2015年10月

Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology

Vol. 13, No. 5 Oct., 2015

文章编号: 2095-4980(2015)05-0745-05

# 通道幅相差下的多阵列直接定位算法

黄志英1,吴 江1,甘 戈2

(1.信息工程大学 信息系统工程学院,河南 郑州 450002; 2.中国人民解放军 63618 部队,新疆维吾尔自治区 库尔勒 841000)

摘 要: 通道幅相差的存在会导致直接定位算法(DPD)精确度下降。分析了通道幅相差对多阵列直接定位算法的影响,并在通道幅相差存在的情况下提出了一种改进算法。该算法利用各阵列通道幅相差的校正结果对阵列流型矢量进行补偿,然后用直接定位算法估计目标位置。仿真表明该算法较之无校正直接定位算法,具有更高的精确度。

关键词: 无源定位; 多阵列; 直接定位; 通道幅相差

中图分类号: TN971

文献标识码:A

doi: 10.11805/TKYDA201505.0745

# Multi-array direct position determination algorithm with gain-phase error

HUANG Zhiying<sup>1</sup>, WU Jiang<sup>1</sup>, GAN Ge<sup>2</sup>

(1.Information System Engineering Institute, Information Engineering University, Zhengzhou Henan 450002, China; 2.Unit 63618 of the PLA, Korla Xinjiang 841000, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of accuracy decrease of Direct Position Determination(DPD) in the presence of gain-phase error, the effect of the gain-phase error on the DPD algorithm is analyzed, and an improved DPD algorithm with gain-phase error is introduced. In this algorithm, array response vector is compensated by the correction results of gain-phase error, and the target location is estimated by DPD algorithm. Simulation result shows that the improved algorithm has higher accuracy than the DPD algorithm without correction.

Key words: passive localization; multi-array; Direct Position Determination; gain-phase error

传统的多站角度交叉定位方法需要 2 步:各站首先利用各自的阵列对窄带信号到达方向(Direction of Arrival, DOA)进行估计,并将 DOA 估计值通过网络传输到融合中心;融合中心根据各站的 DOA 估计值进行联合交叉定位。这种方式没有充分利用一个重要的信息:各站收到的信号都是来自同一个辐射源。同时,各站在估计 DOA 值之后将剩下的数据全部滤除。因此在低信噪比条件下 DOA 估计误差较大时,系统无法对目标进行精确定位;隐藏在噪声之中的弱信号,也无法用多站数据融合的方法来提高目标信号的信噪比。

针对传统的两步定位模型的缺点,Anthony J Weiss 提出了一种一步直接定位(DPD)算法<sup>[1-2]</sup>,在原有的系统模型下,将原始数据通过离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transform, DFT)变换到频域,再用最大似然(Maximum Likelihood, ML)法或者多重信号分类法进行联合位置估计。Alon Amar 分析了阵元位置误差和散射环境对上述算法的影响<sup>[3]</sup>。上述算法都是基于变换后的频域数据。M Oispuu 等人提出了一种基于时域数据的运动观测站的子空间数据融合(Subspace Data Fusion,SDF)的 DPD 算法<sup>[4]</sup>,其思想是在监测空间内搜索各时刻阵列方位矢量在对应观测数据噪声子空间内的投影之和的最小值,作为目标的位置估计值。随后他又提出了一种时域数据的最大似然DPD 算法<sup>[5]</sup>,并用交替迭代的方式进行了实现。这种算法运用了传统 MUSIC 算法的思想,无需进行 DFT 计算,可以对多个目标的位置进行估计,分辨力较高。上述 2 种定位算法都没有闭式解形式,定位解算都需要在监测区域搜索代价函数的最优值,计算量都比较大。基于此,张敏、郭福成等人运用量子粒子群算法<sup>[6]</sup>加牛顿迭代法实现了子空间数据融合 DPD 算法的最优化过程,大大降低了定位解算的计算量<sup>[7]</sup>。

收稿日期: 2014-09-30; 修回日期: 2014-11-19

未知的阵列误差参数进行联合估计,运算量较大。通道幅相差会降低 DOA 估计的精确度,也会降低 DPD 算法的精确度。本文在文献[1]中 DPD 算法的基础上,分析了通道幅相差在直接定位过程中带来的影响,并提出了一种通道幅相差下的 DPD 方法。仿真实验表明该算法较之无校正的 DPD 算法,定位精确度更高。

# 1 观测模型

假设监测区域内有一个窄带辐射源,联合 DOA 定位系统中有 L 个观测站,各站在时间上用 GPS 严格同步,信号到达每个站的阵列时为平面波。辐射源的位置为 p,第 l 个观测站的位置为  $q_l$ 。则第 l 个站测得的信号可以表示为:

$$\mathbf{r}_{l}(t) = b_{l}\mathbf{a}_{l}(\mathbf{p})s(t - \tau_{l}(\mathbf{p}) - t_{0}) + \mathbf{n}_{l}(t)$$

$$\tag{1}$$

式中:  $\mathbf{r}_l(t)$ 是 t 时刻阵列输出  $\mathbf{M}_l$ ×1矩阵, $\mathbf{M}_l$  表示该站的阵列阵元个数;  $b_l$  表示通道衰减,是一个未知的复标量;  $\mathbf{a}_l(\mathbf{p})$  表示第 l 个观测站对方位  $\mathbf{p}$  的阵列流型矢量;  $s(t-\tau_l(\mathbf{p})-t_0)$  表示  $t_0$  时刻产生的信号波形, $\tau_l(\mathbf{p})$  为时延;  $\mathbf{n}_l(t)$  表示噪声矢量。

对式(1)中的信号进行采样后可得:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{l}(j) = b_{l}\mathbf{a}_{l}(\mathbf{p})s(j) + \mathbf{n}_{l}(j) & 0 \leq j \leq N_{s} - 1 \\ \mathbf{s}_{l}(j) \triangleq \mathbf{s}(t - \tau_{l}(\mathbf{p}) - t_{0})|_{t=jT} \\ \mathbf{r}_{l}(j) \triangleq \mathbf{r}_{l}(t)|_{t=jT} \\ \mathbf{n}_{l}(j) \triangleq \mathbf{n}_{l}(t)|_{t=jT} \end{cases}$$
(2)

实际应用中通常会遇到阵元通道幅相误差,它可以通过在阵列流型矢量中引入方位无关的幅相误差矢量  $\boldsymbol{\Phi}_{i}=\begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{\sigma}_{2} & \cdots & \boldsymbol{\sigma}_{M_{i}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 来描述。其中,  $\boldsymbol{\sigma}_{m}=g_{m}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Delta\varphi_{m}}(m=1,2,\cdots,M_{i})$ 为阵元 j 在通道内的幅相扰动;  $g_{m}$ , $\Delta\varphi_{m}$ 分别表示该阵元的幅度差和相位差。于是,当阵元存在通道幅相误差时,阵列流型矩阵可以表示为 $^{[8]}$ :

$$\tilde{\boldsymbol{a}}_{l}(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{\Gamma}_{l} \boldsymbol{a}_{l}(\boldsymbol{p}) \tag{3}$$

式中 $\Gamma_i = diag(\Phi_i)$ ,则式(2)可以写成:

$$\mathbf{r}_{l}(j) = b_{l}\tilde{\mathbf{a}}_{l}(\mathbf{p})\mathbf{s}(j) + \mathbf{n}_{l}(j) = b_{l}\mathbf{\Gamma}\mathbf{a}_{l}(\mathbf{p})\mathbf{s}(j) + \mathbf{n}_{l}(j) \qquad 0 \leq j \leq N_{s} - 1$$

$$\tag{4}$$

### 2 算法原理

# 2.1 多阵列 DPD 算法原理

文献[1]提出了一种 DPD 算法。为了将时延和传播时间从信号波形中分离出来,首先对式(4)进行 DFT,得到:

$$\begin{cases}
\overline{\mathbf{r}}_{l}(k) = b_{l}\mathbf{a}_{l}(\mathbf{p})\overline{\mathbf{s}}(k)e^{-j\omega_{k}[\tau_{l}(\mathbf{p})+t]} + \overline{\mathbf{n}}_{l}(k) \\
\omega_{k} \triangleq \frac{2\pi k}{N_{s}T}, \quad 0 \leq k \leq N_{s} - 1
\end{cases} \tag{5}$$

上划线代表对应时域采样的 DFT 系数,则目标位置的最小均方误差估计为下列代价函数的最小值:

$$Q(\boldsymbol{p}) = \sum_{l=1}^{L} \sum_{k=0}^{N_s-1} \left\| \overline{r_l}(k) - b_l \boldsymbol{a}_l(\boldsymbol{p}) \overline{\boldsymbol{s}}(k) e^{-j\omega_k [\tau_l(\boldsymbol{p}) + t_0]} \right\|^2$$
(6)

式中 ||●|| 为 Frobenius 范数。上式也可以写成如下形式:

$$Q(\boldsymbol{p}) = \sum_{l=1}^{L} Q_{l}(\boldsymbol{p}) ; \quad Q(\boldsymbol{p}) = \sum_{k=0}^{N_{s}-1} \left\| \overline{\boldsymbol{r}_{l}}(k) - b_{l} \boldsymbol{a}_{l}(\boldsymbol{p}) \overline{\boldsymbol{s}}(k) e^{-j\omega_{k} [\tau_{l}(\boldsymbol{p}) + t_{0}]} \right\|^{2}$$

$$(7)$$

令

$$\begin{cases}
\overline{\mathbf{r}}_{l} \triangleq \left[\overline{\mathbf{r}}_{l}^{\mathrm{T}}(0), \overline{\mathbf{r}}_{l}^{\mathrm{T}}(1), \dots, \overline{\mathbf{r}}_{l}^{\mathrm{T}}(N_{s} - 1)\right]^{\mathrm{T}} \\
\overline{\mathbf{s}}_{l} \triangleq \left[\overline{\mathbf{s}}_{l}^{\mathrm{T}}(0) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_{0}[\tau_{l}(\mathbf{p}) + t_{0}]}, \dots, \overline{\mathbf{s}}_{l}^{\mathrm{T}}(N_{s} - 1) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_{N_{s-1}}[\tau_{l}(\mathbf{p}) + t_{0}]}\right]^{\mathrm{T}} \\
c_{l} \triangleq \overline{\mathbf{s}}_{l} \otimes \mathbf{a}_{l}(\mathbf{p})
\end{cases} \tag{8}$$

式中⊗表示 Kronecker 积。则式(7)可以表示为:

$$Q(p) = \sum_{l=1}^{L} \left\| \overline{r}_{l} - c_{l} b_{l} \right\|^{2}$$

$$\tag{9}$$

若要使上述代价函数最小,则:

$$\widehat{b_l} = (c_l^H c_l)^{-1} c_l^H r_l = \frac{1}{\|\overline{s_l}\|^2 \|\overline{a_l}(\boldsymbol{p})\|^2} [\overline{s_l} \otimes \overline{a_l}(\boldsymbol{p})]^H \overline{r_l}$$
(10)

不失一般性, 假设

$$\begin{cases}
\left\|\overline{\mathbf{s}}_{I}\right\| = 1 \\
\left\|\mathbf{a}_{I}(\mathbf{p})\right\| = 1
\end{cases}$$
(11)

将式(10)、式(11)代入式(9), 可得:

$$Q(\boldsymbol{p}) = \sum_{l=1}^{L} \left\| \overline{r}_{l} - [\overline{s}_{l} \otimes \boldsymbol{a}_{l}(\boldsymbol{p})] [\overline{s}_{l} \otimes \boldsymbol{a}_{l}(\boldsymbol{p})]^{H} \overline{r}_{l} \right\|^{2} = \sum_{l=1}^{L} \overline{r}_{l}^{H} \overline{r}_{l} - \overline{r}_{l}^{H} [\overline{s}_{l} \otimes \boldsymbol{a}_{l}(\boldsymbol{p})] [\overline{s}_{l} \otimes \boldsymbol{a}_{l}(\boldsymbol{p})]^{H} \overline{r}_{l} = \sum_{l=1}^{L} \left\| \overline{r}_{l} \right\|^{2} - \sum_{l=1}^{L} \left| \boldsymbol{a}_{l}^{H}(\boldsymbol{p}) \sum_{k=0}^{N_{r}-1} e^{j\omega_{k} [\tau_{l}(\boldsymbol{p}) + t_{0}]} \overline{s}^{*}(k) \overline{r}_{l}(k) \right|^{2}$$

$$(12)$$

则最小化 Q(p) 可转化为最大化  $\hat{Q}(p)$ :

$$\hat{Q}(\boldsymbol{p}) = \sum_{l=1}^{L} \left| \boldsymbol{a}_{l}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{p}) \sum_{k=0}^{N_{s}-1} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{k} \left[\tau_{l}(\boldsymbol{p})+t_{0}\right]} \overline{\boldsymbol{s}}^{*}(k) \overline{\boldsymbol{r}}_{l}(k) \right|^{2}$$

$$(13)$$

 $\hat{Q}(p)$ 可以转化成如下形式:

$$\begin{cases}
\hat{Q}(\boldsymbol{p}) = \overline{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{H}} \left( \sum_{l=1}^{L} \boldsymbol{d}_{l} \boldsymbol{d}_{l}^{\mathrm{H}} \right) \overline{\boldsymbol{s}} = \overline{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{D} \overline{\boldsymbol{s}} \\
\overline{\boldsymbol{s}} \triangleq \left[ \overline{\boldsymbol{s}} \left( 0 \right) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_{0}t_{0}}, \dots, \overline{\boldsymbol{s}} \left( N_{s} - 1 \right) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_{N_{s}-l}t_{0}} \right]; \boldsymbol{d}_{l} \triangleq \left[ d_{l}(0), \dots, d_{l}(N_{s} - 1) \right]^{\mathrm{T}}; d_{l}(k) \triangleq \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_{k}\tau_{l}(\boldsymbol{p})} \boldsymbol{a}_{l}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{p}) \overline{\boldsymbol{r}}_{l}(k)
\end{cases}$$
(14)

在信号波形未知的条件下,取上式代价函数的最大值转化为选择与 $\bar{s}$ 对应的 D 的最大特征值,于是式(14)可以简化成:

$$\hat{Q}(\mathbf{p}) = \lambda_{\text{max}}(\mathbf{D}) \tag{15}$$

与传统算法相比, DPD 算法具有 2 个非常明显的优势:

- 1) 该算法充分利用了各阵列各阵元之间观测数据的联系,有利于多阵列输出的数据融合,在低信噪比的条件下,可以利用更多的信息对目标位置进行估计,因此可以取得比传统两步定位算法更高的精确度。
- 2) 该算法在低信噪比条件下性能比较稳定,避免了两步定位算法中测向失败或者误差较大给定位结果带来的较大误差。

## 2.2 通道幅相差下的 DPD 法

在存在通道幅相差的情况下,若仍然用  $a_l(p)$  在监测区域内搜索,则会给定位结果带来一定的偏差。在实际应用过程中,若用阵列幅相差的估计值对  $a_l(p)$  作补偿,即用  $\tilde{a}_l(p)$  代替  $a_l(p)$  ,则可以使阵列流型矢量更接近实际应用的模型,提高 DPD 算法的精度,此时式(5)可写成:

$$\begin{cases}
\overline{r}_{l}(k) = b_{l}\tilde{\boldsymbol{a}}_{l}(p)\overline{s}(k)e^{-j\omega_{k}[\tau_{l}(\boldsymbol{p})+t]} + \overline{\boldsymbol{n}}_{l}(k) \\
\omega_{k} \triangleq \frac{2\pi k}{N.T}, 0 \leqslant k \leqslant N_{s} - 1
\end{cases}$$
(16)

则式(14)变成:

$$\begin{cases}
Q(\boldsymbol{p}) = \overline{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{H}} \left( \sum_{l=1}^{L} \tilde{\boldsymbol{d}}_{l} \tilde{\boldsymbol{d}}_{l}^{\mathrm{H}} \right) \overline{\boldsymbol{s}} = \overline{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{H}} \tilde{\boldsymbol{D}} \overline{\boldsymbol{s}} \\
\overline{\boldsymbol{s}} \triangleq \left[ \overline{\boldsymbol{s}} (0) e^{-\mathrm{j}\omega_{0}t_{0}}, \dots, \overline{\boldsymbol{s}} (N_{s} - 1) e^{-\mathrm{j}\omega_{N_{s} - 1}t_{0}} \right] \\
\tilde{\boldsymbol{d}}_{l} \triangleq \left[ \tilde{\boldsymbol{d}}_{l} (0), \dots, \tilde{\boldsymbol{d}}_{l} (N_{s} - 1) \right]^{\mathrm{T}} \\
\tilde{\boldsymbol{d}}_{l}(k) \triangleq e^{-\mathrm{j}\omega_{k}\tau_{l}(\boldsymbol{p})} \tilde{\boldsymbol{a}}_{l}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{p}) \overline{\boldsymbol{r}}_{l}(k) = e^{-\mathrm{j}\omega_{k}\tau_{l}(\boldsymbol{p})} \boldsymbol{\Gamma}_{l} \boldsymbol{a}_{l}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{p}) \overline{\boldsymbol{r}}_{l}(k)
\end{cases} \tag{17}$$

则存在通道幅相差的情况下目标位置的估计为:

$$\tilde{Q}(\boldsymbol{p}) = \lambda_{\text{max}}(\tilde{\boldsymbol{D}}) \tag{18}$$

实际应用中,可以用辅助阵元的通道幅相差校正算法事 先估计好阵列幅相差,然后估计结果对 DPD 算法进行补偿, 提高算法精确度。

#### 仿真实验 3

假设目标位置为 T(300,200) (单位 km, 下同)。多阵列联合 定位系统有 4 个测量站, 其坐标分别为: R<sub>1</sub>(0,80), R<sub>2</sub>(150,0),  $R_3(0,200), R_4(100,300)$ ,目标与测量站的位置关系如图 1 所示。

系统中所有阵列都是阵元个数为 9 的平行于 y 轴的均匀 直线阵,阵元间距与信号波长的比值  $d/\lambda = 0.5$ 。信噪比为 5 dB, 快拍数为 64, 图 3(b)中的各站阵列天线之间的幅度差为 4 dB, 相位差为 30°,将监测区域内由式(15)计算得到的谱值全部画

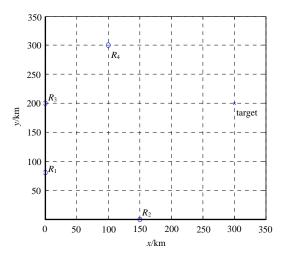
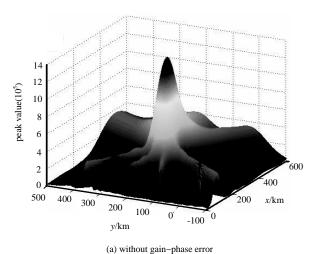


Fig.1 Positions of target and observation stations 图 1 目标与测量站位置关系图

出,得到融合谱图如图 2 所示。由图 2 可以看出,存在通道幅相差时,融合空间谱的谱峰变低,变平缓,使定位 的精确度降低。



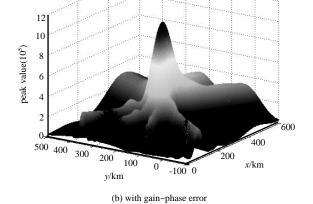
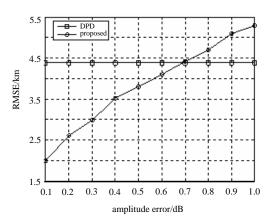


Fig.2 Fusion spectrum of DPD algorithm

图 2 单目标多阵列 DPD 融合谱图



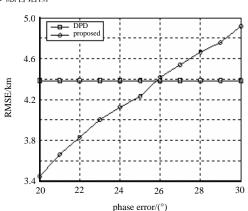


Fig.3 Relationship between RMSE and adjust error of amplitude error 图 3 RMSE 与幅度差校正误差关系图

Fig.4 Relationship between RMSE and adjust error of phase error 图 4 RMSE 与相位差校正误差关系图

考察幅相差校正结果不准确时对本文算法的影响,每次定位做 500 次蒙特卡洛实验。图 3 中  $R_{SN}=5$  dB,幅 度差为 4 dB, 相位差为 30 dB, 相位估计误差为 0, 幅度估计误差从 0.1 dB 到 1 dB; 图 4 中 R<sub>SN</sub>=5 dB, 幅度差 为 4 dB,相位差为 30 dB。幅度估计误差为 0,相位估计误差从 20°到 30°。可以看到,随着幅相差估计误差的增大,算法的均方误差(Root Mean Square Error, RMSE)逐渐增加,在幅度差估计误差超过 0.7 dB 或者相位差估计误差超过 26°时,本文算法的估计误差将超过无校正的 DPD 算法,此时  $\Delta \phi$  均等于 1。即若通道幅相差估计误差过大,本文算法将失效。

用定位 RMSE 考察不同信噪比下无校正 DPD 定位算法和本文算法的定位性能,幅相差与图 3 相同,幅度差校正误差为 0.1 dB,相位差校正误差为 5°,每次定位做 500次蒙特卡洛实验,得到的结果如图 5。可以看到,本文算法较之无校正的 DPD 算法精确度有所提升,而且信噪比越高,提升的效果越为明显。

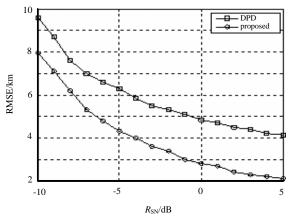


Fig.5 RMSE comparison between proposed method and DPD without correction

### 图 5 本文方法与与无校正 DPD 算法 RMSE 对比图

# 4 结论

通道幅相差下的 DPD 算法利用各阵列幅相差校正结果对各阵列流型矢量进行补偿,使该矢量在搜索中更为接近实际的模型,提高了 DPD 算法的精确度。该算法的精确度取决于通道幅相差的估计精确度,随着通道幅相差校正误差的增加,该算法的精确度会降低,在通道幅相差估计误差较大的情况下,算法有可能失效。

## 参考文献:

- [1] Weiss A J. Direct position determination of narrowband radio frequency transmitters[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004,11(5):513-516.
- [2] Weiss A J,Amar A. Direct position determination of multiple radio signals[C]// 2004 IEEE International Conference on Acoustics,Speech,and Signal Processing. Quebec,Canada:[s.n.], 2004:17-21.
- [3] Amar A, Weiss A J. Analysis of direct position determination approach in the presence of model errors[C]// IEEE Statistical Signal Processing. Novosibirsk, Russia:[s.n.], 2005:521–524.
- [4] Demissie B,Oispuu M,Ruthotto E. Localization of multiple sources with a moving array using subspace data fusion[C]// 11th International Conference on Information Fusion. Piscataway, USA:[s.n.], 2008:1-7.
- [5] Oispuu M,Nickel U. Direct detection and position determination of multiple sources with intermittent emission[J]. Signal Processing, 2010,90:3056-3064.
- [6] 孙俊,方伟,吴小俊,等. 量子行为粒子群优化:原理及其应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2011. (SUN Jun,FANG Wei, WU Xiaojun,et al. Quantum-behaved particle swarm optimization: theory and application[M]. Beijing:Tsinghua University Press, 2011.)
- [7] 张敏,郭福成,周一宇. 基于单个长基线干涉仪的运动单站直接定位[J]. 航空学报, 2013,34(2):378-386. (ZHANG Min, GUO Fucheng,ZHOU Yiyu. A single moving observer direct position determination method using a long baseline interferometer[J]. Acta Aeronautica et Astronautica, 2013,34(2):378-386.)
- [8] 王永良,陈辉,彭应宁. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社, 2004. (WANG Yongliang, CHEN Hui, PENG Yingning. The Theories and Algorithms of Spatial Spectrum Estimation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.)

# 作者简介:



黄志英(1987-),男,广东省阳山县人,在读研究研究生,主要研究方向为无源定位与跟踪.email:wjs\_mail@126.com.

**吴** 江(1976-),男,河南省泌阳县人,博士,副教授,主要研究方向为无源定位与目标探测.

**甘 戈**(1976-), 男, 湖北省枝江市人, 助理工程师, 研究方向为无源定位与跟踪.