。

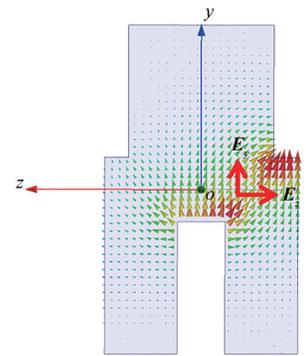


Fig.1 Schematic of staggered double-vane and its electric field distribution
图 1 交错双栅结构及电场分布示意图

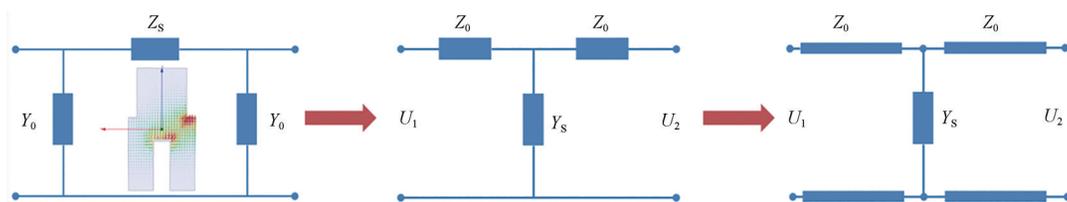


Fig.2 Equivalent circuits of staggered double-vane
图 2 交错双栅结构的等效电路图

本文提出如图 3(a)所示的具体交错双栅混合电路模型。使用截止频率为 f_c 的传输线，代表交错双栅的截止频率， Z_0 为传输线的特性阻抗。波导结构的不连续性在电路中以电容 C_s 和电感 L_s 并联的导纳 Y_s 形式体现，连接相邻导纳的传输线长度为 L 。在电路中， U_n 为导纳单元两端的电压；在交错双栅中， U_n 为图 3(b)区域 I 中 z 方向两端的电压，即主要注波相互作用区域的纵向两端电压。由于交错双栅是基波为返波的慢波结构，因此相邻半周期交错双栅电子注通道间隙处的电场极性相反，该性质在混合电路模型中表现为相邻电路单元电压极性相反，电路也采用这种连接方式。

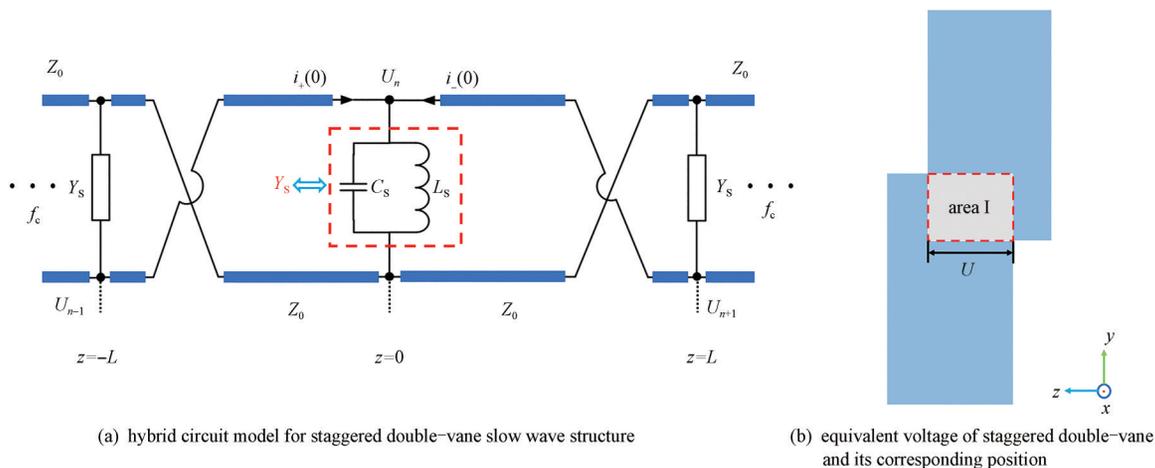


Fig.3 Schematic of staggered double-vane hybrid circuit model and corresponding equivalent voltage

图3 交错双栅混合电路模型及等效电压位置示意图

考虑传输线存在正向和反向传播的电磁波，电压、电流随时间作简谐变化，且时间因子总可以写作 $e^{j\omega t}$ 的形式。为简化表达，后面讨论一般不再写出时间因子。位置 z 处的电压和电流有如下关系：

$$\begin{cases} U(z) = U_+ e^{-j\beta z} + U_- e^{j\beta z} \\ I(z) = \frac{1}{Z_0} (U_+ e^{-j\beta z} - U_- e^{j\beta z}) \end{cases} \quad (1)$$

这是电报方程的通解，显然电压、电流由分别向 $+z$ 方向和 $-z$ 方向传播的行波组合而成。假设传输线无损耗，传播常数：

$$\beta = \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_c^2}}{c} \quad (2)$$

式中： ω 为电磁波角频率； ω_c 为截止角频率； c 为真空下光的传播速度。在交错双栅中，TE 模式波阻抗为横向电场与横向磁场之比：

$$\eta = -\frac{E_y}{H_x} \quad (3)$$

已知 $TE_{10}^{(v)}$ 模式电场没有 x 方向分量，因此在不同区域利用导体边界条件 $\left. \frac{\partial H_x}{\partial n} \right|_S = 0$ 能够得到波函数的具体形式。在带状注传输区域(区域 I 沿 $\pm z$ 方向的拓展)，电磁波为行波，根据 Floquet 定理，可将其展开为空间谐波级数形式，故该区域 x 方向磁场表达式为：

$$H_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(x, y) e^{-j\beta_n z} \quad (4)$$

式中 β_n 为第 n 次空间谐波的纵向传播常数。

由 H_x 的表达式，其他电磁场分量可以直接通过麦克斯韦方程组导出，其中 y 方向电场为：

$$E_y = -\frac{j\omega\mu_0}{k_0^2 - k_x^2} \times \frac{\partial H_x}{\partial z} \quad (5)$$

式中： μ_0 为真空磁导率； $k_0 = \frac{\omega}{c}$ ； k_x 为 x 方向波数， $k_x = \frac{\pi}{a} l$ ， $l=1, 2, 3, \dots$ 。

将式(4)~(5)代入式(3)，得到交错双栅 TE 模式第 n 次空间谐波的波阻抗^[13]：

$$Z_n^{TE} = \frac{\omega\mu_0\beta_n}{k_0^2 - k_x^2} \quad (6)$$

考虑到波阻抗与特性阻抗之比为常系数，经过变换，假设交错双栅电磁波 TE_{10} 模式的特性阻抗为：

$$Z_0(\omega) = \frac{Z_{00} \sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}}{\left| 1 - \left(\frac{k_s c}{\omega} \right)^2 \right|} \quad (7)$$

式中 Z_{00} 、 k_s 为常数。以 $z=0$ 为参考点，在 $-L < z < 0$ 区域，得出正向传播电流：

$$\begin{cases} -U_{n-1} = U_n \cos \beta L + jZ_0 i_+(0) \sin \beta L \\ i_+(0) = \frac{jU_n \cos \beta L + jU_{n-1}}{Z_0 \sin \beta L} \end{cases} \quad (8)$$

同理在 $0 < z < L$ 区域求得反向传播电流：

$$\begin{cases} -U_{n+1} = U_n \cos \beta L + jZ_0 i_-(0) \sin \beta L \\ i_-(0) = \frac{jU_n \cos \beta L + jU_{n+1}}{Z_0 \sin \beta L} \end{cases} \quad (9)$$

由 Floquet 定理，在给定频率下，对一个确定的传输模式，周期系统相邻节点电压只差一个复数常数：

$$U_{n\pm 1} = U_n e^{\pm i\theta} \quad (10)$$

式中 θ 为交错双栅每个半周期单元的相移角。正向、反向传播电流均经过 $z=0$ 处的导纳。为简化表达，将阻抗写作电容 C_s 、电感 L_s 并联的导纳 Y_s ，在混合电路模型的相量形式为：

$$Y_s = j\omega C_s + \frac{1}{j\omega L_s} \quad (11)$$

对节点 $z=0$ 采用基尔霍夫电流定律，利用电压电流关系：

$$U_n Y_s = i_+(0) + i_-(0) \quad (12)$$

至此，联立方程即可得到交错双栅混合电路模型色散关系式：

$$\frac{Z_{00} \sqrt{\frac{C_s}{L_s} \left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \right)}}{2 \left| 1 - \left(\frac{k_s c}{\omega} \right)^2 \right|} \left(\frac{\omega_s}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_s} \right) \sin \beta L + \cos \beta L = -\cos \theta \quad (13)$$

式中导纳 Y_s 表示的谐振电路谐振角频率 $\omega_s = 1/\sqrt{C_s L_s}$ 。

2 模拟退火优化算法

已推导的混合电路模型交错双栅色散方程存在多个未知参量，本节介绍一种基于模拟退火(SA)原理的优化算法，以三维电磁仿真软件计算的交错双栅色散曲线为参照，经过函数曲线拟合，由 SA 算法求解已推导色散方程的未知量，从而得到完整的色散表达式。

首先选取一组待拟合参量：定义归一化阻抗 $N = Z_{00} \sqrt{C_s/L_s}/2$ ；传输线截止频率 f_c ；传输线长度 L ；导纳内部谐振频率 f_s ；波数 k_s 。拟合 5 个参数能够减小计算量，并涵盖了色散方程的全部未知数。

确定拟合参量后，使用 HFSS 计算交错双栅的色散曲线，选择其中部分工作频带内的样本点，横坐标为相移，纵坐标为频率。将频率代入含有待拟合参数的色散关系式，使求解的相移与样本点相移之差的绝对值最小。采用均方根差公式：

$$err = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\theta_{ic} - \theta_i)^2}{n}} \quad (14)$$

式中： θ_{ic} 为混合电路模型求解的相移； θ_i 为样本点相移； n 为样本点个数。显然，均方根差越小，在采样范围内对实际色散曲线的拟合程度越好。为此，需要开发基于数值方法的优化程序，使确定了未知参量的色散方程解得的相移与真实相移偏差尽可能小。

SA 算法基于物理中固体物质的退火过程，与一般组合优化问题之间具有相似性。SA 算法从某一较高初始温度出发，伴随温度不断下降进行搜索，通过赋予搜索过程一种时变且最终趋于零的概率突跳性，从而可有效避免陷入局部极小值并最终趋于全局最优。SA 算法是串行结构优化算法，对当前解进行若干次邻域操作后，最终得到它自身所能搜索到的最优解^[14]。SA 算法在搜索过程中的特点是以一定概率接受比当前解更差的解，作为新的当前解进行搜索，一旦搜索到比局部最优解更好的解，此时意味着逃离了局部最优解，这就是 SA 算法的基本思想。SA 算法操作简便，广泛用于各类工程问题，同样适用于本文的函数拟合工作，具体流程框图如图 4 所示。

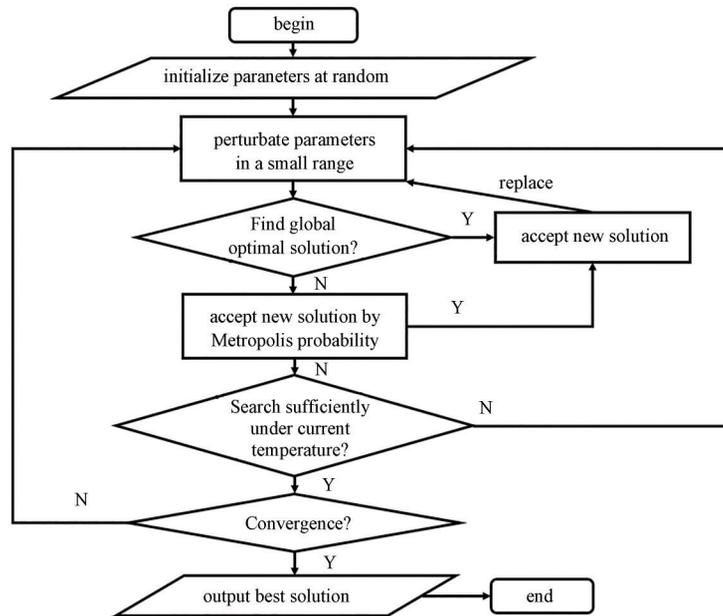


Fig.4 Flowchart of simulated annealing algorithm
图 4 模拟退火算法流程框图

Metropolis 概率 $p = \exp(-\Delta f(x)/T)$ ，其中 $\Delta f(x)$ 为函数值与当前最优函数值之差的绝对值， T 为温度。随着搜索的进行，温度不断下降，以 Metropolis 概率接受新解的概率随时间降低，直到查找完毕。这种以一定概率接受比当前解更差解的思想能够有效避免程序陷入局部最优解，是 SA 思想的精髓。

本文应用的 SA 算法基于混合电路模型，编写程序时需注意物理数学条件的限制。电磁波沿传输线传播，工作频率一定大于截止频率，在设定截止频率 f_c 的范围时必须考虑该条件。同时，注意到色散方程式(10)等式右侧为余弦函数，因此等式左侧的数值应在 $[-1,1]$ 之间，否则相移为虚数，对参考样本点没有意义。

综合考虑上述因素，本文在 Matlab 平台编写了基于交错双栅混合电路模型的模拟退火程序，包括：模拟退火优化主函数、初始解生成子函数、误差计算子函数、扰动解修复子函数。主函数的调用关系如图 5 所示。

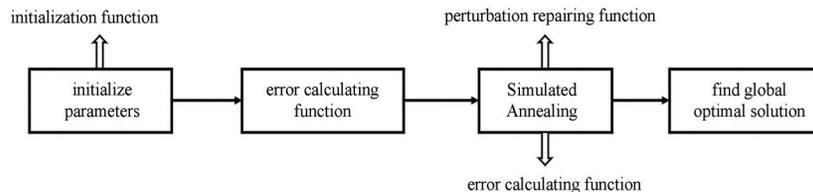


Fig.5 Flowchart of hybrid circuit model based main program of simulated annealing algorithm
图 5 基于混合电路模型的模拟退火算法主程序流程图

初始解生成子函数用于参数随机初始化；误差计算子函数用于计算当前相移与样本点相移偏差；扰动解修复子函数会将经过扰动并且计算值超出余弦函数值域的参数重新赋值，直至满足值域要求为止。该程序能够完成混合电路模型的函数拟合工作，得到最优参数值。

3 交错双栅色散特性拟合

交错双栅慢波结构通常用于工作在 W 波段及其以上频段的高频率行波管中。将推导过的交错双栅混合电路

模型及编写好的优化程序分别用于 W 波段和 G 波段交错双栅结构，拟合不同工作频率的交错双栅色散函数曲线。交错双栅周期结构模型及结构尺寸如图 6 所示。

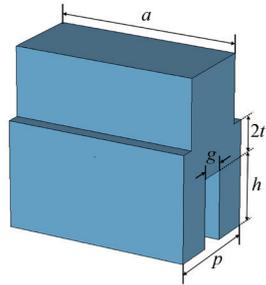


Fig.6 Single-cell staggered double-vane and its structure dimension
图 6 单周期交错双栅模型及结构尺寸图

表 1 W 波段交错双栅结构尺寸参数(单位:mm)

Table1 Structure dimensional parameters of W-band staggered double-vane(unit:mm)

structure dimensional parameter	value
a	1.786
$2t$	0.350
h	0.658
g	0.269
p	1.066

3.1 W 波段交错双栅

使用 HFSS 对文献[15]的 W 波段交错双栅建模，并依次计算 5 个最低模式的色散曲线。其结构尺寸参数见表 1。

混合电路模型得到的色散关系式可以精确拟合慢波结构的工作通带以及止带频率。选取 HFSS 色散曲线的样本点时，选取第一通带的 7 个点和最低禁带的上下截止点。遵循采样原则，在曲线陡峭处密集取样，变化较缓处则稀疏取样。将样本点输入至模拟退火优化程序中，设置外层循环终止次数 250 次，内层循环终止次数 10 000 次。经过多次运行程序，得到一组较好的结果，如图 7 与表 2 所示。

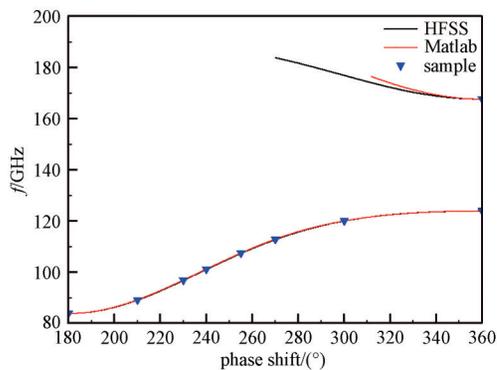


Fig.7 Fitting of W-band staggered double-vane dispersion curve
图 7 W 波段交错双栅色散曲线拟合图

表 2 W 波段交错双栅参数拟合结果

Table2 Fitting results of W-band staggered double-vane

fitting parameter	value
f_c /GHz	83.92
L /mm	1.03
f_s /GHz	115.47
N	0.82
k_s	2 763.10

参数拟合结果见表 2，该组数据计算的均方根差为 0.3%，在中心频率 94 GHz 处，相对误差为 0.13%。从图 7 中不难发现，拟合曲线与样本点吻合。显然，本文提出的混合电路模型配合模拟退火优化程序可以较好地展现 W 波段交错双栅通带部分的色散关系，并准确给出止带位置处的频率。从工程需求角度出发，混合电路模型预测的色散范围覆盖了工作点，并能够判断是否会激励起带边振荡等。这些信息对后续基于该混合电路模型开发注波相互作用大信号程序非常重要。

3.2 G 波段交错双栅

为进一步验证交错双栅混合电路模型的普适性，本文将该理论用于更高工作频率的交错双栅行波管，得到 G 波段慢波结构的色散特性。G 波段交错双栅结构尺寸参数如表 3 所示。

使用三维电磁仿真软件建立 G 波段交错双栅模型，计算并绘制 5 个最低模式的色散曲线。考虑电路模型理论的限制性，选取样本点时依然仅选取第一通带 8 个点和最低禁带的上下截止点。改变工作频率不影响模拟退火程序的架构，将样本点输入程序，同样设置外层循环终止次数 250 次，内层循环终止次数 10 000 次。反复运行程序，得到结果如图 8 和表 4 所示。

表 3 G 波段交错双栅结构尺寸参数(单位:mm)

Table3 Structure dimensional parameters of G-band staggered double-vane(unit:mm)

structure dimensional parameter	value
a	0.85
$2t$	0.15
h	0.35
g	0.10
p	0.50

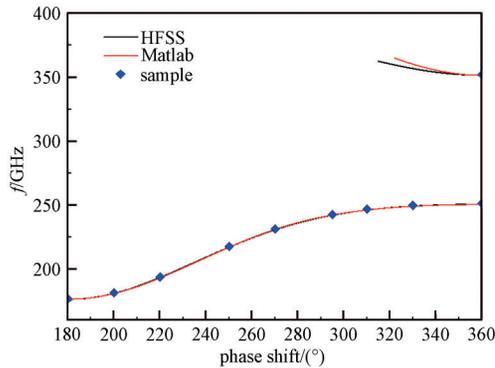


Fig.8 Fitting of G-band staggered double-vane dispersion curve
图8 G波段交错双栅色散曲线拟合图

该组数据均方根差为0.32%，在中心频率220 GHz处相对误差为0.02%，理论适用范围内拟合效果较好。因此，该混合电路模型适用于G波段工作的交错双栅，并可以近似地认为该理论完全适用于解释交错双栅结构低次模式的色散特性。

4 结论

本文以传输线理论和电路原理为基础，建立了一种适用于交错双栅慢波结构的混合电路模型，该模型能够求解任意工作频率交错双栅行波管最低通频带及最低禁带处的色散关系。基于该模型，编写了模拟退火优化程序。算法以三维电磁仿真软件求得慢波结构的色散关系为参照，拟合出混合电路模型的未知物理参数，解得基于该模型的未知物理参量，分别较好地再现了W波段和G波段交错双栅行波管最低通频带及最低禁带处的色散关系，其中W波段数据均方根差为0.3%，在中心频率94 GHz处相对误差为0.13%；G波段数据均方根差为0.32%，在中心频率220 GHz处相对误差为0.02%。结果表明，本文提出的交错双栅混合电路模型能够精准复现色散特性，具备用于带状注注波相互作用大信号程序的巨大潜力。

参考文献：

- [1] BOOSKE J H, DOBBS R J, JOYE C D, et al. Vacuum electronic high power terahertz sources[J]. IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology, 2011, 1(1): 54–75. doi:10.1109/TTHZ.2011.2151610.
- [2] DHILLON S S, VITIELLO M S, LINFIELD E H, et al. The 2017 terahertz science and technology roadmap[J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 2017, 50(4): 043001. doi:10.1088/1361-6463/50/4/043001.
- [3] YAO Shisen, CHENG Yujian, BAI Hang, et al. W-band high-efficiency waveguide slot array antenna with low sidelobe levels based on silicon micromachining technology[J]. Chinese Journal of Electronics, 2022, 31(4): 665–673. doi: 10.1049/cje.2020.00.315.
- [4] 段兆云. 螺旋线行波管中物理问题的研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2004. (DUAN Zhaoyun. Research on physical problems in a helix traveling wave tube[D]. Chengdu, China: University of Electronic Science and Technology of China, 2004.) doi:10.7666/d.Y686003.
- [5] 何昉明, 罗积润, 朱敏, 等. Chodorow型耦合腔慢波结构色散特性和耦合阻抗理论分析[J]. 物理学报, 2013, 62(17): 174101. (HE Fangming, LUO Jirun, ZHU Min, et al. Analysis of the dispersion and interaction impedance for a coupled cavity slow wave structure with double in-line slots in TWT[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(17): 174101.) doi:10.7498/aps.62.174101.
- [6] BOOSKE J H, CONVERSE M C, GALLAGHER D A, et al. Parametric modeling of folded waveguide circuits for millimeter-wave traveling wave tubes[C]// The 3rd IEEE International Vacuum Electronics Conference. Monterey, CA, USA: IEEE, 2002: 47. doi: 10.1109/IVELEC.2002.999253.
- [7] 杨军, 吕国强, 邓光晟, 等. 等效电路法计算耦合腔慢波结构特性[J]. 真空科学与技术学报, 2008, 28(6): 526–530. (YANG Jun, LYU Guoqiang, DENG Guangsheng, et al. Simulation of coupled-cavity slow-wave structures with modified equivalent circuit[J]. Chinese Journal of Vacuum Science and Technology, 2008, 28(6): 526–530.) doi:10.13922/j.cnki.cjovst.2008.06.016.

表4 G波段交错双栅参数拟合结果
Table4 Fitting results of G-band staggered double-vane

fitting parameter	value
f_c /GHz	176.210
L /mm	0.493
f_s /GHz	228.630
N	0.696
k_s	5 552.700