

文章编号：2095-4980(2018)01-0143-05

提取循环平稳信号特征频率的方法

文代琼^{1,2}, 刘增力¹

(1.昆明理工大学 信息工程与自动化学院, 云南 昆明 650504; 2.宜宾学院 物理与电子工程学院, 四川 宜宾 644000)

摘要：低阶循环统计量应用广泛, 取得了很好的研究成果, 但对噪声的抑制效果较差; 高阶循环统计量虽能完全抑制高斯噪声的影响, 能处理循环平稳、非线性、非高斯过程, 但计算量大; 循环自相关函数切片谱图能够提取出调制频率, 但在较大噪声干扰时效果不明显。为在更低信噪比情况下, 采用更快速方法提取出循环平稳信号的特征频率, 采用循环双谱的载波频率切片谱提取所需频率。通过Matlab仿真和实验对比研究, 发现在信噪比为-15 dB时, 循环双谱的载波频率切片谱能直观表达出分析结果。

关键词：循环双谱; 载波频率; 切片谱; 循环平稳信号

中图分类号: TN911

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA201801.0143

Methods for extracting characteristics frequency of cycle stationary signal

WEN Daiqiong^{1,2}, LIU Zengli¹

(1. Institute of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming Yunnan 650504, China;

2. Institute of Physics and Electronic Engineering, Yibin University, Yibin Sichuan 644000, China)

Abstract: The low order cyclic statistics is widely applied with good results, but it has poor effect of noise suppression. The high-order cyclic statistics can suppress Gaussian noise, handle the cyclostationary, nonlinear and non-Gaussian process, but it has very large amount of calculation. Cyclic autocorrelation slice function can extract modulation frequency from the spectrum, but the effect is not obvious under large noise interference. In order to extract the characteristic frequency of cyclostationary signal in a lower Signal-to-Noise Ratio(SNR) and a more rapid calculation speed, carrier frequency slice spectrum of cyclic bispectrum method is adopted to extract the required frequencies. After simulation in Matlab and experimental research, it is found that the carrier frequency slice spectrum of cyclic bispectrum can still be expressed intuitively when the SNR is -15 dB.

Keywords: cyclic bispectrum; carrier frequency; slice spectrum; cycle stationary signal

循环平稳信号即统计量随时间按周期或多周期规律变化^[1], 具有季节性规律变化的自然界信号都是典型的循环平稳信号, 在机械、雷达、通信中, 也存在着周期平稳性的非平稳信号, 此类信号的均值或自相关函数随时间会产生变化^[2-5]。目前对循环平稳信号的分析处理多采用循环自相关函数的切片分析法及循环双谱分析法, 本文采用循环双谱的载波频率切片法, 能方便直观地表达分析结果。

1 循环平稳信号的循环双谱分析

高阶循环累计量谱中三阶循环累积量谱(循环双谱)的阶次最低, 计算量相对简单, 应用比较广泛。它具有高阶循环统计量的所有优点, 能分析循环平稳特征, 抑制信号的高斯噪声^[6-9]。

信号 $x(t)$ 的 k 阶循环矩 $M_k^\alpha(t)$ 可以表示为:

$$M_k^\alpha(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1}) = \left\langle x(t) x(t+\tau_1) \cdots x(t+\tau_{k-1}) e^{-j2\pi\alpha t} \right\rangle_t \quad (1)$$

式中: $\langle \cdot \rangle_t$ 为时间平均算子; $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1}$ 为时间滞后常量; α 为信号 $x(t)$ 的循环频率。

信号的高阶循环平稳性是基于循环矩来判断的，如果存在一个不为零的循环频率，使 $M_k^\alpha(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1}) \neq 0$ ，则该信号具有循环平稳性。

信号的高阶循环累积量可通过信号的高阶循环矩得到：

$$C_k^\alpha(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1}) = \sum_{U_p^q: I_p=I} \{(-1)^q (q-1)! \sum_{\alpha_1+\dots+\alpha_q} \prod_{p=1}^q M_{n_p}^{\alpha_q}(\tau_{I_p})\} \quad (2)$$

式中： $\sum_{U_p^q: I_p=I}$ 表示在符号集 $I=\{1, 2, \dots, k\}$ 的所有无交连非空集合分割 $\alpha(1 \leq p \leq k)$ 的求和； α 代表在滞后集

$\prod_{p=1}^q n_p$ 内的纯 k 阶正弦波的频率； $n_p = |I_p|$ 代表分割 I_p 中的元素个数； τ_{I_p} 是 τ 中具有分割 I_p 内各指数符的滞后常量^[10-11]。

循环累积量谱 $S_k^\alpha(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ 由高阶循环累积量 $C_k^\alpha(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1})$ 的 $(k-1)$ 维傅里叶变换得到^[6]，定义为：

$$S_k^\alpha(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{\tau_{k-1}=-\infty}^{\infty} C_k^\alpha(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1}) e^{-j \sum_{i=1}^{k-1} 2\pi f_i \tau_i} \quad (3)$$

由此得到循环双谱为：

$$S_3^\alpha(\omega_1, \omega_2) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{\infty} \sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty} C_2^\alpha(\tau_1, \tau_2) e^{-j(\tau_1 \omega_1 + \tau_2 \omega_2)} \quad (4)$$

这是三阶累积量的二维傅里叶变换，加上 α 即为含有 $\alpha, \omega_1, \omega_2$ 的四维函数，传统的方法很难表述清楚，由于双谱切片定义为相应累积量切片的一维傅里叶变换，本文将对角切片引入到循环双谱中，假定 ω_1, ω_2 为相同的自变量，这样循环双谱就变为含有 α, ω_1 的三维分布。提出循环双谱的载波频率(峰值频率)切片法，即在循环频率等于频谱图上峰值最大点所对应的频率处进行切片分析，得到二维谱图^[11]。

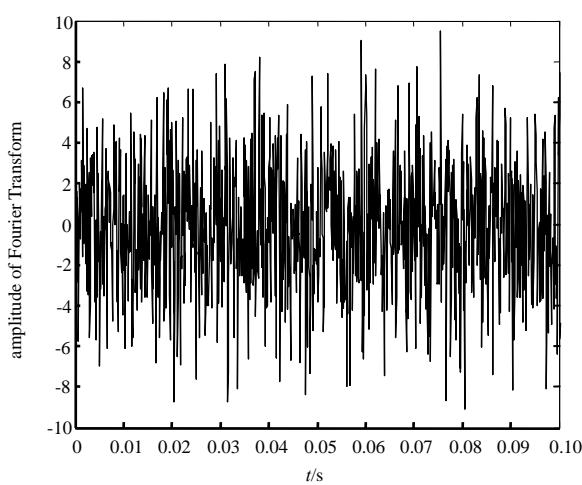
2 循环双谱峰值频率切片法的性能分析

在循环双谱对角切片的基础上尝试对循环双谱进行进一步简化——对循环双谱作载波频率切片谱分析，即在频谱图上峰值最大点所对应的频率处进行切片，来分析循环平稳信号^[7, 12-14]。用如下仿真信号来说明循环双谱载波频率切片分析方法能够提取有效频率信息。

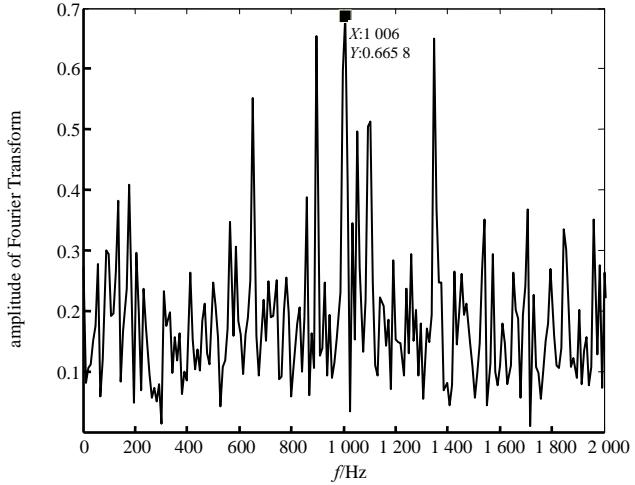
仿真信号 1：设调幅信号为

$$y(t) = A\{1 + B \cos(2\pi f_{m1}t) + C \cos(2\pi f_{m2}t)\} \cos(2\pi f_c t) + n(t) \quad (5)$$

其中取 $A=B=C=1$ ，调制频率 $f_{m1}=100$ Hz， $f_{m2}=350$ Hz，载波频率 $f_c=1$ kHz，采样频率 $f_s=10$ kHz，采样点 2 048， $n(t)$ 为高斯白噪声，当信噪比 $R_{SN}=-11$ dB 时，得到的循环双谱分析结果如图 1 所示。



(a) signal time domain waveform



(b) signal spectra

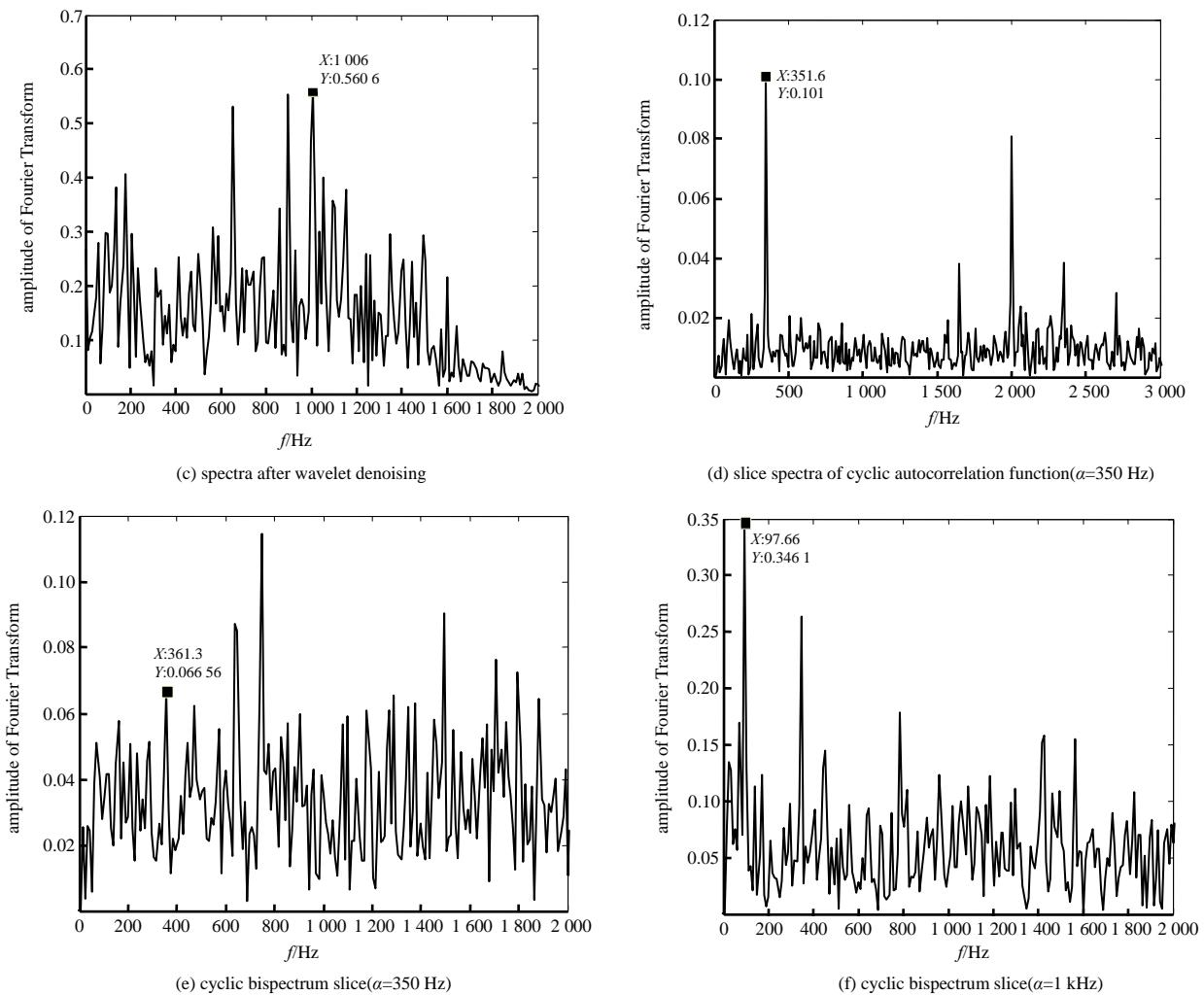


Fig.1 Simulation analysis of amplitude modulation signals(two modulation frequencies)

图1 调幅信号仿真分析(2个调制频率)

当信噪比等于-11 dB时,从图1(c)中小波去噪后的频谱图可以看出,对高频段的频率抑制很明显,但在低频段仍与图1(b)相差无几。 $\alpha=350$ Hz的循环自相关函数的切片谱能提取出调制频率,但不完整(当 $\alpha=100$ Hz时情况相同)。 $\alpha=350$ Hz的循环双谱切片上的频率成分比较复杂,已不能有效提取出调制频率(当 $\alpha=100$ Hz时情况相同)。只有在 $\alpha=1$ kHz的循环双谱载波频率切片谱,能够有效提取出2个调制频率,说明在调幅信号中存在较大噪声干扰时,载波频率切片谱更优于其他几种方法。

仿真信号2:设调幅信号为

$$y(t) = A\{1 + B \cos(2\pi f_m t)\} \cos(2\pi f_c t) + n(t) \quad (6)$$

其中取 $A=B=1$,调制频率 $f_m=40$ Hz,载波频率 $f_c=100$ Hz,采样频率 $f_s=1$ kHz,采样点2 048, $n(t)$ 为高斯白噪声,当信噪比 $R_{SN}=-15$ dB时,得到的循环双谱分析结果如图2所示。

当信噪比等于-14 dB时, $\alpha=40$ Hz得到的循环自相关函数切片上的频率成分比较复杂,虽能有效地提取出调制频率,但效果不明显。而 $\alpha=1$ kHz得到的循环双谱切片谱图能够提取出调制频率,且幅值明显。所以在调幅信号存在较大噪声干扰时,循环双谱载波频率切片分析效果优于循环自相关函数切片。

以上仿真实例说明,在噪声很大的情况下,无论波形还是频谱图想要确定调制频率均很困难,而从循环双谱载波频率切片谱图上能够得到所要的调制频率,效果较好。同时,采用切片法,把二维傅里叶变换变成一维傅里叶变换得到循环双谱。说明采用循环双谱的载波频率切片法分析简化了计算量,得到的谱图能够直观表达出分析结果。

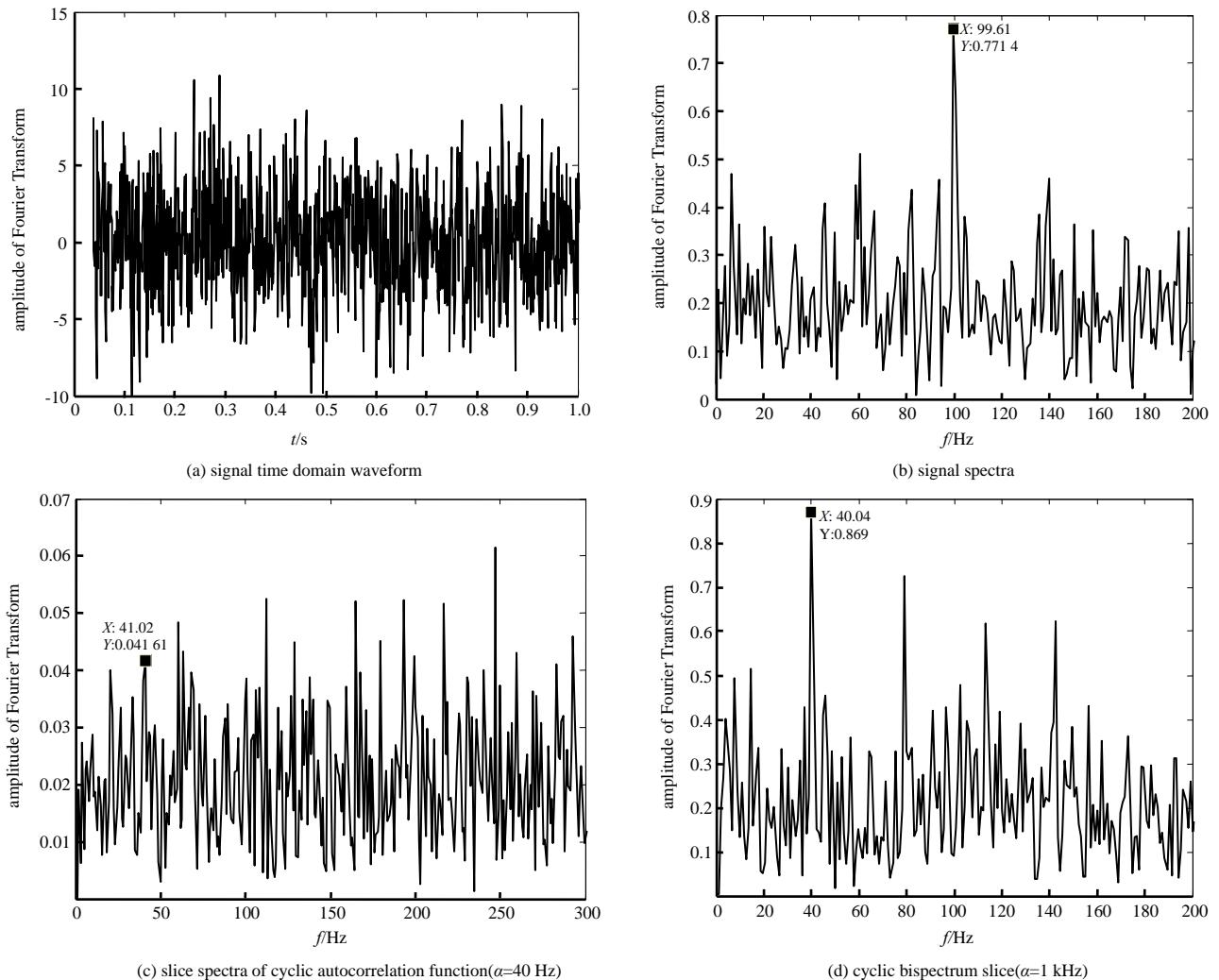


Fig.2 Simulation analysis of amplitude modulation signals(one modulation frequency)

图2 调幅信号的仿真分析(1个调制频率)

3 结论

针对分析循环平稳信号采用一阶、二阶统计量抑制噪声能力差，循环双谱计算量大，计算时间长等特点，本文利用循环双谱的载波频率切片谱，能有效提取出调制频率，效果甚好。通过对循环调幅信号的仿真分析得出如下结论：循环双谱的载波频率切片谱能够抑制白色的和有色的高斯噪声，在信噪比 $R_{SN}=-15$ dB 时，仍能清晰地提取出特征频率，优于一阶二阶统计量分析、循环自相关函数的切片分析和循环双谱的分析结果；采用切片法，减少了计算量，大大缩短了计算时间，更有利子适时处理；但在实际中，若信号中掺杂更多更复杂的噪声时，循环双谱载波频率切片法提取信号特征也不够理想；同时，虽然采用切片法，减少了计算量，但运用于工程实际中时，还需做进一步的研究。

参考文献：

- [1] 张贤达. 时间序列分析——高阶统计量方法[M]. 北京:清华大学出版社, 1996:1-9. (ZHANG Xianda. Time series analysis—high order statistic method[M]. Beijing:Tsinghua University Press, 1996:1-9.)
- [2] 姜鸣,陈进,秦恺. 时变调幅信号的循环平稳特征讨论和应用[J]. 上海交通大学学报, 2001,35(12):1798–1801. (JIANG Ming,CHEN Jin,QIN Kai. Performance for time-varying amplitude modulation signal using cyclostationary approach[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2001,35(12):1798–1801.)
- [3] 苏中元,贾民平,许云飞,等. 循环双谱及在周期平稳类故障中的应用[J]. 中国工程科学, 2006,8(9):57–60. (SU Zhongyuan, JIA Minping,XU Yunfei,et al. The cyclic bispectrum and its application to the analysis of the fault signal about cyclostationary[J]. Engineering Science, 2006,8(9):57–60.)

- [4] 贾民平,杨建文. 滚动轴承振动的周期平稳性分析及故障诊断[J]. 机械工程学报, 2007,43(1):144–146,151. (JIA Minping,YANG Jianwen. Cyclic-stationary analysis of bearing and fault diagnosis[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007,43(1):144–146,151.)
- [5] GARDNER W A,SPOONER C M. Higher order cyclostationarity and cyclic cumulants[R]. Inc., Yountville,CA. Army Research Office,Research Triangle Park,NC, 1990.
- [6] 陈进,姜鸣. 高阶循环统计量理论在机械故障诊断中的应用[J]. 振动工程学报, 2001,14(2):125–134. (CHEN Jin,JIANG Ming. The state-of-art of the application of the higher-order cyclostationary statistics in mechanical fault diagnosis[J]. Journal of Vibration Engineering, 2001,14(2):125–134.)
- [7] 沈虹,赵红东,梅检民,等. 基于角域四阶累积量切片谱的柴油机连杆轴承故障特征提取[J]. 振动与冲击, 2014,33(11):90–94. (SHEH Hong,ZHAO Hongdong,MEI Jianmin,et al. Fault feature extraction of connecting rod bearings of a diesel engine based on angle domain fourth-order cumulant slice spectrum[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014,33(11):90–94.)
- [8] 杨江天,陈家骥,曾子平. 基于高阶谱的旋转机械故障征兆提取[J]. 振动工程学报, 2001,14(1):13–18. (YANG Jiangtian, CHEN Jiaji,ZENG Ziping. Extracting fault features using higher order spectra for rotating machinery[J]. Journal of Vibration Engineering, 2001,14(1):13–18.)
- [9] GARDNER W A. The spectral correlation theory of cyclostationary[J]. Signal Processing Magazine, 1986,11(1):13–36.
- [10] 周宇,陈进,董广明,等. 基于循环双谱二次切片分析的滚动轴承故障诊断研究[J]. 振动与冲击, 2012,31(18):24–28. (ZHOU Yu,CHEN Jin,DONG Guangming,et al. Fault diagnosis of a rolling element bearing based on twice-slice of a cyclic bispectrum[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012,31(18):24–28.)
- [11] 周宇,陈进,董广明,等. 基于循环双谱的滚动轴承故障诊断[J]. 振动与冲击, 2012,31(9):78–81. (ZHOU Yu,CHEN Jin, DONG Guangming,et al. Fault diagnosis of rolling element bearing based on cyclic bispectrum[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012,31(9):78–81.)
- [12] 姜鸣,陈进. 循环自相关函数的解调性能分析[J]. 上海交通大学学报, 2002,36(6):799–802. (JIANG Ming,CHEN Jin. Demodulation analysis for cyclic autocorrelation function[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2002,36(6):799–802.)
- [13] 韩振南,王志坚. 循环自相关函数在风电齿轮箱试验台振动测试中的应用[J]. 机械设计与制造, 2012(10):71–73. (HAN Zhennan,WANG Zhijian. The application of cyclic autocorrelation function vibration test of wind power growth gearbox[J]. Machinery Design & Manufacture, 2012(10):71–73.)
- [14] 周昌福. 基于循环平稳信号处理的滚动轴承故障诊断方法研究[D]. 上海:上海交通大学, 2006. (ZHOU Changfu. Research on the fault diagnosis method of rolling element bearing based on cyclostationary signal processing[D]. Shanghai, China:Shanghai Jiaotong University, 2006.)

作者简介:



文代琼(1979–),女,四川省宜宾县人,在读硕士研究生,实验师,主要研究方向为信号与信息处理.email:wendq79@163.com.

刘增力(1966–),男,山东省乳山市人,教授,主要研究方向为水声信号处理.