

文章编号: 2095-4980(2017)06-0978-06

全相位 FFT 在 SFAP 抗干扰算法中的应用

王 帅¹, 代长勇², 常 青¹

(1.北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191; 2.中国航天科技集团公司 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076)

摘 要: 介绍了一阶空频自适应处理(SFAP)算法的实现方式, 指出 SFAP 中截断 FFT 操作会造成频谱泄露, 分析了频谱泄露对 SFAP 算法抗干扰性能的影响。本文中采用加窗处理抑制频谱泄露, 并提出将全相位 FFT(apFFT)应用到 SFAP 算法, 对加窗处理后的 SFAP 抗干扰性能进行了仿真研究。仿真结果表明, 截断 FFT 会造成频谱泄露, 加入不同的窗函数能够有效抑制截断 FFT 造成的频谱泄露, 从而不同程度地提升输出信干比(SIR)。相比传统的窗函数, 全相位窗能够更好地抑制频谱泄露, 更大程度地提升 SFAP 处理后的 SIR。

关键词: 空频自适应处理; 频谱泄露; 全相位 FFT

中图分类号: TN911.72

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA201706.0978

Application of all-phase FFT in SFAP algorithm with anti-jamming

WANG Shuai¹, DAI Changyong², CHANG Qing¹

(1.School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2.Beijing Institute of Aerospace Systems Engineering, China Aerospace Science and Technology Corp, Beijing 100076, China)

Abstract: The realization of the first order Space-Frequency Adaptive Processing(SFAP) algorithm is proposed and the spectrum leakage is caused by the truncated FFT operation in SFAP. The effect of spectrum leakage on the anti-jamming performance of SFAP algorithm is analyzed. Adding window is adopted to suppress the spectrum leakage and the all-phase FFT(apFFT) is applied to the SFAP algorithm. The anti-jamming performance of windowed SFAP algorithm is simulated and studied. The simulation results show that spectrum leakage would be caused by the truncated FFT and it can be effectively suppressed by the addition of different window functions so that the output Signal to Interference Ratio(SIR) can be improved to different degrees. Compared to the traditional window function, the spectrum leakage can be better suppressed by the all-phase window function and a greater improvement in the output SIR can be obtained.

Keywords: Space-Frequency Adaptive Processing(SFAP); spectrum leakage; all-phase FFT

随着卫星导航系统的蓬勃发展, 其在军事、民用等各行各业的实用价值得到了充分的体现。但是导航系统非常脆弱, 导航信号到达地面后, 功率大约只有 -160 dBW, 极易受到自然或者人为信号的干扰。所以, 导航接收机都应有相应的抗干扰方法, 使其具有一定的抗干扰能力。目前, 自适应阵列抗干扰技术是最有效的干扰抑制技术之一^[1]。自适应阵列抗干扰技术依据实现方式的不同, 可以分为空域自适应处理、空时自适应处理(Space Time Adaptive Processing, STAP)和空频自适应处理(SFAP)。空域自适应抗干扰技术就是天线阵列通过相应的算法, 自适应调节各个阵元的权值, 从而改变阵列的方向图形状, 使天线波束指向期望信号的来向, 同时, 使零点对准干扰信号的来向, 达到抑制干扰的目的。但是空域自适应滤波技术的自由度严格受到阵元个数的限制, 对于 M 阵元的阵列, 其理论最大抗干扰个数为 $M-1$ 。空时自适应抗干扰技术是空域抗干扰技术的拓展, 最早由 Frost 提出^[2], 他在每个阵元后加入 N 节延迟单元, 从而增加了抗干扰的自由度, 能改善复杂干扰以及多径干扰的处理效果, 但是同时也引入巨大的计算量, 增加了实时处理的难度。随后, 有学者提出在频域进行自适应滤波, 提出了空频自适应抗干扰技术。1988 年, Compton 通过理论计算得出, 在不考虑频谱泄露情况下, 全阶 SFAP 和 STAP 是等效的^[3]。1995 年, Godara 给出了一种次优的 SFAP: 一阶 SFAP, 其实现简单, 运

算量相比 STAP 大为减少，成为 SFAP 算法研究的主流^[4]。在此基础上，研究人员开始关注频谱泄露对 SFAP 抗干扰性能的影响。Fante 和 Vaccaro 在 1998 年首次在 SFAP 中加入 Blackman 窗，得出加窗预处理能抑制频谱泄露，提升 SFAP 抗干扰性能的结论^[5]。随后 Gupta 和 Moore 在 SFAP 中引入一些传统窗函数，得出类似结论^[6]。国内对 SFAP 的研究相对较少^[7-8]，关于频谱泄露对 SFAP 的影响，更是鲜有提及。全相位数字信号处理最早是在王兆华教授的研究工作上发展起来的，是最大重叠比例 $(N-1)/N$ 的信号处理方法，它考虑了对某个输入样本的所有长度为 N 的分段情况，所以全相位 FFT(apFFT)谱在很大程度上得到了改善，相比于传统加窗方法，apFFT 频谱泄露更小，更干净，且具有相位不变性^[9]。本文深入研究了加窗对频谱泄露的抑制效果和对 SFAP 抗干扰性能的提升作用，提出了将全相位窗应用在 SFAP 抗干扰算法上，并与传统的加窗处理进行了比较。

1 空频自适应算法原理

1.1 空频自适应处理结构

空频自适应抗干扰算法的中频实现流程可以分为以下几部分：数据缓存、加窗、FFT、自适应权值计算与滤波、IFFT 等。图 1 是空频自适应处理的流程图。

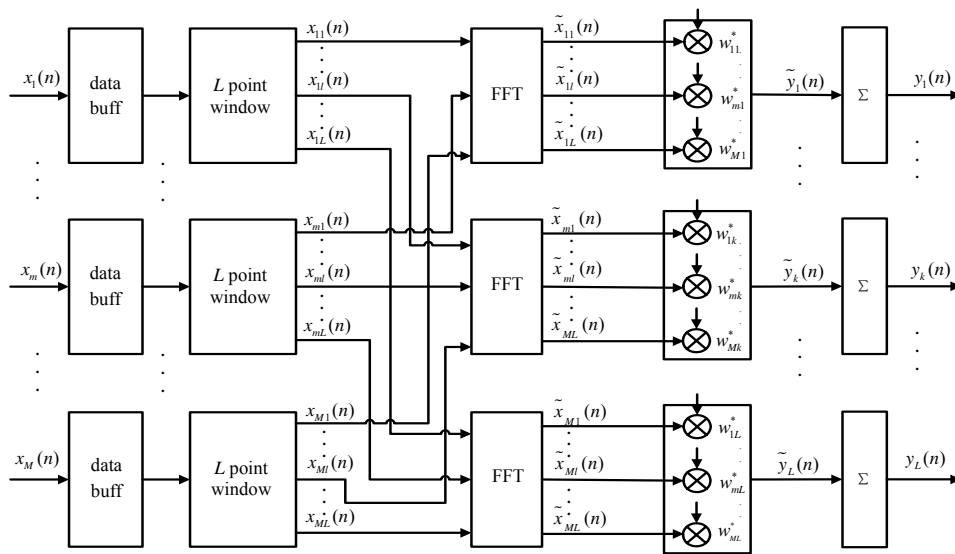


Fig.1 Flow diagram of SFAP
图 1 空频自适应处理流程图

依据图 1 所示，设天线阵列阵元数为 M ， L 点的窗函数为 h_l ，当数据缓存区缓存的中频数据到达 L 点时，将各个阵元后的缓存数据经过加窗预处理，这时，任意 m 阵元后的 L 点信号可以表示为：

$$\mathbf{X}_m = [x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{ml}, \dots, x_{mL}] \tag{1}$$

对每个阵元后的 L 点数据进行 FFT 变换，得到频域数据如下：

$$\tilde{\mathbf{X}}_m = [\tilde{x}_{m1}, \tilde{x}_{m2}, \dots, \tilde{x}_{mk}, \dots, \tilde{x}_{mL}] \tag{2}$$

其中， $1 \leq m \leq M, 1 \leq l \leq L$ 。则经过傅里叶变换后，每个阵元后的信号被分成 L 个频带，设当前是第 n 个数据块，则对应任意 m 阵元的第 k 个子带来说，其可以表示为：

$$\tilde{x}_{mk}(n) = \sum_{l=1}^L h_l x_{ml}(n) e^{-j\frac{2\pi}{L}(l-1)(k-1)}, m=1,2,\dots,M, k=1,2,\dots,L \tag{3}$$

空频自适应滤波算法就是将宽带信号划分成不同子带，然后对每个子带单独进行滤波权值计算和抗干扰处理，所以将同一子频带数据放在一起组成一个数据处理子单元，则第 k 个子频带的数据处理子单元可表示为：

$$\tilde{\mathbf{X}}_k = [\tilde{x}_{1k}, \tilde{x}_{2k}, \dots, \tilde{x}_{mk}, \dots, \tilde{x}_{Mk}]^T \tag{4}$$

式中上标 T 表示矩阵转置。

以上整理了空频自适应处理流程中关键节点的信号模型，在上述信号模型中，任意一个阵元 m 后的缓存信号经 L 点 FFT 后将信号划分成 L 个子频带，然后将各个阵元同一子频带的的数据统一在一起，构成一个数据处理子单元，整个空频处理系统就会有 L 个这样的数据处理子单元，从而将宽带信号划分成了一个窄带信号，空频自适应处理就是要在各个子频带内分别进行窄带滤波，从而提升抗干扰性能^[10]。

1.2 功率倒置算法

功率倒置算法是基于线性约束最小方差(Linearly Constrained Minimum Variance, LCMV)准则建立的,也就是将自适应阵列的输出功率最小作为最佳化准则。LCMV 准则的数学表达式如下:

$$\begin{cases} \min_w P_{\text{out}} = E\{|y(n)|^2\} \\ \mathbf{W}^H \mathbf{S} = \text{常数} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $E\{|\bullet|^2\}$ 表示求取均方值; \mathbf{W} 是待求的权矢量; 上标 H 表示矩阵的共轭转置; \mathbf{S} 是约束矢量, 在抗干扰算法中, \mathbf{S} 指的是期望信号的导向矢量。

$$y(n) = \mathbf{W}^H \mathbf{X} \quad (6)$$

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{X}^H \mathbf{X}] \quad (7)$$

为了避免因使用输出功率最小原则而导致计算出的权矢量 $\mathbf{W} = \mathbf{0}$, 需要对权矢量 \mathbf{W} 进行约束, 因为在实际应用中, 很难知道期望信号的来向, 所以 \mathbf{S} 也就难以求得, 所以一般将 \mathbf{S} 设置为 $\mathbf{S} = [1, 0, \dots, 0]^T$, 并不失一般性, 设 $\mathbf{W}^H \mathbf{S} = 1$ 。该约束条件可以理解为保持通道 1 接收到的数据为单位增益^[7-8]。

对式(5)构造拉格朗日函数, 可以表示如下:

$$L(\mathbf{W}) = \mathbf{W}^H \mathbf{R} \mathbf{W} + \lambda(\mathbf{W}^H \mathbf{S} - 1) \quad (8)$$

对式(8)求导:

$$\nabla_{\mathbf{W}} L(\mathbf{W}) = 0 \quad (9)$$

对式(9)求解可得自适应权矢量 \mathbf{W} :

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{S}}{\mathbf{S}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{S}} \quad (10)$$

将 LCMV 算法用于 SFAP 中, 对每个子频带进行自适应滤波。输出信干比 SIR 的计算公式如式(11), 其中 \mathbf{S}_s 和 \mathbf{I} 分别是抗干扰之前的期望信号和干扰信号:

$$\text{SIR} = \mathbf{W}_{\text{opt}}^H \mathbf{S}_s / \mathbf{W}_{\text{opt}}^H \mathbf{I} \quad (11)$$

使用 N 个数据块的均值块来估计第 k 个子频带的协方差矩阵, 则第 k 个子频带的协方差矩阵 \mathbf{R}_k 可表示为:

$$\mathbf{R}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \hat{\mathbf{X}}_k \hat{\mathbf{X}}_k^H \quad (12)$$

将 \mathbf{R}_k 代入式(10)中, 即可求出第 k 个子频带所对应的权值系数 \mathbf{W}_k 。那么在频域内对第 k 个子频带的结果可以表示为如下:

$$\tilde{y}_k = \mathbf{W}_k^H \hat{\mathbf{X}}_k \quad (13)$$

则对全部 L 个频带处理后, 可得:

$$\tilde{\mathbf{Y}} = [\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_k, \dots, \tilde{y}_L] \quad (14)$$

对式(13)进行逆傅里叶变换, 就可得到 SFAP 处理后的数据:

$$y_l(n) = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \tilde{y}_k(n) e^{j \frac{2\pi}{N} (l-1)(k-1)} \quad (15)$$

2 全相位数据预处理

空频自适应处理过程需要对序列进行 FFT 运算, 对长序列进行截断 FFT 操作会产生频谱泄露。可以采用对数据预先加窗的方式来抑制频谱泄露。本节首先介绍几种传统的窗函数, 然后介绍全相位窗。

2.1 传统窗函数

传统窗函数主要有 Rectangle 窗、Hamming 窗、Hanning 窗、Blackman 窗等, 其中 Rectangle 窗就是对序列进行直接截断操作, 不同的窗函数具有不同的特性。窗函数的选择原则主要包括两方面: 一是主瓣应尽量窄, 使能量尽可能集中在主瓣内, 从而在谱分析时能够获得较高的频率分辨率; 二是窗谱的旁瓣衰减要尽量快。

几种传统窗(Hamming 窗、Hanning 窗和 Blackman 窗)函数的数学表达式分别如式(16)、式(17)和式(18):

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right), 0 \leq n \leq N-1 \quad (16)$$

$$w(n) = 0.5 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right), 0 \leq n \leq N-1 \tag{17}$$

$$w(n) = 0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right), 0 \leq n \leq N-1 \tag{18}$$

以上几种传统窗函数中，Hamming 窗和 Hanning 窗的主瓣都很窄，Hamming 窗的旁瓣衰减很慢，Hanning 窗衰减快于 Hamming 窗，Blackman 窗的主瓣宽于以上两者，但是其旁瓣低，且衰减是三者中最快的。

2.2 全相位窗函数

apFFT 是一种改进的 FFT 谱分析，是对经典 DFT 理论的继承和发展。谱泄露的产生源于在做 FFT 运算时隐含了对数据的结算操作，截断会破坏数据的连续性，反映在频谱上就是频谱泄露。传统的窗函数一定程度上能够使旁瓣泄露范围缩小，但是抑制的范围不够大。而经全相位数据预处理后，能够大范围地缩小旁瓣泄露，且波形失真也得到改善。

全相位数据预处理是一种将输入为 $2N-1$ 长的序列 $\mathbf{X} = [x(n+N-1), \dots, x(n), \dots, x(n-N+1)]^T$ 变换到 N 点长的序列 $\mathbf{Y} = [y(0), y(1), \dots, y(N-1)]^T$ 的方法，其中，序列 \mathbf{Y} 可看成用卷积窗 w_c 对序列 \mathbf{X} 进行数据加权后，将左边各数据向右平移 N 个延迟单元，再与位置重叠的另一部分数据相加而成。在预处理过程中，实际上对包含输入样点 X 的所有长度为 N 的分段情况全部进行了考虑^[11]。设输入数据为长度 $2N-1$ 的序列 $\mathbf{X} = [x(n+N-1), \dots, x(n), \dots, x(n-N+1)]^T$ ，全相位窗为 w_c ，最终的输出序列为长度为 N 的 $\mathbf{Y} = [y(0), y(1), \dots, y(N-1)]^T$ ，则全相位数据预处理的流程如图 2 所示。其中，卷积窗 w_c 是由前窗序列 $f(n)$ 和翻转的后窗序列 $b(n)$ 卷积而成， $f(n)$ 和 $b(n)$ 都是长度为 N 的一般窗函数，那么全相位窗系数 w_c 的数学表达式为：

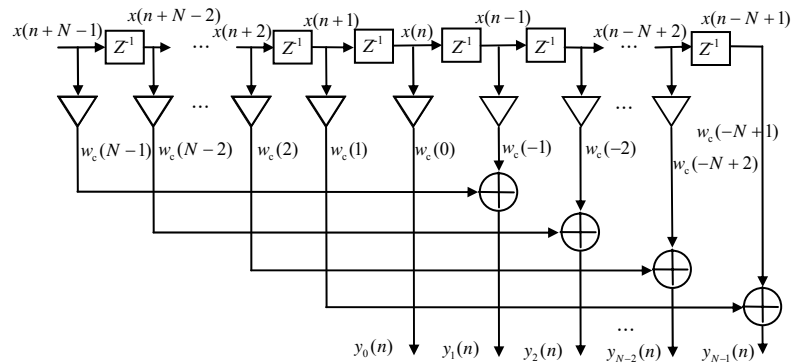


Fig.2 Flow diagram of all-phase data processing
图 2 全相位数据预处理流程图

$$w_c(n) = f(n) * b(n) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{N-1-n} b_k f_{k+n}, & n \in [0, N-1] \\ \sum_{k=-n}^{N-1} b_k f_{k+n}, & n \in [0, N-1] \\ 0, & n \in \text{others} \end{cases} \tag{19}$$

为使输入序列和输出序列的幅值不出现偏离，在实际数据处理中，需对卷积窗 w_c 进行归一化，可选用卷积窗中心元素 $w_c(0)$ 作为归一化因子 C ，即

$$C = w_c(0) = \sum_{m=0}^{N-1} b_m f_m \tag{20}$$

3 仿真实验

本节针对上文提出的一些算法进行仿真实验验证。仿真中，采用四阵元 Y 型天线阵，阵元的间隔半径为射频信号波长的一半。导航卫星信号设置为北斗 B1 信号，其码速率为 2.046 MHz，期望信号来向为 $(0^\circ, 0^\circ)$ ，其中 (φ, θ) 分别指的是入射信号的俯仰角和方位角。中频频率为 40.098 MHz，采样频率为 124 MHz。信号中存在一个点频干扰，信干比 SIR 为 -80 dB，干扰频率为 41 MHz，干扰来向为 $(60^\circ, 30^\circ)$ ，信噪比 SNR 为 -14 dB。SFAP 算法的 FFT 点数设置为 1 024 点，数据块的个数 N 设为 20。

首先，对缓存数据使用矩形窗进行预处理，预处理后的数据频谱图如图 3 所示，利用 SFAP 算法进行抗干扰处理后，信号的频谱图如图 4 所示，图 5 是经过抗干扰处理后的捕获效果图。

理想情况下，不存在频谱泄露，也就是点频干扰只会落到 41 MHz 所对应的频带内，其附近的频带都应该

和噪声处于同一幅度。但从图 3 可以看出，采用矩形窗对数据直接截断后进行 FFT 运算，会造成明显的频谱泄露现象，具体表现就是在干扰频带 41 MHz 的峰值周围也会存在一些次峰值，这表明干扰的频率已经泄露到其他频带了，因为空频自适应处理是对各个子频带进行滤波的，所以这会对其他频带的滤波产生影响，并且干扰强度越大，那么对周围频带的影响也就越大，甚至会占用其他子带的自由度。

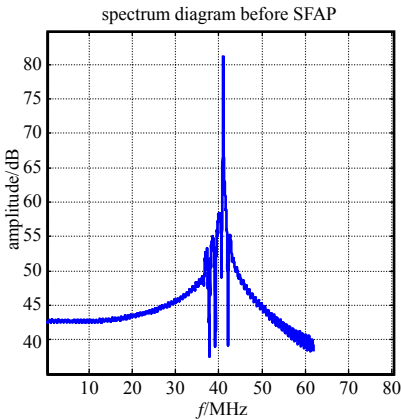


Fig.3 Spectrum diagram before SFAP (rectangle window)
图 3 SFAP 处理前信号频谱图(矩形窗)

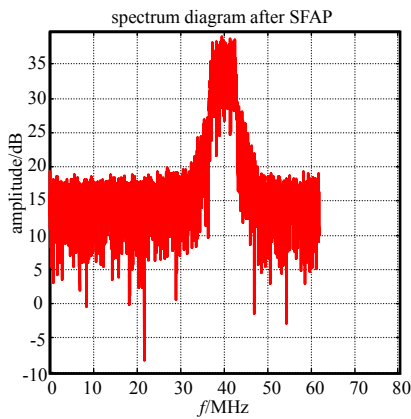


Fig.4 Spectrum diagram after SFAP
图 4 SFAP 处理后信号频谱图

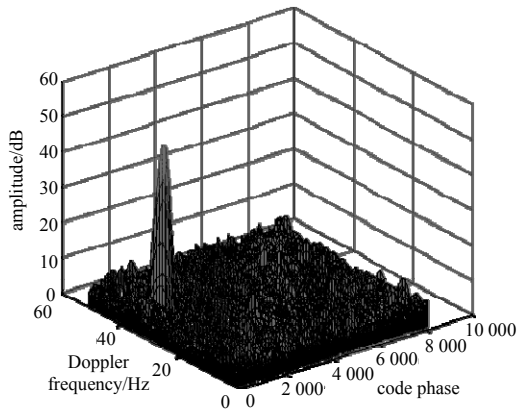


Fig.5 Diagram of acquisition after SFAP
图 5 SFAP 处理后捕获效果图

针对 SFAP 算法中截断数据 FFT 造成频谱泄露，可以采用加窗的方式进行泄露抑制，本文分别采用了传统的 Hamming 窗、Hanning 窗、Blackman 窗以及上节所介绍的全相位窗对数据进行预处理，其中 FFT 点数依旧设为 1 024 点，全相位窗系数 w_c 由两部分窗函数组成，前窗 $f(n)$ 设置成 Hanning 窗，后窗 $b(n)$ 设置为矩形窗，图 6 是数据经上述 4 个窗函数处理后信号的频谱图。

由图 6 和图 7 之间的对比可得，干扰信号的主峰集中在 41 MHz，不同的窗函数对频谱泄露的抑制能力不同，图 7 很好地证明了不同的窗函数之间抑制频谱泄露的性能。图 7 中，Hamming 窗抑制频谱泄露的效果不明显，干扰频带的主峰较宽，且在干扰频带周围有明显的次峰，这些次峰峰值基本都大于 40 dB，说明由主峰泄露的能量较大，散布于其他频点，造成次峰值大于 40 dB。而经 apFFT 窗处理后的干扰频带主峰最窄，且在干扰频带周围没有明显的次峰，且次峰值都低于 40 dB，所以其抑制频谱泄露效果最好，Blackman 窗和 Hanning 窗介于 Hamming 窗和 apFFT 窗之间。

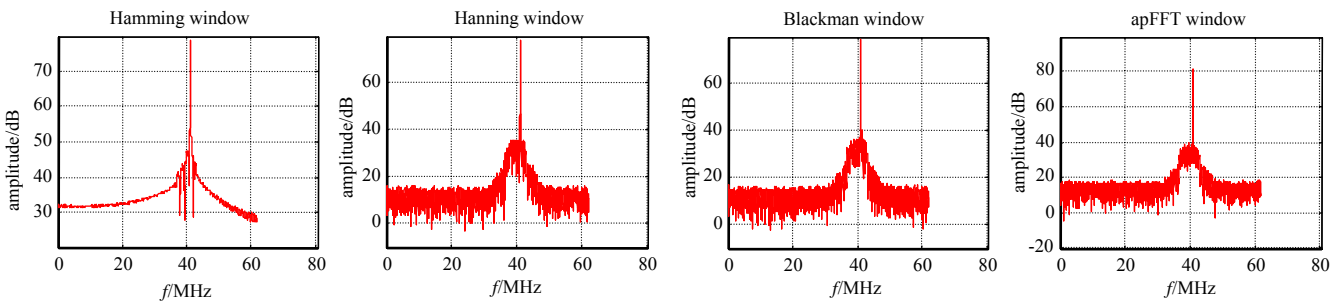


Fig.6 Spectrum diagrams using different windows before SFAP
图 6 SFAP 处理前不同窗函数预处理信号频谱图

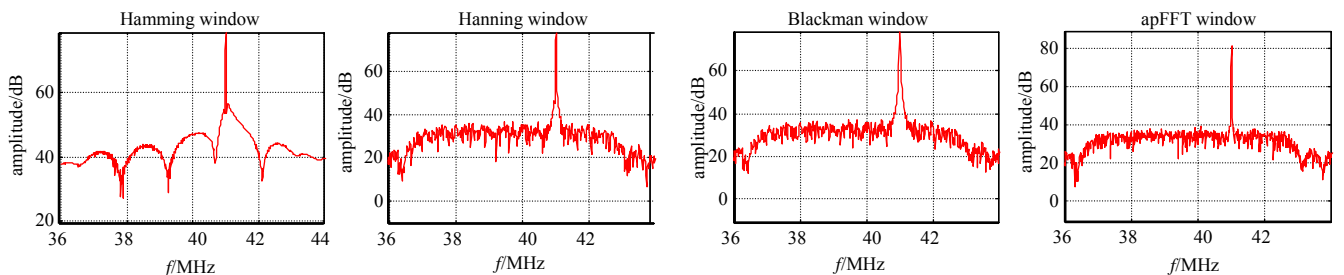


Fig.7 Local magnification of spectrum diagrams using different windows before SFAP
图 7 SFAP 处理前不同窗函数预处理信号频谱局部放大图

对经过上述窗函数处理的数据进行 SFAP 算法处理，并根据式(11)计算输出信干比 SIR。为减小随机性，重复上述方法 20 次，得到 20 个 SIR，求平均之后得到平均 SIR，整理成表 1。从表 1 可以看出，频谱泄露对输出

干信比 SIR 有影响, 频谱泄露越多, 则经 SFAP 算法抗干扰后, 输出 SIR 越低。通过加窗对数据进行预处理能够减弱频谱泄露对 SFAP 抗干扰性能的影响, 其中 apFFT 窗效果好, Hamming 窗最差, Hanning 窗和 Blackman 窗介于两者之间。

表 1 经不同窗函数处理后的输出信干比 SIR

| | rectangle window | Hamming window | Hanning window | Blackman window | apFFT window |
|--------|------------------|----------------|----------------|-----------------|--------------|
| SIR/dB | 4.093 | 4.342 | 5.755 | 7.046 | 9.003 |

4 结论

SFAP 算法因 FFT 的快捷性而大大减少了运算量, 但是截断 FFT 带来的频谱泄露问题也降低了输出信干比 SIR。采用加窗的方法能够抑制频谱泄露, 从而提升输出信干比 SIR。从仿真结果来看, 传统的 Blackman 窗抑制频谱泄露的能力要优于 Hanning 窗, Hamming 窗的处理效果略优于不加窗的效果, 本文提出的 apFFT 窗相比于传统的窗函数来说, 有更好的抑制频谱泄露的能力, 经 apFFT 窗预处理的数据经 SFAP 算法抗干扰后, 输出 SIR 更高。

参考文献:

- [1] MIETZNER J, SCHOBER R, LAMPE L, et al. Multiple-antenna techniques for wireless communications – a comprehensive literature survey[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2009, 11(2):87–105.
- [2] FROST O L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing[J]. Proceedings of the IEEE, 1972, 60(8):926–935.
- [3] COMPTON R T. The relationship between tapped delay-line and FFT processing in adaptive arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1988, 36(1):15–26.
- [4] COOLEY J W, LEWIS P A W, WELCH P D. Application of the fast Fourier transform to computation of Fourier integrals, Fourier series, and convolution integrals[J]. IEEE Transactions on Audio & Electro Acoustics, 1967, 15(2):79–84.
- [5] FANTE R L, VACCARO J J. Wideband cancellation of interference in a GPS receive array[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2000, 36(2):549–564.
- [6] GUPTA I J, MOORE T D. Space-Frequency Adaptive Processing(SFAP) for RFI mitigation in spread spectrum receivers[C]// Antennas and Propagation Society International Symposium. Columbus, OH, USA: IEEE, 2003:172–175.
- [7] 陈耀辉, 刘鹏, 徐振兴, 等. 参考阵元可自适应调整的阵列天线抗干扰方法[J]. 导航与定位授时, 2016, 3(2):42–47. (CHEN Yaohui, LIU Peng, XU Zhenxing, et al. Anti-jamming method of array antenna with adaptive reference element[J]. Navigation Positioning & Timing, 2016, 3(2):42–47.)
- [8] 郭文飞, 郑建生, 张提升, 等. 一种抑制 GPS 射频干扰的空频自适应处理算法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2011, 36(11):1348–1352. (GUO Wenfei, ZHENG Jiansheng, ZHANG Tisheng, et al. A space-frequency adaptive processing algorithm for GPS radio frequency interference suppression[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36(11):1348–1352.)
- [9] 王兆华, AMIRI H. 用二维重叠数字滤波器再生亚 Nyquist 取样 PAL 信号[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 1983(1):47–64. (WANG Zhaohua, AMIRI H. The reconstruction of sub-Nyquist sampling PAL signal by two dimensional aliasing digital filter[J]. Journal of Tianjin University(Science and Technology), 1983(1):47–64.)
- [10] TISDALE N, KAZMIERSKI T J, BROOKS D. Bandwidth selective filter for the pre-excision of narrowband interference in broadband beamformers[J]. IET Communications, 2010, 4(2):201–212.
- [11] 黄翔东. 全相位数字信号处理[D]. 天津:天津大学, 2006. (HUANG Xiangdong. All-phase digital signal processing[D]. Tianjin, China: Tianjin University, 2006.)

作者简介:



王 帅(1990–), 男, 河北省邯郸市人, 在读硕士研究生, 主要研究方向为导航抗干扰技术. email:wangs@buaa.edu.cn.

代长勇(1985–), 男, 山东省济南市人, 硕士, 工程师, 主要研究方向为信息集成、指挥系统.

常 青(1962–), 男, 天津市人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为信息传输与处理、移动通信、卫星导航.