

文章编号：2095-4980(2025)08-0816-09

## 分布式频率分集阵发射频偏与接收滤波器联合优化方法

李坤坤，朱嘉运，马润龙，魏法，兰岚\*

(西安电子科技大学 雷达信号处理全国重点实验室，陕西 西安 710071)

**摘要：**为进一步挖掘分布式频率分集阵雷达空间分集与波形分集双重优势，提出一种基于最大块改进-优化最大化(MBI-MM)的分布式频率分集阵雷达收发参数联合优化方法。该方法通过联合设计各雷达站发射频偏和接收滤波器来提升雷达系统的探测性能。首先构造杂波背景下目标输出信干噪比(SINR)最大优化函数，并施加关于频偏与接收滤波器的约束；进一步，将原问题分解为2个独立变量子问题进行轮替求解；最后，通过MBI方法迭代更新2个子问题优化解直至目标函数收敛。仿真验证了通过联合优化频偏与接收滤波器能够显著提升杂波背景下目标输出的SINR。其中，仅频偏优化目标输出SINR相比于仅接收滤波器优化提升5.7 dB；经过收发参数联合优化目标输出SINR相比于仅优化接收滤波器能够提升7.2 dB，相比于仅进行频偏的优化可进一步提升1.5 dB。本文方法提高了复杂背景下雷达对特定区域的目标探测性能。

**关键词：**分布式频率分集阵雷达；发射频偏；接收滤波器；联合优化；最大块改进-优化最大化；输出信干噪比

中图分类号：TN958.5

文献标志码：A

DOI：10.11805/TKYDA2024616

## Joint optimization method of frequency increments and receive filters in distributed frequency diverse array radar

LI Kunkun, ZHU Jiayun, MA Runlong, WEI Fa, LAN Lan\*

(National Key Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** To further exploit the dual advantages of spatial diversity and waveform diversity in distributed frequency diverse array radar, a joint optimization method for transmit and receive parameters of distributed frequency diverse array radar based on the Maximum Block Improvement-Minimize Maximization(MBI-MM) is proposed. This method enhances the radar system's detection performance by jointly designing the transmit frequency offsets and receive filters of each radar station. Firstly, an optimization function is constructed to maximize the Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR) of the target output in the clutter background, with constraints imposed on the frequency offsets and receive filters. Then, the original problem is decomposed into two independent subproblems, which are solved alternately. Finally, the MBI method is employed to iteratively update the optimization solutions of the two subproblems until the objective function converges. Simulations demonstrate that the joint optimization of frequency offsets and receive filters can significantly improve the SINR of the target output in the clutter background. Specifically, the target output SINR is improved by 5.7 dB when only the frequency offsets are optimized compared to when only the receive filters are optimized. After the

收稿日期：2024-12-02；修回日期：2025-02-16

基金项目：国家自然科学基金资助项目(62471348; 62101402)

\*通信作者：兰岚 email:lanlan@xidian.edu.cn

引用格式：李坤坤,朱嘉运,马润龙,等. 分布式频率分集阵发射频偏与接收滤波器联合优化方法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2025,23(8): 816-824. DOI:10.11805/TKYDA2024616.

**Citation format:** LI Kunkun, ZHU Jiayun, MA Runlong, et al. Joint optimization method of frequency increments and receive filters in distributed frequency diverse array radar[J]. Journal fo Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2025, 23(8): 816-824. DOI:10.11805/TKYDA2024616.

joint optimization of transmit and receive parameters, the target output SINR is increased by 7.2 dB compared to when only the receive filters are optimized, and by an additional 1.5 dB compared to when only the frequency offsets are optimized. The proposed method enhances the radar's target detection performance in complex backgrounds for specific areas.

**Keywords:** distributed frequency diverse array radar; frequency increments; receive filters; joint optimization; Maximum Block Improvement-Minorize Maximization(MBI-MM); output Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio

随着航空技术的发展,各种高速微弱目标不断涌现,此类目标飞行速度快,雷达散射截面积(Radar Cross-Section, RCS)小,回波非常微弱。传统的单基地雷达由于体制架构固化且系统硬件受物理层面的约束,在监视范围、定位精确度、跟踪连续性等方面难以满足作战任务的需求。如何提高微弱目标的探测性能显得日益迫切,而通过有效的技术设置雷达各个参数,提高探测性能更是关键所在。

分布式阵列雷达利用各节点阵列雷达的灵活波束指向性与分布式空间分集增益可提高系统的探测性能,其中,各雷达节点将接收到的回波数据传至融合中心后进行数据级融合和信号级融合。何子述等<sup>[1]</sup>分析了3种不同分布式多入多出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)雷达(相参MIMO雷达、相位随机MIMO雷达和幅相随机MIMO雷达)的探测性能。张磊等<sup>[2]</sup>通过发射正交离散频率编码信号,对各接收节点位置及距离像进行信号级融合,利用非相参积累的方式提升弱目标探测性能。Braham等<sup>[3]</sup>结合实际杂波回波频谱对称性约束,对地基分布式MIMO雷达基于精确和近似的广义似然比检测器进行设计。周生华等<sup>[4]</sup>基于目标相关系数对相干积累检测器和非相干积累检测器的检测概率进行估计。LI等<sup>[5]</sup>给出了分布式MIMO雷达非理想正交波形信号模型,并分析了相位误差、频率误差、同步误差对相干/非相干检测器性能的影响。潘步年等<sup>[6]</sup>针对分布式雷达抗干扰问题,利用信号的多域信息,提出一种基于极化-空-时域联合处理的抗复合干扰方法。

现有方法主要集中于一些简化场景,如节点内为多发单收阵列,分布式多通道收发阵列对目标进行探测仍面临更多挑战。另一方面,相控阵的天线方向图仅是角度的函数,无法区分相同角度的目标与干扰,制约了对目标和环境信息的获取。近年来,在相控阵基础上提出了频率分集阵(Frequency Diverse Array, FDA)新体制雷达。在FDA中,发射天线载频间存在步进量(通常远小于发射载频),因此发射方向图成为角度、距离、时间的多维函数,进一步扩展了信号分辨维度,并提升了雷达系统的波束控制能力。但FDA发射导向矢量中的距离与角度互相耦合,且具有时变性。对此,可结合MIMO技术分离发射波形,从而获取距离维自由度(Degree of Freedom, DOF)。Sammartino等<sup>[7]</sup>将FDA与MIMO技术相结合,在接收端信号分离发射波形后获得独立的角度和距离信息,克服了FDA方向图的距离角度耦合以及时变问题。相比于传统相控阵或MIMO雷达,FDA-MIMO雷达的等效发射导向矢量为距离与角度的函数,因此采用适当的方法可实现距离-角度二维波束形成,采用空域处理方法能够同时获取距离和角度信息,鉴于此,国内外学者们探索了多种目标角度-距离联合估计算法,大多基于最大似然(Maximum Likelihood, ML)准则<sup>[8-10]</sup>、多信号分类及其改进算法<sup>[11-12]</sup>、旋转不变技术及其改进算法<sup>[13-14]</sup>,对目标角度、距离、多普勒、极化信息等进行联合估计<sup>[15]</sup>,并进一步分析参数估计的克拉美罗界、均方误差、分辨率等性能指标<sup>[16]</sup>。

上述优化设计仅考虑了发射/接收单一维度的优化或高斯白噪声背景下的收发联合优化。对此,本文通过联合多个频率分集阵列雷达组成分布式系统,提出一种基于最大块改进-优化最大化(MBI-MM)的分布式频率分集阵列发射频偏和接收滤波器联合优化方法,用于提升分布式雷达系统在杂波环境下的目标探测性能。

## 1 信号模型及问题描述

### 1.1 分布式频率分集阵雷达信号模型

分布式频率分集阵雷达系统模型如图1所示,其中雷达站1、雷达站2均为收发共置FDA-MIMO雷达,具有 $M$ 个发射阵元和 $N$ 个接收阵元,雷达站3为仅被动接收的相控阵雷达,具有 $N$ 个接收阵元。

在发射信号各阵元间引入一个很小的频率步进量 $\Delta f$ (远小于载频),第 $m$ 个( $m=1, 2, \dots, M$ )阵元的发射频率表达式为:

$$f_m = f_0 + (m-1)\Delta f \quad (1)$$

式中 $f_0$ 为参考阵元(第1个阵元)的载频。

假设空间中存在一点目标,相对于第 $p$ 部( $p=1, 2, \dots, P$ )雷达的位置为 $(\theta_p, R_p)$ ,相对于第 $q$ 部( $q=1, 2, \dots, Q$ )雷达

的位置为 $(\theta_q, R_q)$ 。第 $p$ 部雷达发射信号经目标反射且通过下变频和匹配滤波后，由第 $q$ 部雷达接收的信号表达式为<sup>[17]</sup>：

$$\mathbf{y}_{pq} = \mathbf{y}_{s_{pq}} + \mathbf{y}_{c_{pq}} + \mathbf{n} \quad (2)$$

式中： $\mathbf{y}_{s_{pq}}$  为目标反射后的信号， $\mathbf{y}_{c_{pq}}$  为杂波散射点反射后信号； $\mathbf{n}$  为平稳、零均值、空间白的高斯噪声信号。

$\mathbf{y}_{s_{pq}}$  的表达式为：

$$\mathbf{y}_{s_{pq}} = \beta_{o_{pq}} \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes [\mathbf{a}_p(\theta_p) \odot \mathbf{b}_{pq}(\Delta\tau_{o_{pq}}, \Delta f)] \quad (3)$$

式中： $\beta_{o_{pq}}$  为目标的复回波系数； $\Delta\tau_{o_{pq}} = t^* - \tau_{o_{pq}}$ ， $t^*$  为采样时刻， $\tau_{o_{pq}} = \frac{R_p + R_q}{c}$  为真实目标的时延， $c$  为光速； $\otimes$  为克罗内克积操作； $\odot$  为哈达玛积操作； $\mathbf{d}_q(\theta_q)$  为第 $q$  部雷达的接收导向矢量，其表达式为<sup>[18]</sup>：

$$\mathbf{d}_q(\theta_q) = \left[ 1, e^{j2\pi \frac{d}{\lambda_0} \sin \theta_q}, \dots, e^{j2\pi \frac{d}{\lambda_0} (N-1) \sin \theta_q} \right]^T \quad (4)$$

式中： $d$  为阵元间距； $\lambda_0$  为波长。

$\mathbf{a}_p(\theta_p)$  为目标角度依赖的发射导向矢量<sup>[18]</sup>：

$$\mathbf{a}_p(\theta_p) = \left[ 1, e^{j2\pi \frac{d}{\lambda_0} \sin \theta_q}, \dots, e^{j2\pi \frac{d}{\lambda_0} (M-1) \sin \theta_q} \right]^T \quad (5)$$

$\mathbf{b}_{pq}(\Delta\tau_{o_{pq}}, \Delta f)$  为目标距离依赖的发射导向矢量<sup>[18]</sup>：

$$\mathbf{b}_{pq}(\Delta\tau_{o_{pq}}, \Delta f) = \left[ 1, e^{j2\pi \Delta\tau_{o_{pq}} \Delta f}, \dots, e^{j2\pi \Delta\tau_{o_{pq}} (M-1) \Delta f} \right]^T \quad (6)$$

$\mathbf{y}_{c_{pq}}$  的表达式为：

$$\mathbf{y}_{c_{pq}} = \beta_{i_p i_q k} \mathbf{d}_{i_q}(\theta_{i_q}) \otimes [\mathbf{a}_{i_p}(\theta_{i_p}) \odot \mathbf{b}_{i_{pq}}(\Delta\tau_{k_{pq}}, \Delta f)] \quad (7)$$

式中： $i_p (i_p = 1, 2, \dots, I_p)$  与  $i_q (i_q = 1, 2, \dots, I_q)$  为杂波散射点对应的距离角度单元，且每个距离角度单元包含  $k$  个( $k=1, 2, \dots, K$ )散射点； $\beta_{i_p i_q k}$  为杂波散射点的复回波系数。

杂波的协方差矩阵为：

$$\boldsymbol{\Sigma}_{pq}(\Delta f) = E[\mathbf{y}_{c_{pq}} \mathbf{y}_{c_{pq}}^\dagger] = \sum_{i_p=0}^{I_p-1} \sum_{i_q=0}^{I_q-1} \sum_{k_{pq}=1}^{K_{pq}} \sigma_{i_p i_q k}^2 \mathbf{s}_{c_{pq}} \mathbf{s}_{c_{pq}}^\dagger \quad (8)$$

式中： $\sigma_{i_p i_q k}^2 = E[\beta_{i_p i_q k}]^2$ ； $\mathbf{s}_{c_{pq}} = \mathbf{d}_{i_q}(\theta_{i_q}) \otimes [\mathbf{a}_{i_p}(\theta_{i_p}) \odot \mathbf{b}_{i_{pq}}(\Delta\tau_{k_{pq}}, \Delta f)]$ ； $(\cdot)^\dagger$  为共轭转置操作。

## 1.2 问题描述

考虑复杂电磁和地理环境下，对分布式频率分集阵雷达发射频率增量和接收滤波器联合优化，使目标输出SINR最大化，提高雷达系统在微弱目标中的探测性能。

通过约束发射频率增量和接收滤波器，可构建非凸优化问题：

$$\begin{cases} \max_{\Delta f, \mathbf{w}_{11}, \dots, \mathbf{w}_{pq}} \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q R_{\text{SINR}, pq}(\Delta f, \mathbf{w}_{pq}) \\ \text{s.t. } 0 \leq \Delta f \leq \frac{B_w}{M} \\ \|\mathbf{w}_{pq}\|^2 = 1, p = 1, 2, \dots, P, q = 1, 2, \dots, Q \end{cases} \quad (9)$$

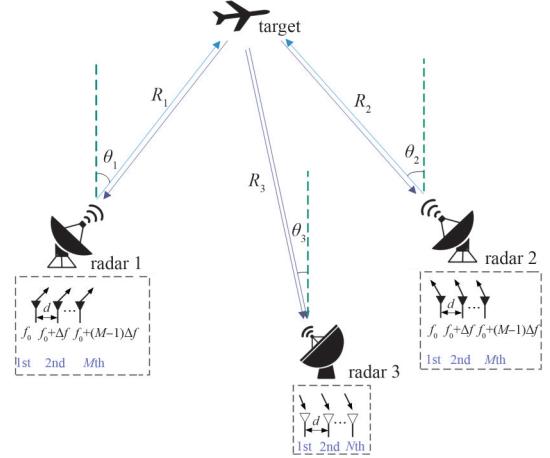


Fig.1 Distributed frequency diversity array radar system model  
图 1 分布式频率分集阵雷达系统模型

式中:  $B_w$  为选择发射频率增量的雷达总带宽;  $\mathbf{w}_{pq}$  为第  $p$  部雷达发射信号后由第  $q$  部雷达接收的接收滤波器参数;  $R_{\text{SIN},pq}(\Delta f, \mathbf{w}_{pq})$  为第  $p$  部雷达发射信号后由第  $q$  部雷达接收的目标输出 SINR, 其表达式为:

$$R_{\text{SIN},pq}(\Delta f, \mathbf{w}_{pq}) = \frac{\left| \mathbf{w}_{pq}^\dagger \left( \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes \left[ \mathbf{a}_p(\theta_p) \odot \mathbf{b}_{pq}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \right] \right) \right|^2}{\mathbf{w}_{pq}^\dagger \Sigma_{pq}(\Delta f) \mathbf{w}_{pq} + \sigma_n^2 \|\mathbf{w}_{pq}\|^2} \quad (10)$$

## 2 发射频率增量和接收滤波器联合设计

本文利用循环迭代的方法, 将优化问题转化为关于发射频偏和接收滤波器的子优化问题:

$$\mathcal{P}_{y_1}: \begin{cases} \max_{\Delta f^{(n)}} & \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q R_{\text{SIN},pq}(\Delta f) \\ \text{s.t.} & 0 \leq \Delta f \leq \frac{B_w}{M} \end{cases} \quad (11)$$

$$\mathcal{P}_{y_2}: \begin{cases} \max_{\mathbf{w}_1^{(n)}, \dots, \mathbf{w}_P^{(n)}} & \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q R_{\text{SIN},pq}(\mathbf{w}_{pq}) \\ \text{s.t.} & \|\mathbf{w}_{pq}\|^2 = 1, p=1, 2, \dots, P, q=1, 2, \dots, Q \end{cases} \quad (12)$$

### 2.1 发射频率增量优化

针对子问题  $\mathcal{P}_{y_1}$ , 首先将联合收发导向矢量等效表示为:

$$\mathbf{s}(\Delta f) = \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes \text{diag}(\mathbf{a}_p(\theta_p)) \mathbf{b}_{o_{pq}}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \quad (13)$$

因此, 式(10)中分子部分可以表示为:

$$\begin{aligned} |\mathbf{w}_q^{(n-1)\dagger} \mathbf{s}(\theta_p, \theta_q, \Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f)|^2 &= \left| \mathbf{w}_q^{(n-1)\dagger} \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes \text{diag}(\mathbf{a}_p(\theta_p)) \mathbf{b}_{o_{pq}}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \right|^2 = \mathbf{w}_q^{(n-1)\dagger} \mathbf{H}_{pq} \mathbf{b}_{o_{pq}}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \mathbf{b}_{o_{pq}}^\dagger(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \mathbf{H}_{pq}^\dagger \mathbf{w}_q^{(n-1)} = \\ &= \mathbf{w}_{H_{pq}}^\dagger \mathbf{b}_{o_{pq}}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \mathbf{b}_{o_{pq}}^\dagger(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \mathbf{w}_{H_{pq}} = \mathbf{b}_{o_{pq}}^\dagger(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \mathbf{w}_{H_{pq}} \mathbf{w}_{H_{pq}}^\dagger \mathbf{b}_{o_{pq}}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) = \\ &= \mathbf{b}_{o_{pq}}^\dagger(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \mathbf{W}_E(\mathbf{w}_q^{(n-1)}) \mathbf{b}_{o_{pq}}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \end{aligned} \quad (14)$$

式中:  $\mathbf{W}_{pq}(\mathbf{w}_q^{(n-1)}) = \mathbf{w}_{H_{pq}} \mathbf{w}_{H_{pq}}^\dagger$ ;  $\mathbf{w}_{H_{pq}} = \mathbf{H}_{pq}^\dagger \mathbf{w}_q^{(n-1)}$ ;  $\mathbf{H}_{pq} = \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes \text{diag}(\mathbf{a}_p(\theta_p))$

考虑到接收权矢量上的单位范数约束, 对分母同样进行改写, 则式(10)可等效表示为:

$$R_{\text{SIN},pq}(\theta_p, \theta_q, \Delta \tau_{o_{pq}}, \mathbf{w}_q^{(n-1)}, \Delta f) = \frac{\mathbf{b}_{o_{pq}}^\dagger(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \mathbf{W}_{pq}(\mathbf{w}_q^{(n-1)}) \mathbf{b}_{o_{pq}}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f)}{\sum_{k=1}^K \mathbf{b}_{k_{pq}}^\dagger(\Delta \tau_{k_{pq}}, \Delta f) \Sigma_{k_{pq}}(\mathbf{w}_q^{(n-1)}) \mathbf{b}_{k_{pq}}(\Delta \tau_{k_{pq}}, \Delta f) + \sigma_n^2} \quad (15)$$

此外, 引入 2 个辅助变量:

$$\mathbf{x}_{pq} = \mathbf{b}_{o_{pq}}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \quad (16)$$

$$z_{pq} = \sum_{k=1}^K \mathbf{b}_{k_{pq}}^\dagger(\Delta \tau_{k_{pq}}, \Delta f) \Sigma_{k_{pq}}(\mathbf{w}_q^{(n-1)}) \mathbf{b}_{k_{pq}}(\Delta \tau_{k_{pq}}, \Delta f) + \sigma_n^2 > 0 \quad (17)$$

对式(15)进行改写并考虑在  $(\mathbf{x}_{o_{pq}}, z_{o_{pq}})$  附近的一阶泰勒展开, 使不等式(18)成立:

$$\begin{aligned} R_{\text{SIN},pq}(\Delta f) &= R_{\text{SIN},pq}(\mathbf{x}_{pq}, z_{pq}) \Big|_{\mathbf{x}_{pq} = \mathbf{b}_{o_{pq}}(\Delta f), z_{pq} = \sum_{k=1}^K \mathbf{b}_{k_{pq}}^\dagger(\Delta f) \Sigma_{k_{pq}}(\mathbf{w}_q^{(n-1)}) \mathbf{b}_{k_{pq}}(\Delta f) + \sigma_n^2} \geq \\ &= R_{\text{SIN},a_{pq}}(\mathbf{x}_{pq}, z_{pq} | \mathbf{x}_{o_{pq}}, z_{o_{pq}}) \Big|_{\mathbf{x}_{o_{pq}} = \mathbf{b}_{o_{pq}}(\Delta f^{(n-1)}), z_{o_{pq}} = \sum_{k=1}^K \mathbf{b}_{k_{pq}}^\dagger(\Delta f^{(n-1)}) \Sigma_{k_{pq}}(\mathbf{w}_q^{(n-1)}) \mathbf{b}_{k_{pq}}(\Delta f^{(n-1)}) + \sigma_n^2} \\ &= R_{\text{SIN},a_{pq}}(\Delta f | \Delta f^{(n-1)}, \mathbf{w}_q^{(n-1)}) \end{aligned} \quad (18)$$

式中:

$$R_{\text{SIN},a_{pq}}(\Delta f|\Delta f^{(n-1)}, \mathbf{w}_q^{(n-1)}) = \sum_{k=1}^K \mathbf{b}_{k_{pq}}^\dagger(\Delta f) \mathbf{A}_{k_{pq}}^{(n-1)} \mathbf{b}_{k_{pq}}(\Delta f) + 2\Re\left\{\mathbf{h}_{o_{pq}}^\dagger \mathbf{b}_{o_{pq}}(\Delta f)\right\} + U_{pq} \quad (19)$$

式中:  $\mathbf{A}_{k_{pq}}^{(n-1)} = -\frac{\mathbf{x}_{o_{pq}}^\dagger \mathbf{W}_{pq}^{(n-1)} \mathbf{x}_{o_{pq}}}{z_{o_{pq}}^2} \Sigma_{k_{pq}}^{(n-1)}$ ;  $\mathbf{h}_{o_{pq}} = \frac{\mathbf{W}_{pq}^{(n-1)} \mathbf{x}_{o_{pq}}}{z_{o_{pq}}} ; U_{pq} = -\frac{\sigma_n^2 \mathbf{x}_{o_{pq}}^\dagger \mathbf{W}_{pq}^{(n-1)} \mathbf{x}_{o_{pq}}}{z_{o_{pq}}^2}$

进一步, 对式(19)等号后的第一部分和第二部分采用一阶泰拉格朗日余项的泰勒展开和不等式放缩, 替代函数可进一步改写为:

$$R_{\text{SIN},pq}(\Delta f) \geq X_{pq}^{(n-1)} (\Delta f - \Delta f^{(n-1)})^2 + \hat{X}_{pq}^{(n-1)} (\Delta f - \Delta f^{(n-1)}) + \bar{X}_{pq}^{(n-1)} = X_{pq}^{(n-1)} \Delta f^2 + \hat{X}_{pq}^{(n-1)} \Delta f + \bar{X}_{pq}^{(n-1)} \quad (20)$$

式中:

$$X_{pq}^{(n-1)} = -\sum_{k=1}^K 4\pi^2 \Delta \tau_{k_{pq}}^2 \sqrt{M} \left\| \mathbf{b}_{k_{pq}}^\dagger(\Delta f^{(n-1)}) (\mathbf{E}_T^\dagger \mathbf{A}_{k_{pq}}^{(n-1)} \mathbf{E}_T - \mathbf{E}_T^{2\dagger} \mathbf{A}_{k_{pq}}^{(n-1)}) \right\| - \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M 2 \left| h_{o_{pq}}(m) \right| \left[ 2\pi \Delta \tau_{o_{pq}}(m-1) \right]^2 \quad (21)$$

$$\hat{X}_{pq}^{(n-1)} = 2 \sum_{k=1}^K \Re\left\{ \dot{\mathbf{b}}_{k_{pq}}^\dagger(\Delta f^{(n-1)}) \mathbf{A}_{k_{pq}}^{(n-1)} \mathbf{b}_{k_{pq}}(\Delta f^{(n-1)}) \right\} - \sum_{m=1}^M 2 \left| h_{o_{pq}}(m) \right| \left[ 2\pi \Delta \tau_{o_{pq}}(m-1) \sin\left(2\pi \Delta \tau_{o_{pq}}(m-1) \Delta f^{(n-1)} - \arg h_{o_{pq}}(m)\right) \right] \quad (22)$$

$$\bar{X}_{pq}^{(n-1)} = \sum_{k=1}^K \mathbf{b}_{k_{pq}}^\dagger(\Delta f^{(n-1)}) \mathbf{A}_{k_{pq}}^{(n-1)} \mathbf{b}_{k_{pq}}(\Delta f^{(n-1)}) + \sum_{m=1}^M 2 \left| h_{o_{pq}}(m) \right| \cos\left(2\pi \Delta \tau_{o_{pq}}(m-1) \Delta f^{(n-1)} - \arg h_{o_{pq}}(m)\right) + U_{pq} \quad (23)$$

式中:  $\mathbf{E}_T = \text{diag}\left\{ [0, 1, \dots, M-1]^T \right\}$ 。

因此, 式(11)通过 MM 算法寻找到的替代函数表示为:

$$R_{\text{SIN},o}(\Delta f) = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \left( X_{pq}^{(n-1)} \Delta f^2 + \hat{X}_{pq}^{(n-1)} \Delta f + \bar{X}_{pq}^{(n-1)} \right) = X_o^{(n-1)} \Delta f^2 + \hat{X}_o^{(n-1)} \Delta f + \bar{X}_o^{(n-1)} \quad (24)$$

综上, 可将式(11)的非凸优化问题转化为凸优化问题, 且最优解表达式为:

$$\Delta f^{(n)} = \max \left[ \min \left( \Delta f', \frac{B_w}{M} \right), 0 \right] \quad (25)$$

式中:  $\Delta f' = -\frac{\hat{X}_o^{(n-1)}}{2\bar{X}_o^{(n-1)}}$ 。 (26)

## 2.2 接收滤波器优化

在已知发射频率增量  $\Delta f$  时, 接收滤波器的优化子问题为:

$$\max_{\mathbf{w}_{pq}^{(n)}} \frac{\left| \mathbf{w}_{pq}^\dagger \left\{ \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes \left[ \mathbf{a}_p(\theta_p) \odot \mathbf{b}_{pq}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \right] \right\} \right|^2}{\mathbf{w}_{pq}^\dagger \Sigma_{pq}(\Delta f) \mathbf{w}_{pq} + \sigma_n^2 \left\| \mathbf{w}_{pq} \right\|^2} \quad (27)$$

式(27)可进一步转化为最小方差无畸变响应波束形成器(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)问题, 即

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{w}_{pq}^{(n)}} \mathbf{w}_{pq}^\dagger \Sigma_{pq}(\Delta f) \mathbf{w}_{pq} + \sigma_n^2 \left\| \mathbf{w}_{pq} \right\|^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{w}_{pq}^\dagger \left( \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes \left( \mathbf{a}_p(\theta_p) \odot \mathbf{b}_{pq}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \right) \right) = 1 \end{cases} \quad (28)$$

于是, 可得式(28)的优化解为:

$$\mathbf{w}_{pq}^{(n)} = \frac{\left( \Sigma_{pq} + \sigma_n^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \left\{ \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes \left[ \mathbf{a}_p(\theta_p) \odot \mathbf{b}_{pq}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \right] \right\}}{\left\{ \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes \left[ \mathbf{a}_p(\theta_p) \odot \mathbf{b}_{pq}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \right] \right\}^\dagger \left( \Sigma_{pq} + \sigma_n^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \left\{ \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes \left[ \mathbf{a}_p(\theta_p) \odot \mathbf{b}_{pq}(\Delta \tau_{o_{pq}}, \Delta f) \right] \right\}} \quad (29)$$

对其归一化, 可得优化问题  $\mathcal{P}_{y_2}$  的解为:

$$\mathbf{w}_{pq}^{(n)} = \frac{\left(\Sigma_{pq} + \sigma_n^2 \mathbf{I}\right)^{-1} \left\{ \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes \left[ \mathbf{a}_p(\theta_p) \odot \mathbf{b}_{pq}(\Delta\tau_{o_{pq}}, \Delta f) \right] \right\}}{\sqrt{\left\{ \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes \left[ \mathbf{a}_p(\theta_p) \odot \mathbf{b}_{pq}(\Delta\tau_{o_{pq}}, \Delta f) \right] \right\}^\dagger \left( \Sigma_{pq} + \sigma_n^2 \mathbf{I} \right)^{-2} \left\{ \mathbf{d}_q(\theta_q) \otimes \left[ \mathbf{a}_p(\theta_p) \odot \mathbf{b}_{pq}(\Delta\tau_{o_{pq}}, \Delta f) \right] \right\}}} \quad (30)$$

### 2.3 发射频率增量和接收滤波器联合优化

综上所述, 通过最大化目标输出 SINR 对各站发射频率增量和接收滤波器进行联合优化, 分别求解发射频率增量和接收滤波器 2 个优化子问题。针对频偏优化子问题, 采用 MM 方法对等效变换后的目标函数进行近似迭代求解; 针对接收滤波器优化子问题, 采用拉格朗日方法进行求解。然后根据每个子问题的输出值, 基于 MBI 算法对输出 SINR 最大的对应变量进行更新, 直至目标函数收敛。其求解流程图如图 2 所示。其中,  $v_h (h=1,2)$  表示不同优化参数对应的输出 SINR, 迭代退出条件为  $|R_{\text{SINR}}^{(n)} - R_{\text{SINR}}^{(n-1)}| < \varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$  表示满足迭代退出的条件值。

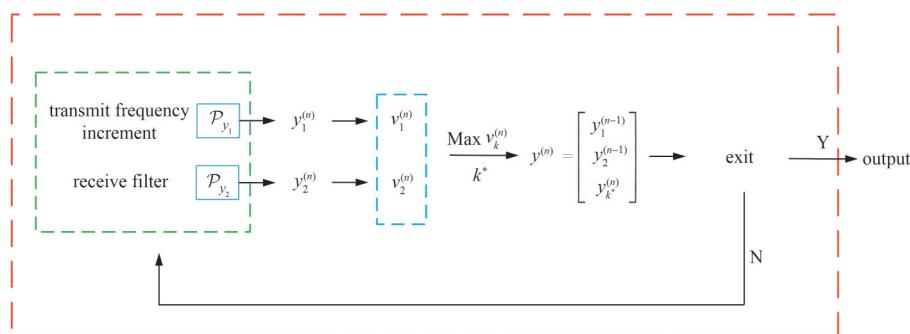


Fig.2 Block diagram of the transmit-receive optimization procedure

图2 发射-接收优化步骤框图

### 3 仿真实验

假设在笛卡尔坐标系中, 目标所处的空间位置为(0,0), 信噪比为 5 dB。分布式频率分集阵列包含 3 个雷达站, 其中, 雷达站 1 所处的空间位置为(2 847, 10 625), 雷达站 2 所处的空间位置为(2 687, 2 687), 雷达站 3 所处的空间位置为(10 392, 6 000)。各雷达相同的参数设置如表 1 所示。

表 1 分布式频率分集阵雷达仿真参数

Table1 Simulation parameters of distributed frequency diversity array radar

parameter	value	parameter	value
$B_w/\text{MHz}$	10	$f_0/\text{GHz}$	1
$d/m$	0.15	$M$	8
$N$	8	$\Delta f/\text{MHz}$	0.7

图 3 为不同雷达站发射与接收时的杂波环境, 其中, 图 3(a)为雷达站 1 发射信号与雷达站 1 接收信号时所处的杂波功率, 在[-2~2]距离环区域杂噪比设置为 45 dB, 在[15°, 40°]角度区域杂噪比设置为 35 dB; 图 3(b)为雷达站 1 发射信号与雷达站 3 接收信号时所处的杂波功率, 在[-30°, -10°]角度区域杂噪比设置为 20 dB, 在[15°, 35°]角度区域杂噪比设置为 75 dB; 图 3(c)为雷达站 2 发射信号与雷达站 2 接收信号时所处的杂波功率, 在[-2~2]距离环区域杂噪比设置为 10 dB, 在[15°, 40°]角度区域杂噪比设置为 35 dB; 图 3(d)为雷达站 2 发射信号与雷达站 3 接收信号时所处的杂波功率, 在[-30°, 10°]角度区域杂噪比设置为 45 dB, 在[-8°, 25°]角度区域杂噪比设置为 35 dB。

图 4 给出了优化后目标输出 SINR 随迭代次数的变化情况, 本文对比了仅权矢量优化、仅频偏优化及发射频率增量和接收滤波器联合优化 3 种情况。从图中可以看出, 仅权矢量优化, 输出 SINR 没有提升; 发射频率增量和接收滤波器联合优化可实现 SINR 的显著改善。其中, 当仅频偏优化时, 目标输出 SINR 相比于仅权矢量优化提升 5.7 dB; 而经过收发参数联合优化, 目标输出 SINR 相比于仅优化权矢量提升 7.2 dB, 相比于仅进行频偏的优化可进一步提升 1.5 dB。因此, 对发射频率增量和接收滤波器进行联合优化后, 目标输出 SINR 显著提升, 提高了杂波背景下雷达对特定区域的目标探测性能。

图 5 给出了在相同仿真条件双站(即第 1 雷达站发射与第 3 雷达站接收)的优化结果。从图中可以看出, 仅权矢量优化, SINR 为 -33.58 dB, 且输出 SINR 没有提升; 当仅频偏优化时, 目标输出 SINR 相比于仅权矢量优化提

升 6.2 dB；而经过收发参数联合优化后，目标输出 SINR 相比于仅权矢量优化能够提升 8.6 dB，相比于仅频偏优化可进一步提升 2.3 dB。2 个雷达站在优化后得到的最大目标输出 SINR 为 -25 dB，相比于图 4 中的 3 个雷达站得到的最大目标输出 SINR 降低了 3.2 dB。

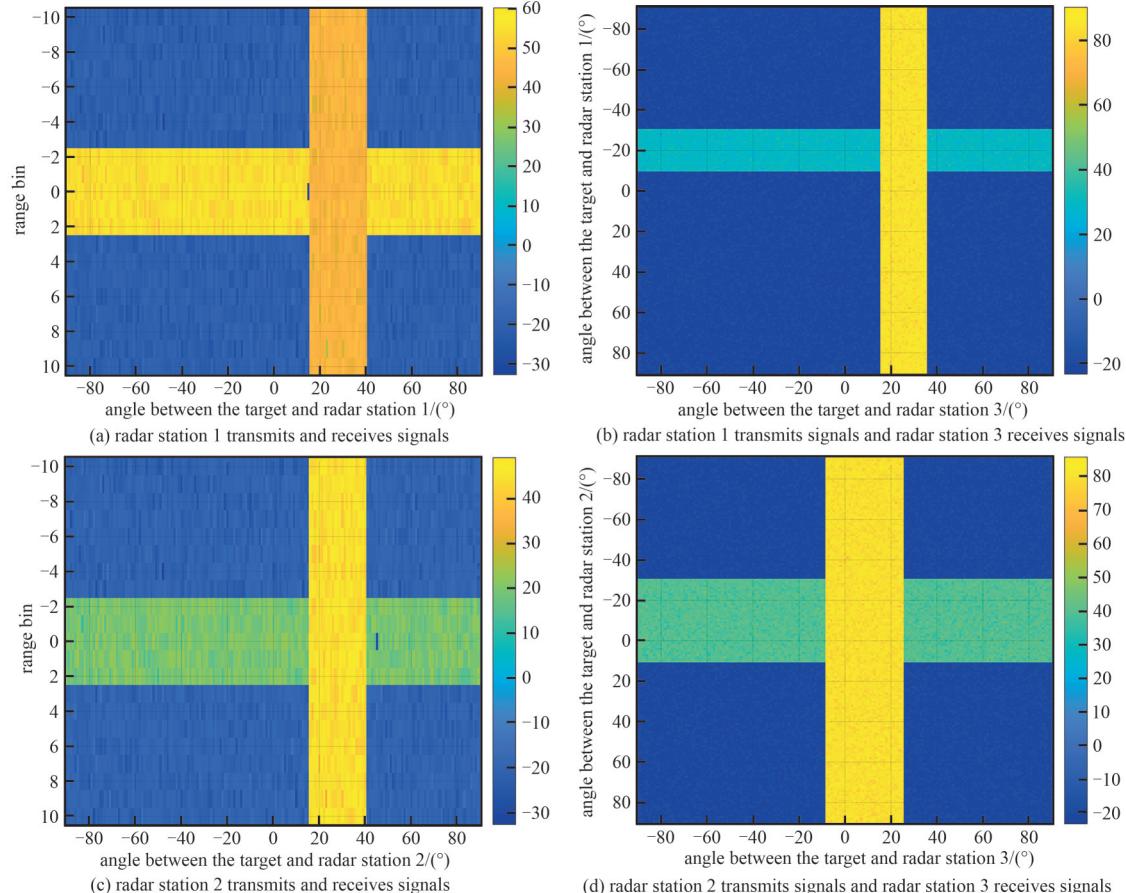


Fig.3 The clutter power at different radar stations during transmit and receive

图 3 不同雷达站收发时所处的杂波功率

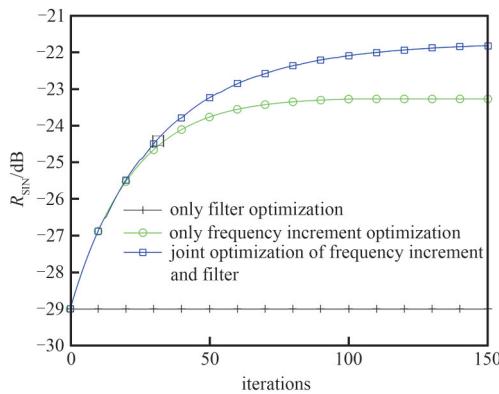


Fig.4 Improvement result of target output SINR

图 4 目标输出 SINR 提升结果

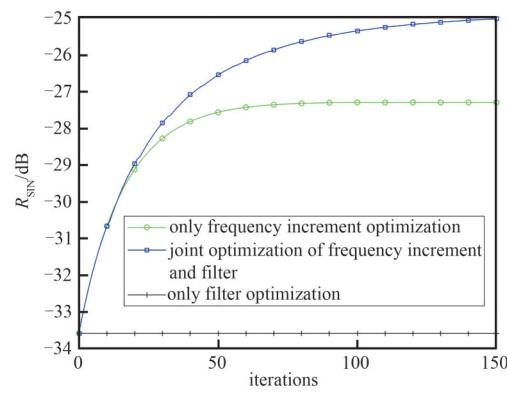


Fig.5 Improvement result of target output SINR in bistatic radar

图 5 双站下目标输出 SINR 提升结果

图 6 给出了雷达站 1 和雷达站 2 为一个收发共置 FDA-MIMO 雷达，雷达站 3 为仅被动接收的相控阵雷达，在信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)分别为 0 dB、5 dB、10 dB 条件下收发参数联合优化结果。从图中可以看出，目标输出 SINR 随 SNR 的提高而提高。

## 4 结论

本文研究了分布式频率分集阵雷达发射频偏与接收滤波器联合优化方法, 给出了分布式频率分集阵雷达信号模型; 介绍了发射频率增量和接收滤波器优化的求解方法; 最后, 通过MBI方式将2个独立变量子问题轮替求解。仿真结果显示, 通过发射频率增量和接收滤波器的联合优化后, 目标输出SINR提升了7.2 dB, 提高了复杂背景下雷达对特定区域的目标探测性能。

### 参考文献:

- [1] 程子扬, 何子述, 王智磊, 等. 分布式MIMO雷达目标检测性能分析[J]. 雷达学报, 2017, 6(1):81–89. (CHENG Ziyang, HE Zishu, WANG Zhilei, et al. Detection performance analysis for distributed MIMO radar[J]. Journal of Radars, 2017, 6(1):81–89.) DOI: 10.12000/JR16147.
- [2] 孙希平, 吴熙范, 张磊, 等. 基于正交信号的组网雷达目标融合检测与定位方法[J]. 现代雷达, 2023, 45(5):42–49. (SUN Xiping, WU Xipeng, ZHANG Lei, et al. Networked radar target fusion detection and localization method based on orthogonal signals[J]. Modern Radar, 2023, 45(5):42–49.) DOI: 10.16592/j.cnki.1004-7859.2023.05.004.
- [3] SHIKHALIEV A P, HIMED B. Distributed MIMO radar adaptive detection in the presence of spectral symmetry[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59(4):4721–4728. DOI: 10.1109/TAES.2023.3239346.
- [4] ZHOU Shenghua, LIU Hongwei. Space-partition-based target detection for distributed MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(4):2717–2729. DOI: 10.1109/TAES.2013.6621848.
- [5] LI Hongbin, WANG Fangzhou, ZENG Cengcang, et al. Signal detection in distributed MIMO radar with non-orthogonal waveforms and sync errors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021(69):3671–3684. DOI: 10.1109/TSP.2021.3087897.
- [6] 潘步年, 谭睿, 汪兵, 等. 分布式雷达多域张量分解抗复合干扰方法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2024, 22(10):1117–1126. (PAN Bunian, TAN Rui, WANG Bing, et al. Joint multi-domain tensor decomposition method for compound jamming in distributed radars[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2024, 22(10): 1117–1126.) DOI: 10.11805/TKYDA2023066.
- [7] SAMMARTINO P F, BAKER C J, GRIFFITHS H D. Frequency diverse MIMO techniques for radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(1):201–222. DOI: 10.1109/TAES.2013.6404099.
- [8] LAN Lan, LIAO Guisheng, XU Jingwei, et al. Control and utilization of the range-dependent beampattern with waveform diverse array radars[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(12):1–31. DOI: 10.1016/j.cja.2022.05.004.
- [9] XU Jingwei, LIAO Guisheng, ZHU Shengqi, et al. Joint range and angle estimation using MIMO radar with frequency diverse array[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(13):3396–3410. DOI: 10.1109/TSP.2015.2422680.
- [10] LAN L, ROSAMILIA M, AUBRY A, et al. Single-snapshot angle and incremental range estimation for FDA-MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(6):3705–3718. DOI: 10.1109/TAES.2021.3083591.
- [11] FENG Maoyuan, CUI Zhongma, YANG Yunxiu, et al. A reduced-dimension MUSIC algorithm for monostatic FDA-MIMO radar[J]. IEEE Communications Letters, 2021, 25(4):1279–1282. DOI: 10.1109/LCOMM.2020.3045440.
- [12] 刘润东, 薛峰涛, 杨贊秀, 等. FDA-MIMO雷达实值降维求根MUSIC参数估计算法[J]. 现代雷达, 2022, 44(4):31–37. (LIU Rundong, XUE Fengtao, YANG Yunxiu, et al. Real-value reducing-dimension root-MUSIC method in monostatic FDA-MIMO radar[J]. Modern Radar, 2022, 44(4):31–37.) DOI: 10.16592/j.cnki.1004-7859.2022.04.005.
- [13] YAN Yisheng, CAI Jingye, WANG Wenqin. Two-stage ESPRIT for unambiguous angle and range estimation in FDA-MIMO radar[J]. Digital Signal Processing, 2019(92):151–165. DOI: 10.1016/j.dsp.2019.06.002.
- [14] LI Binbin, BAI Weixiong, ZHENG Guimei. Successive ESPRIT algorithm for joint DOA-range-polarization estimation with polarization sensitive FDA-MIMO radar[J]. IEEE Access, 2018(6):36376–36382. DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2844948.
- [15] GUI Ronghua, WANG Wenqin, PAN Ye, et al. Cognitive target tracking via angle-range-Doppler estimation with transmit subaperturing FDA radar[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2018, 12(1):76–89. DOI: 10.1109/JSTSP.2018.2793761.
- [16] XIONG Jie, WANG Wenqin, GAO Kuandong. FDA-MIMO radar range-angle estimation: CRLB, MSE, and resolution analysis[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(1):284–294. DOI: 10.1109/TAES.2017.2756498.

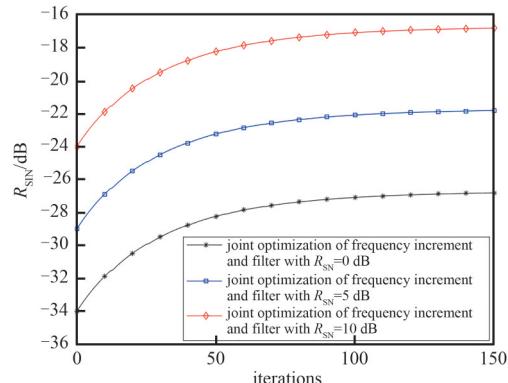


Fig.6 Improvement result of target output SINR at various SNRs  
图6 不同SNR对应的目标输出SINR提升结果

- [17] AUBRY A, DEMAIO A, FARINA A, et al. Knowledge-aided(potentially cognitive) transmit signal and receive filter design in signal-dependent clutter[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(1): 93–117. DOI: 10.1109/TAES.2013.6404093.
- [18] LAN Lan, ROSAMILIA M, AUBRY A, et al. Single-snapshot angle and incremental range estimation for FDA-MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(6): 3705–3718. DOI: 10.1109/TAES.2021.3083591.

#### 作者简介：

**李坤坤**(2000–), 男, 在读硕士研究生, 研究方向为分布式频率分集阵列雷达参数优化 .email:23021211714@stu.xidian.edu.cn.

**朱嘉运**(2000–), 男, 在读硕士研究生, 研究方向为目标检测、参数估计.

**马润龙**(2000–), 男, 在读硕士研究生, 研究方向为目标检测、参数估计.

**魏 法**(1996–), 男, 在读博士研究生, 研究方向为阵列信号处理、干扰抑制.

**兰 岚**(1993–), 女, 副教授, 研究方向为波形分集阵列雷达系统与信号处理、雷达智能化抗干扰技术、目标检测与参数估计理论等.

(上接第 803 页)

#### 作者简介：

**李奥成**(2001–), 男, 在读硕士研究生, 主要研究方向为外辐射源雷达探测与成像 .email:1021616694@qq.com.

**黄 川**(1994–), 男, 博士, 主要研究方向为外辐射源雷达运动目标探测与成像.

**李中余**(1988–), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为双/多基雷达海面目标检测与成像技术.

**杨 青**(1997–), 男, 博士, 主要研究方向为合成孔径雷达成像和运动目标成像.

**安洪阳**(1992–), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为合成孔径雷达和稀疏信号处理.

**武俊杰**(1982–), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为前视 SAR 成像技术.

**杨建宇**(1963–), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为新体制雷达成像技术.