文章编号：2095-4980(2014)06-0846-06

点聚焦透镜天线焦斑附近波长延长

张云鹏[1]，张　毅[2]，李　恩[1]，郑　虎[1]，王　娟[1]

(1.电子科技大学 电子工程学院，四川 成都 611731；2.中国电子科技集团公司 第 29 研究所，四川 成都 610036)

摘　要：利用简易装置搭建“测量线”系统，采用驻波法测量了点聚焦透镜天线焦斑附近轴线上不同位置处的波长 λ_F，与自由空间中的波长 λ_0 相比，找出 λ_F 随轴向距离变化而变化的关系，并对该变化进行定性分析。通过对 2 种点聚焦透镜天线的测量，发现焦斑附近的波长 λ_F 较之自由空间中的波长 λ_0 有 0~5%的延长，且延长量随离焦点距离的增大而减小。最后对测试系统的精确度和误差源进行了分析。

关键词：点聚焦透镜天线；驻波法；波长测量；波长延长

中图分类号：TN814　　**文献标识码：**A　　**doi：**10.11805/TKYDA201406.0846

Elongation of the wavelength in a focused beam of spot-focusing lens antenna

ZHANG Yun-peng[1], ZHANG Yi[2], LI En[1], ZHENG Hu[1], WANG Juan[1]

(1.School of Electronic Engineering, UESTC, Chengdu Sichuan 611731, China; 2.Quality Department, Southwest China Research Institute of Electronic Equipment, Chengdu Sichuan 610036, China)

Abstract: A slotted line system is constructed with simple devices. The wavelengths λ_F of different positions at the axis of spot-focusing lens antenna are measured based on the method of standing wave. By comparing with wavelength λ_0 of free space, the relation that λ_F changes with the axial length is found, and qualitatively analyzed. Through the actual measurement on two kinds of spot-focusing lens antennas, it can be confirmed that the wavelength λ_F near the focal spot has a elongation of 0 to 5 percent in comparison to λ_0 in free space, and this elongation will reduce with the increase of the distance to the focus. Finally, precision and error analysis of the test system is given.

Key words: spot-focusing lens antenna; standing wave method; wavelength measurement; elongation of the wavelength

点聚焦透镜天线是最近应用较多的天线，一般在测量场合使用。它将辐射能量会聚到焦平面上轴线附近(一般以轴上电场最大值在横向下降3 dB 为界)的一小块区域内，该区域称为3 dB 焦斑，焦斑上相位可近似相等，因此焦斑处的电磁波可近似为平面波。对于点聚焦透镜天线焦距和3 dB 焦斑的测量，很多文献资料都有提及[1]，而对于其辐射的电磁波波长，尤其是焦斑附近波长的变化则很少有文章分析过。文献[2]采用场分布和数值方法推导了辐射电磁波沿轴线的相位分布，继而推出了焦斑附近轴向上波长 λ_F 会比自由空间中波长 λ_0 增大5%~10%，并沿轴向随远离透镜距离的增大而逐渐减小至与 λ_0 相等这一结论，但其并没有给出波长的具体测量方案及焦斑之前聚焦波束波长的变化情况。因此本文将采用驻波法，搭建简易装置，对焦斑处及其前后一段距离内的波长进行测量，以此检验文献[2]中结论的正确性及 λ_F 表达式使用的条件。

1　聚焦区域波长延长讨论

根据文献[2]，焦斑附近轴向上波长 λ_F 的表达式如下：

$$\lambda_F = \lambda_0 / (1 - \frac{a^2}{4rf}) \tag{1}$$

式中：a 为透镜口径半径；　f 为透镜阴暗面焦距；$r=f+z$ 为场点到透镜的距离。从式(1)可以看出，λ_F 与透镜口径

收稿日期：2013-11-23；修回日期：2014-04-14

和焦距有关，且焦点处的 λ_F 最大。对 λ_F 作归一化，其值 λ_F/λ_0 随 a 增大而增大，随 f 增大而减小。式(1)只适用于 $r \geqslant f$ 的区域[2]。λ_F 随远离焦平面轴向距离变化而变化，关系曲线如图1所示。从图1中可以看出，焦点处波长较之自由空间波长延长了约6.5%，并随距透镜距离的增大而慢慢接近 λ_0。

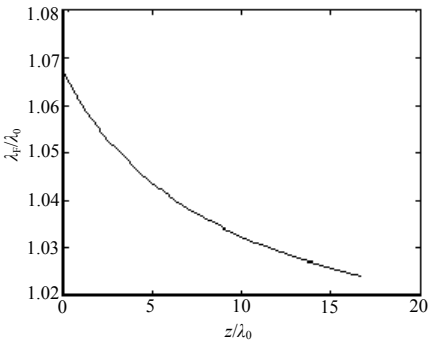


Fig.1 Elongation of the wavelength
图1 波长延长示意图

对于聚焦波长的延长，可以这样来解释：图 2 中，电磁波先通过单面透镜 S1 后在平面 AA'处形成平面波，AA'为等相位面，再经单面透镜 S2 后会聚于焦点 F，等相位面变为球面 PMQ，过点 M 作直线 PF 的垂线交 PF 于点 P'。在焦点附近的区域，由于会聚作用，点 P,P'可近似为重合，因此在焦点附近点 P',F 间的相位差等于点 M,F 间的相位差。设 $P'F=L_1$，$MF=L_2$，对于与轴线夹角为 θ 的射线 $P'F$ 其波长为自由空间波长 λ_0，波数 $k_1=\dfrac{2\pi}{\lambda_0}$，设其等效在轴向上的波长为 λ_F，波数 $k_2=\dfrac{2\pi}{\lambda_F}$，则有 $k_1L_1=k_2L_2$，即 $\dfrac{2\pi}{\lambda_0}L_1=\dfrac{2\pi}{\lambda_F}L_2$，又 $L_1=L_2\cos\theta$，带入得 $\lambda_F=\lambda_0\sec\theta$。焦斑附近的场是无穷多平面波的叠加[3]，因此它们合成的轴向波长介于 λ_0 和 $\lambda_0\sec\theta$ 之间，导致了波长的延长。并且由 P,P'点近似重合的条件知波长延长现象只发生在焦点附近。

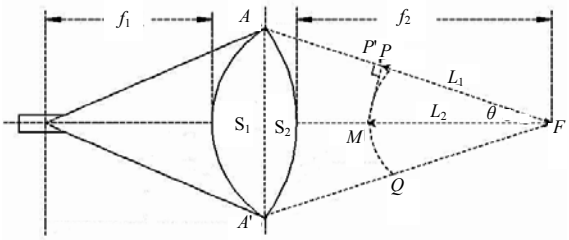


Fig.2 A ray passing through the focus F at an angle θ
图 2 穿过焦点射线示意图

2　驻波法波长测试原理

常见的微波波长的测量方法有谐振腔法、共振干涉法和驻波法[4]。谐振腔法将电磁场耦合到谐振腔中对波长进行测量；共振干涉法通过改变透射波与二次反射波之间的相位差使二者发生共振干涉而进行测量。而本文要测量开放空间中的波长，可采用驻波法来实现，且需要加以改进，其原理如下。

设由点聚焦透镜天线辐射出的电磁波沿正向传输的电场表示式为：

$$\boldsymbol{E}_1=\boldsymbol{E}_{m1}e^{j\beta z} \tag{2}$$

若终端存在反射，则反射波的电场表示式为：

$$\boldsymbol{E}_2=\boldsymbol{E}_{m2}e^{-j\beta z} \tag{3}$$

式中：β 为相位常数；z 为观察点距终端的距离；$\boldsymbol{E}_{m1},\boldsymbol{E}_{m2}$为终端处的入射波与反射波。因此轴向上的合成波可表示为：

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2=\boldsymbol{E}_{m1}e^{j\beta z}+\boldsymbol{E}_{m2}e^{-j\beta z}=\boldsymbol{E}_{m1}e^{j\beta z}(1+\Gamma_L e^{-j2\beta z})=\boldsymbol{E}_{m1}e^{j\beta z}(1+\Gamma(z))=\boldsymbol{E}_{m1}(1-\Gamma_L)e^{j\beta z}+2\Gamma_L\boldsymbol{E}_{m1}\cos\beta z \tag{4}$$

可见，一般情况下合成波是行波成分和驻波成分的叠加，呈混合波状态。终端反射系数为：

$$\Gamma_L=\frac{\boldsymbol{E}_{m2}}{\boldsymbol{E}_{m1}}=\left|\Gamma_L\right|e^{j\phi_L} \tag{5}$$

式中：$\left|\Gamma_L\right|$为终端反射系数的模；ϕ_L为幅角。Γ_L与终端负载阻抗的关系为：

$$\Gamma_L=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0} \tag{6}$$

式中：Z_L为负载阻抗；Z_0为空间波阻抗。由上所述可知轴向混合波的分布状态决定于终端反射系数，即决定于终端的负载。当终端短路($\Gamma_L=-1$)时将产生全反射(不考虑损耗)，故入射波和反射波的电场幅度相等，令：

$$\boldsymbol{E}_{m1}=-\boldsymbol{E}_{m2}=\boldsymbol{E}_m \tag{7}$$

其合成波的电场瞬时值可表示为：

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2=j2\boldsymbol{E}_m\sin\beta z=j2\boldsymbol{E}_m\sin\frac{2\pi z}{\lambda_F} \tag{8}$$

由式(8)看出，终端短路时合成波呈纯驻波分布，其电场 $\boldsymbol{E}$ 的幅度是 z 的正弦函数。同时电场振幅最小值(波节)发生在 $\sin\dfrac{2\pi z}{\lambda_F}=0$处，故有 $\dfrac{2\pi z}{\lambda_F}=n\pi$，可确定波节点位置 $z=n\dfrac{\lambda_F}{2}(n=0,1,2,\cdots)$。因此轴向上波长等于相邻波节

点距离的2倍。只要精确测出波节点的位置就能得到波长的测量值。本实验中波节点位置通过探针、短路板及矢量网络分析仪(Vector Network Analyzer，VNA)等装置组成的“测量线”来确定。

3 测试系统

本文开放空间波长的测量，需要借助探针将待测位置处的电场耦合出去，探针连接矢量网络分析仪的端口2，另一端口1则连接点聚焦透镜天线作为输入端。这样通过矢网测得的 S_{21} 值能反映出端口2出射波电压的强弱。

测试时在点聚焦透镜天线的焦点处放置一垂直于轴线的开孔挡板，开孔尺寸一般要大于焦平面 3 dB 焦斑，将探针沿垂直于轴向且平行于电场方向插入一段距离并固定在挡板上，电场将在探针上感应出电压，其大小与探针所在位置的电场强度成正比。探针的几何尺寸要足够小，以使探针对场结构的影响可以忽略不计，探针的直径通常取 0.3 mm~0.5 mm，探针伸入开孔内的长度可调[5]。天线辐射出的电磁波通过开孔挡板后到达短路板并反射回来，与入射波叠加形成驻波。当探针沿轴向移动时，S_{21} 值势必随轴向驻波分布而出现极大值和极小值。测试示意图如图 3 所示。图 3 中 f_2 为点聚焦透镜天线阴暗面的焦距，l 为焦点到短路板的距离。本文采用 2 种方法来测量波长：a) 固定挡板，滑动短路板，测 S_{21}[6]；b) 固定短路板，滑动挡板，测 S_{21}[6−7]。

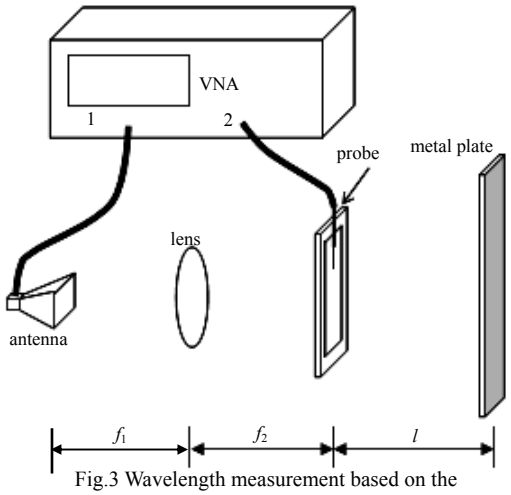


Fig.3 Wavelength measurement based on the method of standing wave
图 3 驻波法测波长示意图

4 测试方案及结果

4.1 方案一

先采用方法 1。放置短路板后在轴向形成驻波，将挡板置于焦点，沿轴向调整短路板位置，使 S_{21} 达到极小值，即探针位于波节点。此时若改变短路板位置，则轴向将形成新的驻波，探针原先所处的波节点将发生轴向偏移。当滑动短路板使 S_{21} 第 2 次达到极小值时，短路板滑动的距离 Δl 即为半个波长。因此测量出现相邻极小值时短路板的位置，就能测量探针处的波长 λ_F。

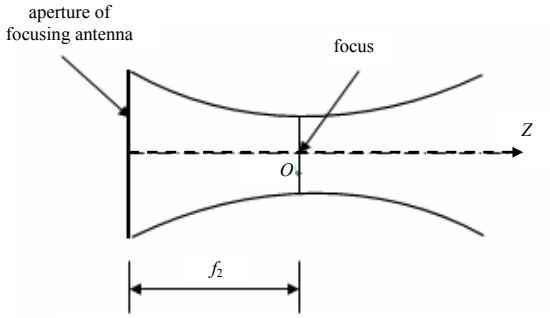


Fig.4 Schematic diagram of a microwave focused beam
图 4 聚焦波束图解

测试天线选用双脊喇叭作馈源，工作频率为 6 GHz，即自由空间波长 λ_0 为 50 mm。其辐射的电磁波照射直径 A_1=300 mm，焦距 f_2=300 mm 的透镜，透镜的边缘包有一层薄的吸收材料。为提高精确度，测 n 个波节之间的距离 ΔL。滑动短路板到一合适位置，使 S_{21} 出现极小值，记下短路板位置刻度 d_1，然后将短路板沿远离探针方向缓慢滑动，当 S_{21} 第 n 次出现极小值时记下短路板所处位置刻度 d_2，则 $2|d_2-d_1|/(n-1)$即为探针处的 λ_F，多次测量取平均值。

根据以上步骤测量了焦点处以及前后距离其 λ_0~$5\lambda_0$ 点处的 λ_F 值，建立如图 4 所示的坐标系，将 λ_F 和 z 对 λ_0 作归一化后列于表 1。

表 1 λ_F 与 z 关系
Table1 Relationship between λ_F and z

Z/λ_0	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
λ_F/λ_0	0.974 8	0.998 8	1.010 8	1.004 4	1.009 6	1.010 0	1.020 0	1.007 6	0.994 4	0.992 0	0.973 6
$\lambda_F/\lambda_{F,min}$	1.001 2	1.025 9	1.038 2	1.031 6	1.037 0	1.037 4	1.047 7	1.034 9	1.021 4	1.018 9	1.000 0

从表 1 中可以看出会聚到焦斑附近的电磁波波长发生了变化，在焦斑处波长 λ_F=1.01λ_0，延长了 1%，在距焦点+λ_0 处波长增量最大，为 2%，焦点两侧随着离焦点距离的增大，λ_F 逐渐减小。但在离焦点+3λ_0,±4λ_0,±5λ_0 处出现了比自由空间波长还小的 λ_F，分析是由误差引起的。多次测量后发现 λ_F 小于 λ_0 的情况仍然存在。为了更准确

地描述波长延长现象，将 λ_F 对其在距焦点–5λ_0~+5λ_0 内的最小值进行归一化后也列于表 1。从表 1 中可以看出，对 $\lambda_{F,min}$ 归一化后，焦斑处波长相对延长量为 3.74%，在距焦点+λ_0 处相对延长量最大，为 4.77%，波长延长的现象比较明显，并且在焦点与透镜之间也有 λ_F 随离焦点距离的增大而减小的现象。

4.2 方案二

对另一种点聚焦透镜天线——圆锥喇叭透镜进行测量，透镜直径 A_2=200 mm，焦距 f_2=300 mm，工作频段为8 GHz~12 GHz。采用方法2)，其原理与测量线一样，保持短路板不动，沿轴向从靠近透镜位置向远离透镜方向滑动探针，则 S_{21}值将随轴向驻波分布出现极大值和极小值。测量实物图见图5。以0.5 mm 为步长依次记录下每一轴向长度 L(轴向上到透镜阴暗面顶点的距离)对应的 S_{21}值，选取几个频点，用 Matlab 将其轴向长度及与之对应的 S_{21}值绘图，将各离散的点用平滑的曲线连接起来，如图6所示，测量相邻两波节之间的距离 Δl_{min}，则轴向上的波长 λ_F 即为2Δl_{min}，将 λ_F 与 L 的关系列于表2。

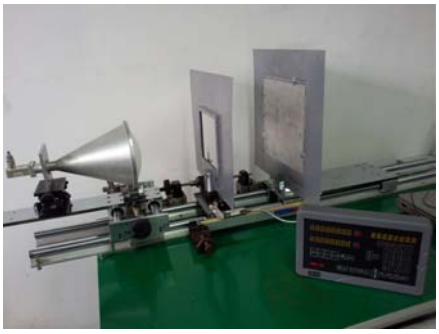


Fig.5 Scene of the wavelength measurement
图 5 实物测试平台

表 2 波节位置及 λ_F 与轴向距离关系

Table2 Wave nodal position and relationship between λ_F and axial length

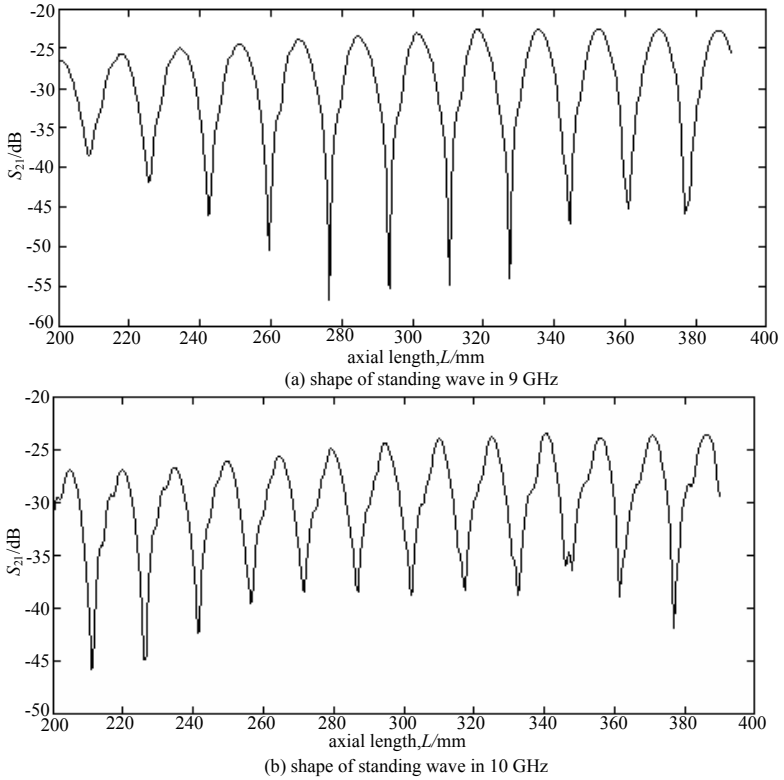
(a) wave nodal position and relationship between λ_F and axial length in 9 GHz

wave nodal position	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7	L_8	L_9	L_{10}	L_{11}
	208.5	225.5	242.5	259.5	276.5	293.5	310.5	327.5	344.5	361.0	377.5
wave nodalspacing		17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	16.5	16.5
λ_F/λ_0		1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	0.99	0.99

(b) wave nodal position and relationship between λ_F and axial length in 10 GHz

wave nodal position	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7	L_8	L_9	L_{10}	L_{11}	L_{12}
	211.0	226.0	241.5	256.5	271.5	287.0	302.0	317.5	332.5	348.0	363.0	378.0
wave nodalspacing		15.0	15.5	15.0	15.0	15.5	15.0	15.5	15.0	15.5	15.0	15.0
λ_F/λ_0		1.00	1.03	1.00	1.00	1.03	1.00	1.03	1.00	1.03	1.00	1.00

从表2中可以看出，在9 GHz 和10 GHz 时焦斑附近轴向上的波长 λ_F 均有所延长，但最多仅延长了3%，此外还分别测量了9.5 GHz,10.5 GHz 和11 GHz 时轴向上的 λ_F，发现其焦斑处的波长延长量也仅在0~3%之间，与文献[2]中能延长5%~10%的结论有所差距，并且波长自焦斑处向远离透镜方向递减的现象不是很明显。考虑到步长对测量结果的影响，适当减小步长可以提高精确度，但操作复杂度将增大，此时可只对波节附近的 S_{21}值进行记录，对应 S_{21}极小值时探针位置即为波节点。



(a) shape of standing wave in 9 GHz

(b) shape of standing wave in 10 GHz

Fig.6 Shape of standing wave in different frequencies
图 6 不同频点对应的驻波波形

5 结果分析

对于2个方案的测试结果，分析原因后发现，测试中所使用的透镜天线口径直径分别为 A_1=300 mm，A_2=200 mm，焦距均为 f_2=300 mm，因此根据式(1)算得焦点处 λ_F/λ_0分别为1.066 7和1.028 6，也就是说对于2个方案中所用的天线其焦斑附近波

长的最大理论延长量分别为6.67%和2.86%，这就解释了方案2中 λ_F 的测量结果与参考文献[2]中结论有所出入，因为参考文献[2]中正是取口径 A 与焦距 f 相等的透镜进行分析，而方案2所用天线不满足该条件。因此，设计点聚焦透镜天线时要考虑参数 A 及 f，使其在焦斑附近的波长变化量对测试结果没有太大影响。

通过现有2种点聚焦透镜天线进行实验，虽然其焦斑附近波长增量未达到5%~10%，但也能发现会聚在焦斑附近的电磁波波长确实比自由空间中的波长有所延长。

焦斑附近的波长延长是很重要的理论，例如在使用点聚焦透镜天线通过自由空间法进行复介电常数测试时，如果这种延长在5%以上，那么就必须考虑它对测试结果的影响。

6 误差分析

本实验已经尽可能地减小了各种误差，特别是滑动探针和短路板时采用光栅尺精确测得其滑动的距离。但是，要测出5%以下的波长变化，对测试精确度要求很高，文中的测试系统仍然存在误差，为此给出以下误差源并做出分析。

1) 探针的引入会造成驻波畸变和扭曲[8]，波形在波峰处发生变化，但在驻波节点并未改变，并且波节点场强变化比较尖锐，探针在波节点时对场分布影响也小，因此测试需选在波节点进行。另外探针应尽可能放在天线轴线上。这样可以减小测量误差，容易精确测定波节的位置，并能测得波长的最大延长量。

2) 方案2在绘驻波波形时直接将各离散点连接起来，测试精确度受所取步长的影响，步长越小，精确度越高。本文采用0.5 mm为步长是考虑到测试的可操作性，但从表2中看出，由于步长取得还不够小，导致比值 λ_F/λ_0 出现了很多重复的值，这也使得波长自焦斑处向远离透镜方向递减的现象不明显，这一项是最大的误差来源；另一方面，要在点数不变的情况下提高精确度，就得选取合理的拟合公式，充分利用数据偶然误差分布的特点，使拟合曲线从它们中间通过，对偶然误差做平滑处理。

3) 金属短路板以及透镜口径面的垂直度对驻波分布有很大影响，若短路板或口径面不垂直于轴线，则反射波将偏离轴线，造成叠加后的混合波发生畸变，因此测量时需采用水平尺来调整短路板和口径面。另外，由于电磁波在焦点汇聚后再次向远处辐射，入射到短路板上的电磁波实际并不严格垂直于短路板，反射波会稍微偏离轴线，造成混合波畸变。

4) 测试系统确定焦平面位置引入的误差。由于在测量焦距时存在误差，导致实际焦点与测得的焦点不一定重合，例如表1中在距焦点+λ_0而不是焦点处相对延长量最大，这说明该透镜实际焦点比测得的焦点要靠外，因此要结合仿真与实测进一步确定焦点的精确位置。

5) 散射参数的不确定度和矢量网络分析仪的频率分辨率及其不稳定性带来的误差。该项误差可以通过查阅相关仪器的使用手册来减小，不过其引入的误差相对较小，一般可忽略。

7 结论

本文采用驻波法，并用2种方案测量了点聚焦透镜天线波长，虽然测试结果与文献[2]中的分析结果有所差距，但也能看出焦斑附近轴向上波长有一定的延长，且波长延长的现象不只发生在轴向上焦斑向外的区域，靠近透镜区域的波长也有一定的延长，并且随离焦点距离的增加而向 λ_0 减小。下一步工作是分析方案1中远离焦点两侧测得的 λ_F 小于自由空间中波长的原因，并考虑加工口径和焦距比更大的透镜天线，由 λ_F 表达式可知 a/f 越大，则波长增量越大；同时采用方案2时，进一步减小步长再次进行测量，那么可以预见其波长延长现象会更加明显。

参考文献：

[1] 马平,何昌伟,刘述章. 点聚焦透镜天线分辨率的分析与测量[J]. 微波学报, 2004,20(3):74-76. (MA Ping,HE Chang-wei,LIU Shu-zhang. Analysis and measurement of spot focusing lens antenna resolution[J]. Journal of Microwaves, 2004,20(3):74-76.)

[2] JRICH MUSIL,FRANTISEK ZACEK. Microwave Measurements of Complex Permittivity by Free Space Methods and Their Applications[M]. New York:Elsevier, 1986:32-60.

[3] MUSIL J. Properties of antennas focused in the Fresnel zone[J]. Czechoslovak Journal of Physics, 1967,17(10):874-888.

[4] 王培章,张颖松. 微波技术实验[M]. 北京:人民邮电出版社, 2010. (WANG Pei-zhang,ZHANG Ying-song. Microwave Technology Experiment[M]. Beijing:Posts and Telecom Press, 2010.)

[5] 戴晴,黄纪军,莫锦军. 现代微波与天线测量技术[M]. 北京:电子工业出版社, 2008. (DAI Qing,HUANG Ji-jun,Mo Jin-jun. Modern Microwave and Antenna Measurement Technique[M]. Beijing:Publishing House of Electronics Industry, 2008.)

[6] 周清一. 微波测量技术[M]. 北京:国防工业出版社, 1964. (ZHOU Qing-yi. Microwave Measurement Technique[M]. Beijing:National Defence Industry Press, 1964.)
[7] 董树义. 近代微波测量技术[M]. 北京:电子工业出版社, 1995. (DONG Shu-yi. Modern Microwave Measurement Technique[M]. Beijing:Publishing House of Electronics Industry, 1995.)
[8] 朱汉清,吴正德. 测量线中探针加载对驻波图形的影响[J]. 微波学报, 1994(4):46-50.(ZHU Han-qing,WU Zheng-de. The influence of probe to standing wave pattern in a waveguide measuring-line[J]. Journal of Microwaves, serial, 1994(4):46-50.)

作者简介:

张云鹏(1990–),男,云南省玉溪市人,在读硕士研究生,研究方向为微波测量理论与技术.email:zyp_ee@163.com.

王　娟(1986–),女,山东省泰安市人,在读硕士研究生,研究方向为微波测量理论与技术.

李　恩(1974–),男,四川省安岳县人,博士,教授,博士生导师,主要从事电磁场与微波技术、微波测量、微波电路、微波遥感理论及应用等方面的研究工作.

张　毅(1981–),男,重庆市铜梁县人,中国电子科技集团公司第二十九研究所质量部.

郑　虎(1979–),男,博士,副教授,研究方向为电磁逆散射成像、微波医疗成像、无相位成像、天线罩成像等.