

文章编号: 2095-4980(2019)03-0469-06

## 电压模式 Buck 变换器典型工作状态分析

孙方雅, 祝熙彤, 李泽宇, 徐红梅\*

(延边大学 工学院, 吉林 延吉 133002)

**摘要:** 电压控制型 Buck 变换器是典型的非线性电路系统。根据 DC-DC Buck 变换器的工作特性, 建立了研究其非线性现象的仿真模型, 分析了 Buck 变换器的分岔稳定性和混沌化特性, 揭示了以输入电压和电感作为分岔参数的混沌现象及系统输出特性; 从时域角度分析参考电压波形与输出电压波形交点的变化对变换器工作状态的影响, 在相图中得到系统由稳定到混沌的演化过程, 并验证了该模型的合理性和可行性。该研究方法也为其他模式 DC-DC 变换器的分岔与混沌现象提供理论和实验基础。

**关键词:** Buck 变换器; Matlab/Simulink; 分岔; 混沌

**中图分类号:** TN914.42

**文献标志码:** A

**doi:** 10.11805/TKYDA201903.0469

## Analysis of typical operating state of voltage mode Buck converter

SUN Fangya, ZHU Xitong, LI Zeyu, XU Hongmei\*

(Institute of Engineering, Yanbian University, Yanji Jilin 133002, China)

**Abstract:** The voltage-controlled Buck converter is a typical nonlinear circuit system. According to the working characteristics of the DC-DC Buck converter, a simulation model for studying its nonlinear phenomena is established. The bifurcation stability and chaos of the Buck converter are analyzed. The chaotic phenomenon and system output characteristics are revealed by taking input voltage and inductance as bifurcation parameters. The influence of the intersection point of reference voltage waveform and output voltage waveform on the operating state of the converter is analyzed from the perspective of time domain. The evolution process of the system from stability to chaos is obtained in the phase diagram. The rationality and feasibility of the model are verified. The research method also provides theoretical and experimental basis for the bifurcation and chaos of converters with other modes of DC-DC.

**Keywords:** Buck converter; Matlab/Simulink; bifurcation; chaos

DC-DC 变换器包含有丰富的非线性现象<sup>[1]</sup>, 即各种类型的分岔<sup>[2]</sup>和混沌<sup>[3]</sup>, 这些现象的存在直接影响变换器的稳定性和可靠性<sup>[4-5]</sup>, 可能导致实验时出现不明的噪声干扰、杂乱无章的系统输出等<sup>[6-7]</sup>。对分岔与混沌进行研究有助于分析电路参数对电路工作状态的影响<sup>[8-9]</sup>。由于 Buck 变换器工作模态的复杂性, 其分岔和混沌建模一直具有较大难度<sup>[10]</sup>。随着功率半导体器件性能的不断进步和电路集成的进一步发展, Buck 变换器逐渐向中大功率范围推进, 在需要单向降压且能量可以双向流动的场合具有应用价值, 如混合动力汽车系统、通信设备以及智能家居等。本文以电压控制型 Buck 变换器为例, 以电路中输入电压和电感为参数建立 Simulink 仿真模型, 得到工作状态时域波形图和相图, 使仿真结果更为直观, 并与理论分析及以往的研究结果相符, 该模型对其他 DC-DC 变换器建模及控制有一定的指导意义。

### 1 Buck 变换器基本原理

Buck 变换器的原理如图 1 所示, 电路由电源(电动势为  $E$ )、开关管  $S$ 、滤波电容  $C$ 、储能电感  $L$ 、二极管  $D$  及负载电阻  $R$  组成, 完成把输入电压  $E$  降压到输出电压  $U$  的功能<sup>[11-12]</sup>。

收稿日期: 2018-09-09; 修回日期: 2018-10-31

基金项目: 延边大学博士启动基金资助项目(602014093); 延边大学 2017 年度国家自然科学基金前期培育专项资助项目(413080016)

\*通信作者: 徐红梅 email:hmxu@ybu.edu.cn

Buck 变换器的工作过程分析：在输入电压和负载等电阻参数在宽范围内变化时，电压控制型 Buck 变换器既可以工作在连续电流模式(Continuous Current Mode, CCM)，也可工作在不连续电流模式(Discontinuous Current Mode, DCM)<sup>[13-14]</sup>。因此，Buck 变换器在一个开关周期内可以存在 2 种不同的开关状态，并具有 2 种不同的电路拓扑，如图 2 所示。2 种开关状态及其电感电流与输出电压的变化情况如下：a) 开关状态一：开关管 S 导通，二极管 D 关断。电感电流  $i$  线性增大，电容  $C$  相负载  $R$  放电，输出电压  $U_o$  上正下负，如图 2(a)所示；b) 开关状态二：开关管 S 关断，二极管 D 导通。电感电流  $i$  谐振下降，电容处在放电状态，有利于维持  $I_o, U_o$  不变，输出电压小于电源电压，如图 2(b)所示。

根据图 1 的原理，其工作过程如下：输出电压经过采样电阻得到的采样值  $U_f(t)$ 与参考电压  $U_{ref}$  比较放大得到  $U_{co}(t)$ ， $U_{co}(t)$ 和斜坡信号  $U_{ramp}(t)$ 比较后，经驱动器输出一系列占空比变化的脉冲来控制  $U_T$  的通断，达到稳定输出电压的目的。当  $U_{co}(t)$ 大于斜坡电压  $U_{ramp}(t)$ 时，功率开关管  $U_T$ 关断，续流二极管  $U_D$ 导通；当  $U_{co}(t)$ 小于斜坡电压  $U_{ramp}(t)$ 时，功率开关管  $U_T$ 导通，续流二极管  $U_D$ 截止。

## 2 Buck 变换器分岔分析

Buck 变换器在电流连续模式下，其开通和关断等效电路见图 2。令  $\mathbf{x} = (v_c, i_L)^T$  为状态变量，可根据开关状态分阶段列写其动力学方程。

1) 当  $U_T$ 导通、 $U_D$ 关断时，图 2(a)电路的状态方程为：

$$\begin{cases} L \frac{di_L}{dt} + v_c - U_{in} = 0 \\ i_L - \frac{v_c}{R} - C \frac{dv_c}{dt} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

整理得：

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_c}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U_{in} \quad (2)$$

对状态方程进行拉普拉斯变换得：

$$\begin{cases} U_o(s) = \frac{1}{Cs + \frac{1}{R}} I(s) \\ I(s) = -\frac{1}{Ls} [U_o(s) - U_{in}(s)] \end{cases} \quad (3)$$

2) 当  $U_T$ 关断、 $U_D$ 导通时，图 2(b)电路的状态方程为：

$$\begin{cases} L \frac{di_L}{dt} + v_c = 0 \\ i_L - \frac{v_c}{R} - C \frac{dv_c}{dt} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

整理得：

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_c}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} U_{in} \quad (5)$$

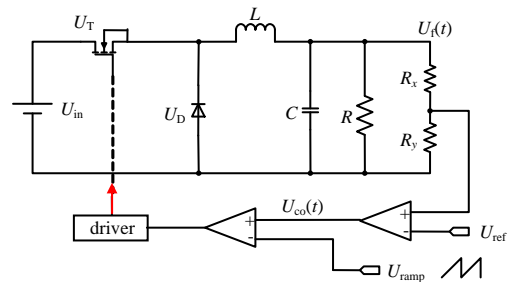


Fig.1 Circuit of voltage controlled Buck converter  
图 1 电压控制型 Buck 变换器电路图

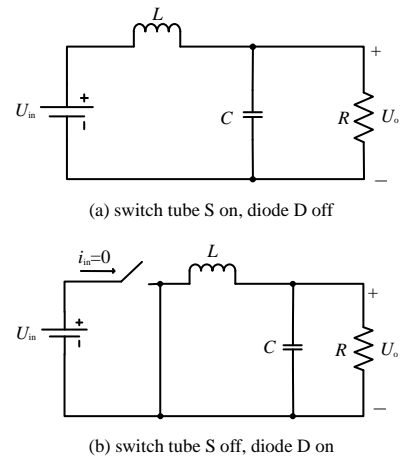


Fig.2 Two working states of Buck converter  
图 2 Buck 变换器 2 种工作状态

对状态方程进行拉普拉斯变换得：

$$\begin{cases} U_o(s) = \frac{1}{Cs + \frac{1}{R}} I(s) \\ I(s) = -\frac{1}{Ls} U_o(s) \end{cases} \quad (6)$$

根据其状态微分方程的求解，可得第  $n+1$  次迭代值：

$$x_{n+1} = N_2(T - d_n T) N_1(d_n T) [x_n + \int_{nT}^{nT+d_n T} N_1(nT - \tau) \mathbf{B}_1 E d\tau] + N_2(T - d_n T) \int_{nT+d_n T}^{(n+1)T} N_2(nT + d_n T - \tau) \mathbf{B}_2 E d\tau \quad (7)$$

$$N_j(\xi) = e^{A_j \xi} = I + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} A_j^k \xi^k, \quad j=1,2 \quad (8)$$

式中： $d_n$  为第  $nT$  到  $(n+1)T$  周期内占空比； $A_1, B_1, A_2, B_2$  分别为电路开关断开和闭合时系数参数矩阵和输入矩阵。由  $i_L$  的波形图及电路工作原理可知  $i(nT+d_n T) = i_{ref}$  时，变换器工作状态切换，所以  $d_n$  可由式(9)求出：

$$L \frac{d_i}{d_t} = L \frac{i_{ref} - i_n}{d_n T} = E \rightarrow d_n = \frac{i_{ref} - i_n}{(E/L)T} \quad (9)$$

如果变换器在  $nT$  到  $nT+t_n$  期间处于状态一，在  $nT+t_n$  到  $(n+1)T$  期间工作于状态二，则可得到迭代映射为：

$$i_{n+1} = e^{\alpha(T-t_n)} [c_1 \cos \beta(T-t_n) + c_2 \sin \beta(T-t_n)] + E/R \quad (10)$$

$$v_{n+1} = E - L e^{\alpha(T-t_n)} [(c_1 + c_2) \cos \beta(T-t_n) + (c_2 \alpha - c_1 \beta) \sin \beta(T-t_n)] + E/R \quad (11)$$

式中： $\alpha = -\frac{1}{2RC}$ ； $\beta = \frac{1}{2RC} \sqrt{4R^2 C/L - 1}$ ； $c_1 = i_{ref} - \frac{E}{R}$ ； $c_2 = \frac{E - v_n e^{-t_n/RC} - L(i_{ref} - E/R)\alpha}{L\beta}$ 。

基于离散迭代方程采用 Matlab 进行编程，得到以  $k$  为迭代参数的分岔图，如图 3 所示。由图 3 可知，当分岔参数  $k \in [0, 0.12]$  时，电路工作在稳定状态；随着  $k$  的增大，出现了第一次分岔，电路随之进入二周期工作状态；当  $k \in [0.16, 0.18]$  时，再次分岔并进入四周期工作状态，随后完全进入混沌状态。

### 3 Buck 变换器仿真及结果分析

采用 Matlab 中动态系统的 Simulink 仿真，结合其中的各模块及其功能进行建模。比较式(2)和式(4)， $U_T$  开通和关断时  $U_o(s)$  的表达式相同，而  $I(s)$  在  $U_T$  导通时有  $U_{in}(s)$  项，这一部分可由 Simulink 中的 switch 开关实现，在  $U_T$  导通时接入此部分，关断时则不接入。输入端的控制信号则根据理论分析，采用  $U_{ramp}(t)$  和  $U_{co}(t)$  的差值作为 switch 开关的控制信号，接到其控制端。当  $U_{ramp}(t) - U_{co}(t) > 0$  时，将  $U_{in}(s)$  接入；当  $U_{ramp}(t) - U_{co}(t) < 0$  时，将常数零接入，即不接入  $U_{in}(s)$ 。根据以上分析可建立 Buck 变换器的仿真模型图。

#### 3.1 输入电压为参数时仿真结果分析

图 4(a1)为输入电压变化时的相图，当输入电压在 18~25 V 时，电路工作在稳定的周期状态。选取周期态中  $U_{in}=22$  V 为参数，得到图 4(a2)输出电压与参考电压波形。进一步证明，当输入电压为 22 V 时，输出电压在固定范围内均匀波动，并与参考电压在每周期内规律地相交，电路工作在稳态。随着输入电压的增加，电路不再稳定，当输入电压增加至 28 V 时，电路中首先出现了 2 倍周期分岔的相图，输出电压与参考电压波形的相交点表现出规则的浮动，如图 4(b1)和图 4(b2)所示。图 4(b2)中红色(red)波形为输出电压波形，可以观察到与一周期不同的是：相邻的 2 个周期内仅有一周期与参考电压波形相交，说明当电压增大时，每间隔一周期就会出现一次跳跃，在跳跃的周期中输出电压已超过参考电压的最大值，使得在这些锯齿波电压  $U_{ramp}$  周期内，开关 S 不导通；在相交的周期中出现了小幅抖动且波形短暂呈现下降趋势，这一部分的出现对应相图中向内侧环绕的部分，这正是相比于一周期相图的无相交闭合曲线的不同之处，并出现二周期工作状态的原因。

当输入电压在 35 V 左右时电路开始出现混沌现象，如图 4(c1)、图 4(c2)所示，输出电压呈现不规则的浮动，与参考电压波形的相交杂乱无章。在工作开始时，锯齿波电压  $U_{ramp}$  与控制电压  $U_{co}$  多次相交，使得在这些

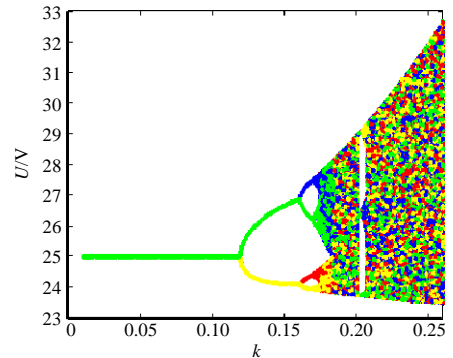


Fig.3 Bifurcation diagram with  $k$  as parameter  
图 3 以  $k$  为参数的分岔图

锯齿波电压  $U_{\text{ramp}}$  周期内, 开关 S 多次导通截止; 随着时间推迟, 波动幅度不断增大直至最后完全跑飞, 无法再与参考电压波形相交, 且在每一周期输出电压下降的部分中逐渐出现抖动且波形呈现下降趋势, 使得在这些锯齿波电压  $U_{\text{ramp}}$  周期内, 开关 S 不得导通。即当 Buck 变换器处于混沌状态时, 开关 S 处于随机导通与随机截止状态。

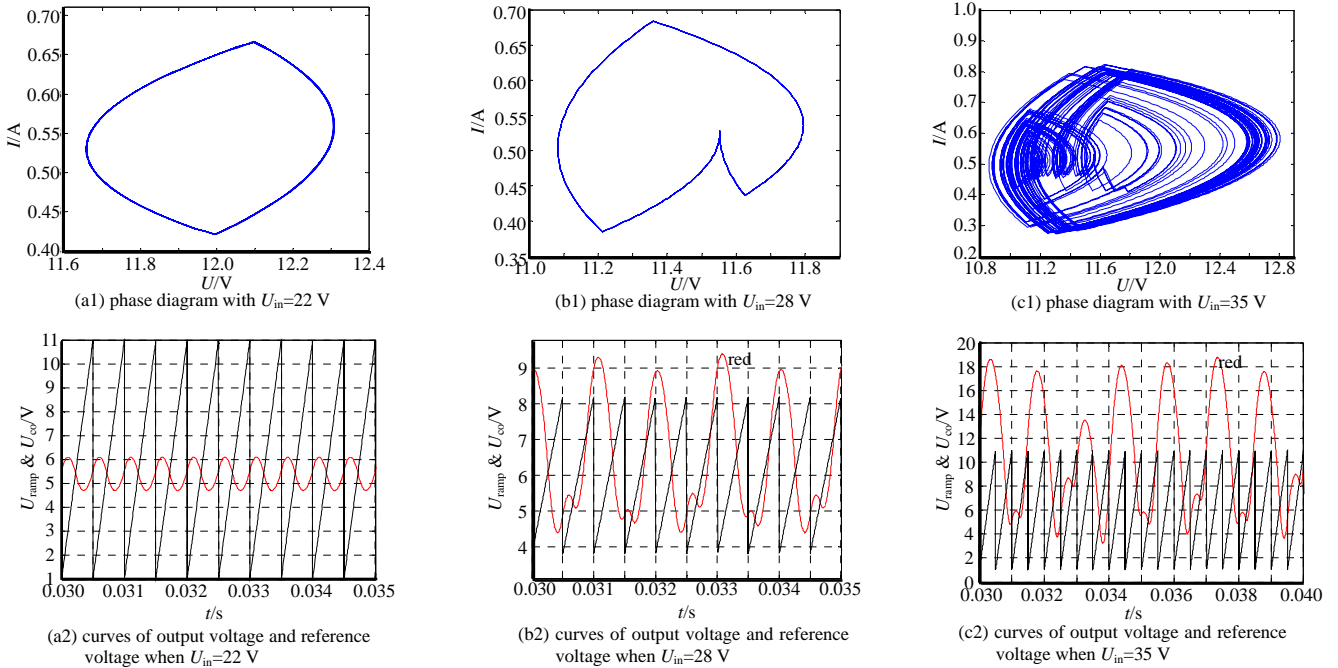


Fig.4 Phase and time domain waveform with input voltage as parameters  
图 4 输入电压为参数时相图及时域波形图

### 3.2 电感为参数时仿真结果分析

图 5 为电感变化时的相图, 可以看到, 随着电感的减小, 工作状态从稳定逐渐转换到倍周期直至进入混沌状态的过程。同理, 时域图中也可观察到相图对应的情况, 当电感取 20 mH 时, 电路处于一周周期稳定工作状态, 可以再一次证明参数选取的正确性。

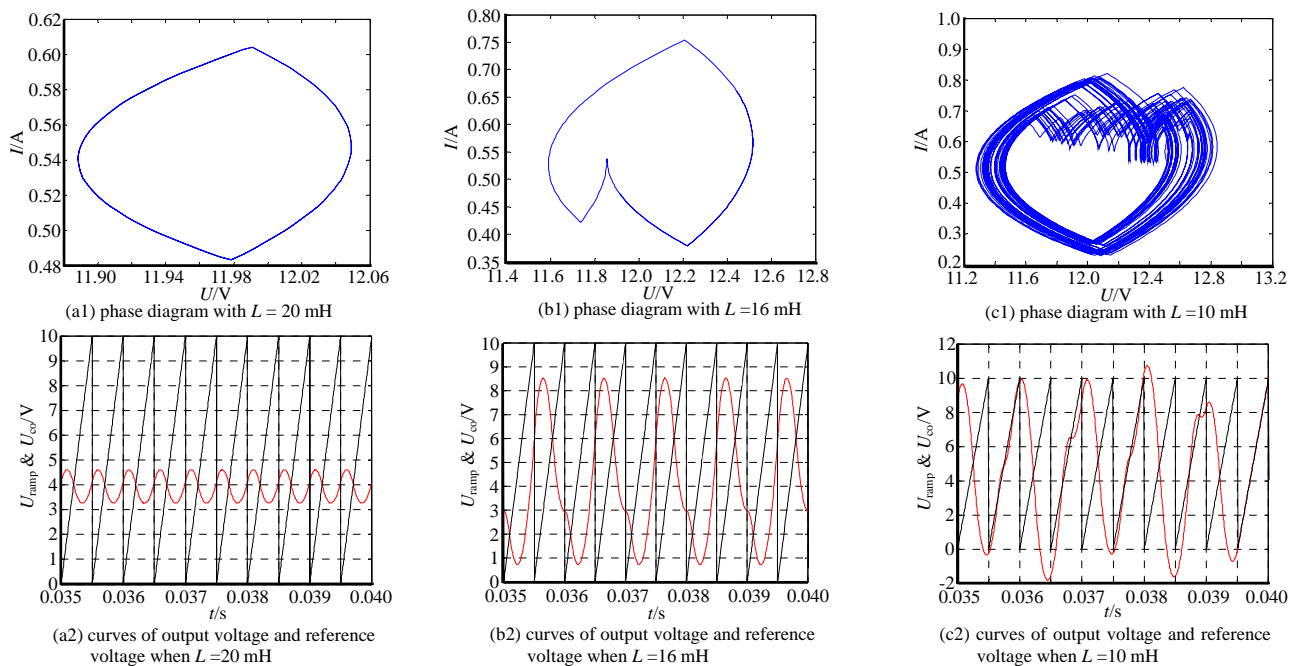


Fig.5 Phase diagram and time domain waveform diagram with inductance as parameters  
图 5 电感为参数时相图及时域波形图

当电感减小到 16 mH 时, 电路出现第一次分岔, 随之进入二周期工作状态, 与输入电压为参数不同的是, 此时输出电压波形斜率减小, 导致每间隔一周期的输出电压波形增长过慢, 无法与参考电压在前一周期的相交点处相交, 而是在参考电压  $U_{\text{ramp}}$  较低处相交, 与相图中内部环绕的部分相对应, 从而导致开关在这些周期内无法正常导通, 即当 Buck 处于二周期工作状态时, 开关 S 处于间隔导通和截止状态; 当电感减小到 10 mH 时, 电路完全进入混沌状态, 相图呈现杂乱无章的状态, 输出电压  $U_{\text{co}}$  与参考电压  $U_{\text{ramp}}$  随机的相交, 开关 S 处于随机的导通和截止状态。

## 4 结论

本文以 Simulink 为背景建立了电压控制型 Buck 变换器的仿真模型, 通过模型可以直观地观察到示波器中斜坡信号  $U_{\text{ramp}}$  与输出电压信号  $U_{\text{co}}$  的比较波形, 从时域的角度分析 2 种波形的交点改变时工作状态的变化。通过迭代方程进行编程, 得到以  $k$  为分岔参数的分岔图, 并在数据处进行处理, 将分岔向不同方向的支路采用不同的颜色, 可以更加明显观察到分叉点的出现。通过 Matlab 进行计算机仿真, 可以得到以输入电压和电感为分岔参数的相图, 从而进一步详细分析 Buck 变换器的工作状态由一周期到倍周期直至混沌的变化过程。该建模方法具有普遍性, 可适于其他模式的 DC-DC 变换器的建模仿真与分析, 为变换器的参数整定、混沌分析与控制奠定基础, 也为消除变换器工作中出现的混沌现象提供理论依据。

### 参考文献:

- [1] GULDEMIR Hanifi. Study of sliding mode control of DC-DC Buck converter[J]. Energy and Power Engineering, 2011,3(4): 401-406.
- [2] HOSSEINIA S H, TEJADO I, VINAGRE B. Stability of fractional order switching systems[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2013,66(5):585-596.
- [3] HUANG C S, CHEN D, CHEN C J. Mix-voltage conversion for single-inductor dual-output buck converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2010,25(8):2106-2114.
- [4] 欧煌, 肖岚. 电流模式控制半桥 DC/DC 变换器建模与设计[J]. 电力电子技术, 2017,51(3):30-32. (OU Huang, XIAO Lan. Modeling and design of current-mode control half-bridge DC/DC converter[J]. Power Electronics, 2017,51(3):30-32.)
- [5] PANOVA Yuri, JOVANOVIĆ Milan M. Small signal analysis and control design of isolated power supplies with opto-coupler feedback[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2005,20(4):823-832.
- [6] BAO B C, YANG J, XU J P, et al. Effect of output capacitor ESR on dynamic performance of voltage-mode hysteretic controlled buck converter[J]. IEEE Electronics Letters, 2013,49(20):1293-1294.
- [7] 刘嘉琪, 金永镐, 徐红梅. Logistic 映射多尺度熵分析[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2016,14(3):438-442. (LIU Jiaqi, JIN Yonggao, XU Hongmei. Multi-scale entropy analysis of logistic maps[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2016,14(3):438-442.)
- [8] 贾美美, 张国山. 电流控制型 Buck-boost 变换器的混沌控制[J]. 控制工程, 2017,24(12):2405-2411. (JIA Meimei, ZHANG Guoshan. Chaos control for the current-controlled Buck-boost converter[J]. Control Engineering of China, 2017, 24(12):2405-2411.)
- [9] 兰志勇, 陈礼俊, 焦石, 等. CCM Buck-boost 变换器非线性 PID 最优控制[J]. 电气技术, 2018,19(3):55-59. (LAN Zhiyong, CHEN Lijun, JIAO Shi, et al. Nonlinear PID optimal control method applied to Buck-boost converters[J]. Electrical Engineering, 2018,19(3):55-59.)
- [10] 徐红梅, 金永镐, 郭树旭. 电压控制不连续导电模式 DC-DC 变换器的熵特性研究[J]. 物理学报, 2013,62(24):343-350. (XU Hongmei, JIN Yonggao, GUO Shuxu. Research on entropy characteristics of voltage-controlled discontinuous conduction mode DC-DC converter[J]. Acta Physica Sinica, 2013,62(24):343-350.)
- [11] 韩俊锋, 张波, 丘东元. Buck 变换器的混杂建模[J]. 电源学报, 2017,15(5):160-164. (HAN Junfeng, ZHANG Bo, QIU Dongyuan. Hybrid modeling of Buck converter[J]. Journal of Power Supply, 2017,15(5):160-164.)
- [12] 王瑶. 基于状态空间平均模型的电压控制 SIDO Buck 变换器稳定性分析[J]. 中国电机工程学报, 2018,38(6):1810-1817,1918. (WANG Yao. Stability analysis for voltage controlled single-inductor dual-output Buck converter based on state space average model[J]. CSEE JPES, 2018,38(6):1810-1817,1918.)