文章编号：2095-4980(2015)05-0750-07

星间相对运动补偿算法

许保达[1]，常　青[1]，徐　勇[1]，吴佳鹏[2]，王　盾[2]

(1.北京航空航天大学 电子信息工程学院，北京 100191；2.中国空间技术研究院 航天恒星科技有限公司，北京 100086)

摘　要：针对卫星间的相对运动误差问题，提出了一种即时准确对相对运动误差进行补偿校正的方法。对星间距离与钟差解耦原理进行研究分析，推导出由于卫星之间的相对运动造成的误差表达式，为消除相对运动误差提供了理论依据。通过仿真相对运动误差，利用星间多普勒测量值以及其中一颗卫星速度进行处理，可以得到比较理想的相对运动补偿结果。以全球卫星导航系统(GNSS)星座卫星为例，最后得到的钟差测量结果可以将由相对运动造成的钟差测量误差降低到 0.001 ns 以下，为以后星间高精确度测量与时间同步提供了可靠保证。

关键词：泰勒展开；相对运动；测距；时间同步

中图分类号：TN927^{+}.2　　**文献标识码：**A　　**doi：**10.11805/TKYDA201505.0750

Algorithm of inter-satellite relative motion compensation

XU Baoda[1]，CHANG Qing[1]，XU Yong[1]，WU Jiapeng[2]，WANG Dun[2]

(1.School of Electronic and Information Engineering，Beihang University，Beijing 100191，China；
2.Space Star Technology Co.,Ltd.，China Academy of Space Technology，Beijing 100086，China)

Abstract：Based on the analysis of inter-satellite distance and clock error computation, the error expressions caused by the relative motion between the satellites are deduced, which provides a theoretical basis for relative motion error elimination. An ideal result of relative motion compensation can be obtained by simulating the relative motion error and using Doppler measurements. In the case of Global Navigation Satellite System(GNSS) constellation, the deviation of clock error measurement can be reduced to 0.001 ns with the proposed method, which can vastly guarantee inter-satellite measurement accuracy and time synchronization precision in the future.

Key words：Taylor expansion；relative motion；ranging；time synchronization

目前利用频分＋码分(Frequency Division Multiple Access/Code Division Multiple Access，FDMA/CDMA)组网体制下的星间双向异步传输帧非相干扩频测距与时间同步技术，自主编队航天器(Autonomous Formation Flyer，AFF)的任意 2 颗成员星之间的精密测距与时间同步已经实现[1]。双向精密测距与时间同步技术由于能够提供高精确度的测距值以及较理想的时间同步效果，其在星座中的应用已越来越广泛。在未来的星间测量过程中，对测距精确度以及时间同步精确度的要求越来越高，现有双向精密测距与时间同步技术已很难满足，其中一项不能忽略的误差源就是由于相对运动造成的误差。影响相对运动误差大小的因素有 2 个：2 颗卫星的相对运动速度和相对距离。文献[1]中利用忽略不定项后计算出的准精密误差作为初始值交替迭代得到满足条件的结果的方法，其迭代过程较为繁琐，收敛速度和精确度很难保证。文献[1]还提出了另一种方法，在钟差达到某一设定值时开始调整，调整方法与方法一类似，但此方法的实时性很难保证。文献[2]对相对运动引起的误差进行了分析，但分析不够充分，且没有对如何消除误差作进一步研究。本文在文献[1–2]的基础上对相对运动误差做了进一步研究，并提出了一种即时准确对相对运动误差进行补偿校正的方法。

1　双向测距与时间同步方法

采用 FDMA+CDMA 的组合多址测量体制可实现星间网络的信息实时共享、高可靠性的多址通信、精密测距和时间同步[1,3]。在 FDMA+CDMA 体制下的双向异步传输帧非相干扩频测距与时间同步技术有 2 个优势：2 颗卫

收稿日期：2014-11-03；修回日期：2014-11-23

星之间异步传输，即 2 颗卫星之间相互独立地向对方异步发送传输帧，不要求双向信道对称和载波相参；2 颗卫星发送接收信息非相干，即卫星本地发送信息与接收到的信息相互独立，互不相关。这 2 个优势是相对于相干转发、再生转发、同步转发这 3 类用于传统应答机的工作机制[1]。

1.1 双向测距与时间同步原理

双向异步非相干扩频测距/时间同步方法(以下简称“双向测距”)的工作原理描述如下：

1) 2 颗卫星分别以各自的钟面时为基准，在发射时隙到来时“同时”向对方发送结构相同的信息帧。但由于卫星本地的基带时钟、载波频率均由本地频率综合器产生，不与对方卫星相参，双方无频率、相位关系约束，即两卫星存在一定的钟面时差，因此所谓的“同时”发送并非绝对同时。

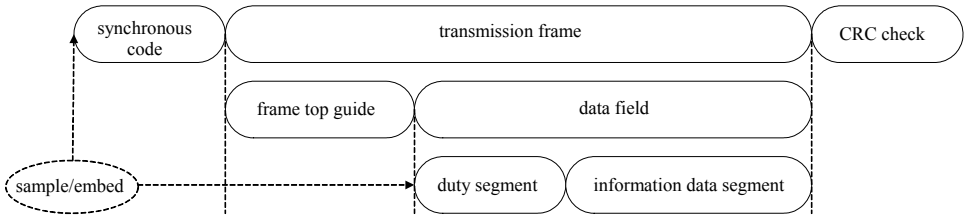

Fig.1 Information frame structure and protocol
图 1 信息帧结构和协议格式

参照 CCSDS Proximity-1 空间链路通信协议[4−7]，图1 给出了参考 Version-3 传输帧结构而设计的用于星间链路的测距信息帧协议格式。其中包括：24 bit 的帧同步码、40 bit 的结构固定数据帧导头、长度小于 16 344 bit 的数据域、32 bit 的循环冗余校验码(Cyclic Redundancy Check，CRC)。数据域前部定义为勤务段，嵌入对应链路标识符、本地钟面时编码和本地伪距编码向对方发送。

2) 卫星在接收时隙内，对收到的对方信号进行捕获和跟踪，在接收解扩/解调单元的载波跟踪环路、码跟踪环路对接收信号良好锁定、位同步帧同步条件下，卫星各自独立地于本地信息帧同步码前沿的发送时刻采样本地时钟计数器、接收通道码跟踪环路的历元计数器，从当前接收对方信息帧的勤务段提取出对方帧同步码前沿发送时刻，并计算出历元形式的本地伪距值，将其嵌入到本地信息帧中发送给对方。

图 2 的参数定义说明如下。(1)：卫星 A 发送的信息帧同步码；(2)：卫星 A 本地伪距测量值；(3)：卫星 B 接收到的来自卫星 A 信息帧的同步码；(4)：卫星 B 接收到的信息帧内卫星 A 的本地伪距测量值；(5)：卫星 B 发送的信息帧同步码；(6)：卫星 B 本地伪距测量值；(7)：卫星 A 接收到的来自卫星 B 信息帧的同步码；(8)：卫星 A 接收到的信息帧内卫星 B 的本地伪距测量值。

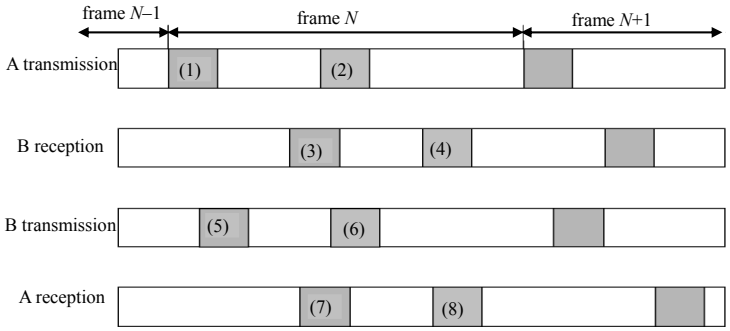

Fig.2 Inter-satellite information frame timing
图 2 卫星之间传输的信息帧的时序关系

3) 两星各自独立地利用本地测得的伪距和接收信息帧中解调出来的对方伪距，通过算法计算获得星间的几何距离和时间同步差(两星钟面时差)，并进行时间同步调整。图 3 给出了以 GNSS 星座拓扑中的一条链路为例，2 颗卫星(定义为 A 星和 B 星)进行星间距离与钟差测量的原理及时序关系图。

图 3 中各个参数的定义如下：a) t_A 是指以卫星 A 时钟为参考的某个发射时隙开始时刻，定义该时刻两星的星间距离延迟为 $\tau\left(t_A\right)$，星间距离矢量为 $\boldsymbol{r}(t_A)$；同理，t_B 是以卫星 B 时钟为参考的发射时隙开始时刻，$\tau\left(t_B\right)$ 定义为该时刻两星的星间距离延迟，$\boldsymbol{r}\left(t_B\right)$ 为该时刻两星之间的距离矢量；Δt 是两星的钟差；b) $\boldsymbol{\tau}_{AB}\left(t_A\right)$ 是指卫星 A 在 t_A 时刻发射的信号到达卫星 B 时所经过的空间传播延迟，$\boldsymbol{r}_{AB}\left(t_A\right)$ 为相应的空间传播距离矢量，$\boldsymbol{\Delta}_B$ 定义为卫星 B 在此传播延迟内的运动距离矢量；同理 $\boldsymbol{\tau}_{BA}\left(t_B\right)$ 是指卫星 B 在 t_B 时刻发射的信号到达卫星 A 时所经过的空间传播延迟，$\boldsymbol{r}_{BA}\left(t_B\right)$ 为相应的空间传播距离矢量，$\boldsymbol{\Delta}_A$ 定义为卫星 A 在此传播延迟内的运动距离矢量；c) τ_{tA}，τ_{tB}

是指卫星 A,B 的硬件发射时延；τ_{rA}，τ_{rB}是指卫星 A,B 的硬件接收时延；d) $\rho_{AB}(t_A)$，$\rho_{BA}(t_B)$分别是卫星 B 和卫星 A 测量得到的本地伪距。

1.2 双向测距与时间同步计算公式

由扩频通信原理可知，A 星发射的信号可以看做一把测量 A,B 卫星之间距离的尺子，而尺子的刻度由 A 星所发射信息帧的历元决定。B 星通过接收 A 星信号，就能够测量出 2 颗卫星某一时刻的几何距离。但是由于卫星之间、卫星与所发射信号之间存在着相对运动，其测量方法与常规的静态条件下测量有所不同。

由图 3 的时序关系，得到两星的本地伪距的表达式如下：

$$\begin{cases}\rho_{AB}(t_A)/c=\tau_{AB}(t_A)-\Delta t+ZV_{AB}+\varepsilon_{\tau A}\\ \rho_{BA}(t_B)/c=\tau_{BA}(t_B)+\Delta t+ZV_{BA}+\varepsilon_{\tau B}\end{cases}\tag{1}$$

式中：误差项 ZV_{AB}，ZV_{BA}是指单向组合零值，表达式见式(2)；c 为光速；$\varepsilon_{\tau A}$，$\varepsilon_{\tau B}$是指由于星载频标的准确度引起的不确定项，其表达式见式(3)：

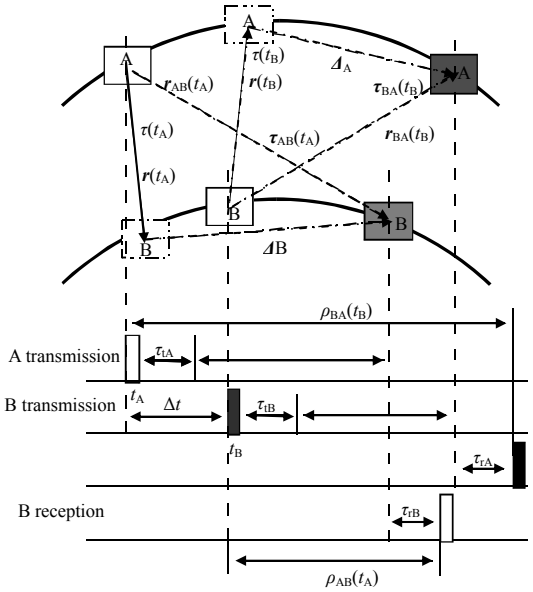

Fig.3 Dual-direction ranging theory and timing
图 3 双向测距的原理及时序关系图

$$\begin{cases}ZV_{AB}=\tau_{tA}+\tau_{rB}\\ ZV_{BA}=\tau_{tB}+\tau_{rA}\end{cases}\tag{2}$$

$$\begin{cases}\varepsilon_{\tau A}=\displaystyle\int_{\tau_{AB}(t_A)+ZV_{AB}}\left(\left(f_A(t)-f_0\right)/f_0\right)\mathrm{d}t\\ \varepsilon_{\tau B}=\displaystyle\int_{\tau_{BA}(t_B)+ZV_{BA}}\left(\left(f_B(t)-f_0\right)/f_0\right)\mathrm{d}t\end{cases}\tag{3}$$

式中：f_A，f_B指卫星 A,B 的本地频标；f_0指标称的频标值。

对于当前自主编队航天器，由于其星间距离近，相对速度不大，在采用双向测距方法进行距离与钟差解耦时，可以忽略由运动造成的测量误差，即认为 $\tau_{AB}(t_A)=\tau(t_A)$，$\tau_{BA}(t_B)=\tau(t_B)$。因此可以利用式(1)中两式的相加和相减运算得到星间距离和钟差[1]。但对于 GNSS 星座来说，由于其成员星之间的星间距离远且卫星相对运动速度快，导致 $\tau_{AB}(t_A)\neq\tau(t_A)$，$\tau_{BA}(t_B)\neq\tau(t_B)$，因此必须对卫星运动引起的误差进行分析与建模，进而通过误差修正获得较高的星间测距与时间同步精确度。根据图 3 中的卫星运动几何关系，以卫星 B 为例，令 $\tau_{AB}(t_A)c=r_{AB}(t_A)$，$\tau(t_A)c=r(t_A)$，利用向量知识，可得如下表达式：

$$\left|\boldsymbol{r}(t_A)\right|=f[\boldsymbol{r}_{AB}(t_A),\boldsymbol{\Delta}_B]=\sqrt{\boldsymbol{r}_{AB}(t_A)-\boldsymbol{\Delta}_B]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{r}_{AB}(t_A)-\boldsymbol{\Delta}_B]}\tag{4}$$

将式(4)在$\boldsymbol{\Delta}B$=0 处进行一阶 Taylor 展开，得到：

$$\boldsymbol{r}(t_A)\approx f\Big|_{\Delta_B=0}+\left.\frac{\partial f}{\partial\boldsymbol{\Delta}_B}\right|_{\Delta_B=0}\cdot\boldsymbol{\Delta}_B=\left|\boldsymbol{r}_{AB}(t_A)\right|-\boldsymbol{e}_{AB}{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Delta}_B=\left|\boldsymbol{r}_{AB}(t_A)\right|-\boldsymbol{e}_{AB}{}^{\mathrm{T}}\cdot\int_{\tau_{AB}(t_A)}\boldsymbol{v}_{LOS}^{B}(t)\mathrm{d}t\approx\left|\boldsymbol{r}_{AB}(t_A)\right|-\tau_{AB}(t_A)\boldsymbol{e}_{AB}{}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{v}}_{LOS}^{B}\tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{v}_{LOS}^{B}(t)$为卫星 B 沿两星连线的径向速度；$\bar{\boldsymbol{v}}_{LOS}^{B}$为卫星 B 在 $\tau_{AB}(t_A)$内的平均径向速度；$\boldsymbol{e}_{AB}$为 $\boldsymbol{r}_{AB}(t_A)$的单位向量；c 为光速。同理可推导出卫星 A 的表达式：

$$\left|\boldsymbol{r}(t_B)\right|\approx\left|\boldsymbol{r}_{BA}(t_B)\right|-\tau_{BA}(t_B)\cdot\boldsymbol{e}_{BA}{}^{\mathrm{T}}\cdot\bar{\boldsymbol{v}}_{LOS}^{A}\tag{6}$$

式中：$\bar{\boldsymbol{v}}_{LOS}^{A}$为卫星 A 在 $\tau_{BA}(t_B)$内的平均径向速度；$\boldsymbol{e}_{BA}$为 $\boldsymbol{r}_{BA}(t_B)$的单位向量。

此外，定义 $\Delta\tau=\tau(t_A)-\tau(t_B)$，是指由于钟差而引起的两卫星的距离延迟变化，表达式如下：

$$\Delta\tau=\tau(t_A)-\tau(t_B)=\frac{1}{c}\int_{\Delta t}\left[\boldsymbol{v}_{LOS}^{A}(t)^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{e}_{BA}+\boldsymbol{v}_{LOS}^{B}(t)^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{e}_{AB}\right]\mathrm{d}t\tag{7}$$

根据以上分析，将式(4)~式(7)代入式(1)，整理得到星间距离和钟差的解耦表达式如下：

$$\begin{cases}\tau(t_{\mathrm{B}})=\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\rho_{\mathrm{BA}}(t_{\mathrm{B}})}{c}+\dfrac{\rho_{\mathrm{AB}}(t_{\mathrm{A}})}{c}-\Delta\tau\dfrac{c}{c-\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}}-ZV_{+}-\varepsilon_{+}\right]c' \\ \Delta t=\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\rho_{\mathrm{BA}}(t_{\mathrm{B}})}{c}-\dfrac{\rho_{\mathrm{AB}}(t_{\mathrm{A}})}{c}+\tau(t_{\mathrm{B}})c''+\Delta\tau\dfrac{c}{c-\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}}+ZV_{-}+\varepsilon_{-}\right]\end{cases} \tag{8}$$

式中误差项和修正项如下：

$$\begin{cases}ZV_{+}=ZV_{\mathrm{AB}}+ZV_{\mathrm{BA}} \qquad ZV_{-}=ZV_{\mathrm{AB}}-ZV_{\mathrm{BA}} \\ \varepsilon_{+}=\varepsilon_{\tau\mathrm{A}}+\varepsilon_{\tau\mathrm{B}} \qquad \varepsilon_{-}=\varepsilon_{\tau\mathrm{A}}-\varepsilon_{\tau\mathrm{B}} \\ c'=2\left[\dfrac{c}{c-\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{v}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}}+\dfrac{c}{c-\boldsymbol{e}_{\mathrm{BA}}{}^{\mathrm{T}}\cdot\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}}\right]^{-1} \\ c''=\dfrac{c}{c-\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{v}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}}-\dfrac{c}{c-\boldsymbol{e}_{\mathrm{BA}}{}^{\mathrm{T}}\cdot\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}}\end{cases} \tag{9}$$

1.3 相对运动误差分析及补偿方法探究

卫星相对运动误差是指由于卫星的高速运动而引起的测距与时间同步误差。本文以轨道高度为 24 126 km，轨道倾角为 55°的标准 Walker24/3/2 星座为例[8]，仿真 GNSS 星座卫星之间的相对运动情况。

以 MEO11 为例，利用 STK 可以得到能与之组成拓扑结构的 MEO12,18,24,34 之间的速度与加速度[2]。仿真结果如图 4 所示。

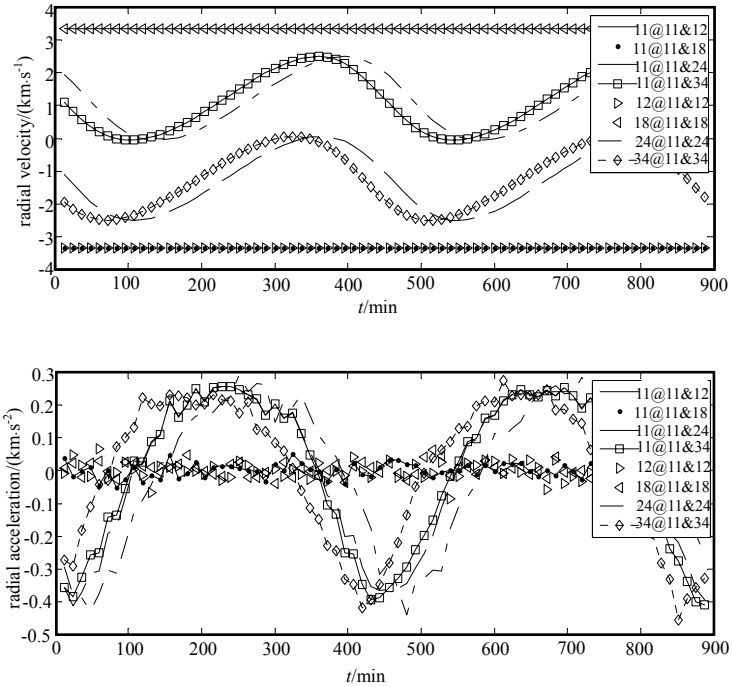

Fig.4 Radial velocity and acceleration between MEO11 and other 4 satellites
图 4 MEO11 与其他 4 颗卫星的径向速度及加速度

从图 4 中径向加速度图中可以看出，卫星的径向速度变化缓慢，因此可以在一次测量过程中认为径向速度保持不变，即：

$$\begin{cases}\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}=v_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}(t_{\mathrm{A}})=v_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}(t_{\mathrm{B}}) \\ \bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}=v_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}(t_{\mathrm{A}})=v_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}(t_{\mathrm{B}})\end{cases} \tag{10}$$

进一步分析式(8)中的 c',c''，得到：

$$c'\approx 1-\frac{1}{2}\frac{\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}+\boldsymbol{e}_{\mathrm{BA}}{}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}}{c}=1-\frac{1}{2}\frac{\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\left(\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}-\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\right)}{c} \tag{11}$$

$$c''\approx\frac{\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}-\boldsymbol{e}_{\mathrm{BA}}{}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}}{c}=\frac{\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\left(\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}+\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\right)}{c} \tag{12}$$

由简化后的式(11)、式(12)可以明显地分析出，当星间链路进行距离和钟差的解耦时，若不考虑卫星的动态误差，则引起的最大距离误差(以时间为单位)为：

$$-\tau\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\left(\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}-\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\right)_{\max}\Big/2c \tag{13}$$

最大时间同步误差为：

$$\tau\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\left(\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}+\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\right)_{\max}\Big/c \tag{14}$$

将式(11)、式(12)代入式(8)中可得到式(15)：

$$\begin{cases} \tau(t_{\mathrm{B}}) = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\rho_{\mathrm{BA}}(t_{\mathrm{B}})}{c} + \dfrac{\rho_{\mathrm{AB}}(t_{\mathrm{A}})}{c} - \Delta\tau\dfrac{c}{c - \boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}} - ZV_{+} - \varepsilon_{+}\right]\left[1 - \dfrac{1}{2}\dfrac{\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\left(\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}} - \bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\right)}{c}\right] \\ \Delta t = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\rho_{\mathrm{BA}}(t_{\mathrm{B}})}{c} - \dfrac{\rho_{\mathrm{AB}}(t_{\mathrm{A}})}{c} + \tau(t_{\mathrm{B}})\dfrac{\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\left(\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}} + \bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\right)}{c} + \Delta\tau\dfrac{c}{c - \boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{B}}} + ZV_{-} + \varepsilon_{-}\right] \end{cases} \tag{15}$$

式(15)中，第 1 个公式的误差项可以利用两星之间的多普勒测量值进行消除。在测距误差去除之后，利用本星或者对方星的速度就可以消除第 2 个公式钟差测量过程中相对运动造成的误差。以 B 星距离与钟差的解耦过程为例，在已知 A 星速度的前提下，对该方法进行推导。

由扩频通信原理可知[9]：

$$f_{\mathrm{d}} = \frac{v}{c}f \tag{16}$$

式中：f_{d} 为接收到的多普勒频移值；v 为两卫星连线上的相对速度；f 为信号的发射频率。利用式(16)可以将式(13)、式(14)改写：

$$\left(-\tau f_{\mathrm{d}}/2f\right)_{\max} \tag{17}$$

$$\tau\left(f_{\mathrm{d}}/f + 2\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}/c\right)_{\max} \tag{18}$$

将式(17)、式(18)代入式(15)即可得到相对运动补偿后的距离与钟差解耦公式。

1.4 星历误差影响分析

GPS 测量定位通过将卫星位置作为已知基准值来确定测量点的位置。因此卫星广播星历的误差极大地影响了定位精确度。根据观测方程：

$$\rho_k^j = \left[\left(X^j - X_k\right)^2 + \left(Y^j - Y_k\right)^2 + \left(Z^j - Z_k\right)^2\right]^{1/2} + c\delta t_k^j + c\delta t^j + \delta\rho_{kI}^j + \delta\rho_{kT}^j + v_k^j \tag{19}$$

式中：δt_k^j 表示卫星 j 的时钟误差；δt^j 表示接收机时钟误差；$\delta\rho_{kI}^j$ 表示电离层延迟误差；$\delta\rho_{kT}^j$ 表示对流层延迟误差；v_k^j 表示随机误差。当卫星坐标 $\left(X^j, Y^j, Z^j\right)$ 有 $\left(\delta X^j, \delta Y^j, \delta Z^j\right)$ 的误差时，将引起距离误差为：

$$\delta\rho_k^j = l_k^j\delta X^j + m_k^j\delta Y^j + n_k^j\delta Z^j \tag{20}$$

其中

$$l_k^j = \left(X^j - X_k\right)\Big/\sqrt{\left(X^j - X_k\right)^2 + \left(Y^j - Y_k\right)^2 + \left(Z^j - Z_k\right)^2} \tag{21}$$

$$m_k^j = \left(Y^j - Y_k\right)\Big/\sqrt{\left(X^j - X_k\right)^2 + \left(Y^j - Y_k\right)^2 + \left(Z^j - Z_k\right)^2} \tag{22}$$

$$n_k^j = \left(Z^j - Z_k\right)\Big/\sqrt{\left(X^j - X_k\right)^2 + \left(Y^j - Y_k\right)^2 + \left(Z^j - Z_k\right)^2} \tag{23}$$

设卫星 3 个方向坐标的均方差为 $\sigma_{X^j}, \sigma_{Y^j}, \sigma_{Z^j}$，由于 3 个方向的误差互不相关，则引起的距离的均方误差为：

$$\sigma\rho_k^j = \sqrt{\left(l_k^j\sigma_{X^j}\right)^2 + \left(m_k^j\sigma_{Y^j}\right)^2 + \left(n_k^j\sigma_{Z^j}\right)^2} \tag{24}$$

如果近似地认为 $\sigma_{X^j} \approx \sigma_{Y^j} \approx \sigma_{Z^j} \approx \sigma_j$，又因为 $\left(l_k^j\right)^2 + \left(m_k^j\right)^2 + \left(n_k^j\right)^2 = 1$，可得：

$$\sigma\rho_k^j = \sigma_j \tag{25}$$

从上面的分析可以看出，星历误差对卫星定位产生的影响主要体现在得到伪距之后利用星历计算卫星所在位置时导致的误差。在双向测距过程中不需要定位，只需要测距，因此星历引入的误差主要体现在方向向量的计算和速度的估计两方面。在速度估计方面，由于星历导致的误差可以导致速度有 0.1 cm/s[10]，因此速度误差对时间同步的影响可以忽略不计。在方向向量的估计方面，由于星历误差的影响造成方向矢量方向发生偏差，因此需要对该偏差进行分析。

根据式(17)、式(18)和钟差与距离解调公式，可以得到方向向量主要对钟差的测量产生影响，而距离的测量因采用了多普勒测量的概念，没有受到方向向量的影响。对式(18)中受到方向向量误差影响的部分进行分析。

对受到方向向量误差影响的部分展开，可以得到式(26)：

$$2\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\big/c=\frac{2}{c}\left|\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\right|\left|\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\right|\cos\alpha \tag{26}$$

式中 α 为 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}$ 与 $\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}$ 向量的夹角。由于星历中对 2 颗卫星位置估计不准，2 个向量之间的夹角会有一定的误差，如图 5 所示。

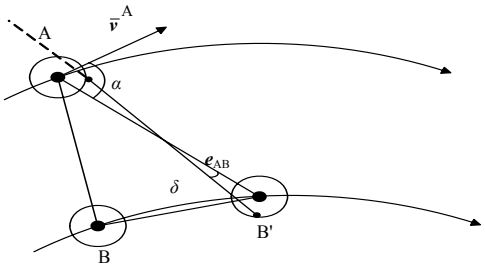

Fig.5 Direction vector included angle deviation
图 5 方向向量夹角误差示意图

设此误差值为 δ，则加入误差后的式(26)可表示为：

$$\frac{2\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}}{c}=\frac{2}{c}\left|\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\right|\left|\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\right|\cos\left(\alpha+\delta\right) \tag{27}$$

由于 δ 是一个很小的角度误差，因此可以将由 δ 引起的误差用式(28)表示：

$$\frac{2}{c}\left|\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\right|\left|\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\right|\left[\cos\left(\alpha+\delta\right)-\cos\alpha\right]\approx-\frac{2}{c}\left|\boldsymbol{e}_{\mathrm{AB}}{}^{\mathrm{T}}\right|\left|\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\right|\delta\sin\left(\alpha+\frac{\delta}{2}\right)\leqslant\frac{2}{c}\left|\boldsymbol{v}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\right|\delta\leqslant\frac{2}{c}\left|\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{LOS}}^{\mathrm{A}}\right|_{\max}\delta \tag{28}$$

角度偏差 δ 是由于利用星历对卫星位置估计不准造成的，而实际测量的两者之间的距离是准确的，在这样的条件下可以将求解 δ 的范围问题转化成如下平面几何问题：2 个圆的圆心距离为 L，半径为 R，求解 2 个圆上相连 2 点距离为 L 的线段与圆心连线的夹角的最大值。其示意图如图 6 所示。

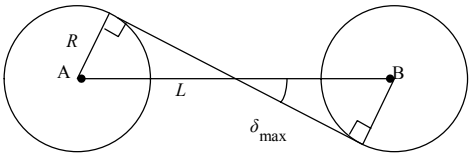

Fig.6 Angular deviation
图 6 角度偏差示意图

通过证明可以得到满足上述条件的夹角值最大不会超过 2 个圆内切线与圆心连线的夹角，也就是图中的 $\delta_{\max}$。利用三角关系可以得到 $\sin\delta_{\max}=2R/L$，综合式(18)、式(28)可得到最大的误差为：

$$2\left|\boldsymbol{v}^{\mathrm{A}}\right|_{\max}\arcsin\left(2R/L\right)\tau/c \tag{29}$$

式中：τ 为信号在 2 颗卫星之间的传输延迟；R 为由于星历不准造成的误差半径；L 为 2 颗卫星之间的真实距离；$\left|\boldsymbol{v}^{A}\right|_{\max}$ 为卫星运动的最大平均速度。根据仿真环境中的设定，R 大致为 20 m，L 为 500 km，由于夹角 $\delta_{\max}$ 很小，可以近似认为 $\arcsin\left(2R/L\right)=2R/L$。同时两星之间的传输延迟 τ 可以近似为 L/c，式(29)可以改写成式(30)：

$$4R\left|\boldsymbol{v}^{A}\right|_{\max}\big/c^{2} \tag{30}$$

设定 $\left|\boldsymbol{v}^{A}\right|_{\max}$ 为 9 km/s，可知最后的星历误差引起的误差量与星历误差成线性关系。根据上述参数设定，星历误差造成的影响可以忽略不计。

2　仿真验证

以 1.3 节所述仿真场景为基础，对 MEO11 与 MEO32 之间的相对运动情况进行了仿真。仿真时间为 1 天(86 400 s)，设星间钟差为 10 ns，在不考虑星间相对运动的情况下，双向测距方法得到的距离与钟差解耦误差如图 7、图 8 所示。

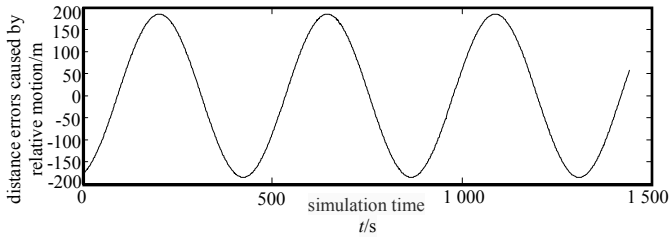

Fig.7 Distance errors caused by relative motion
图 7 相对运动造成的距离解耦误差图

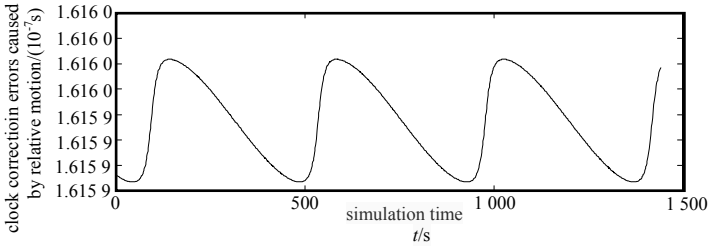

Fig.8 Clock correction errors caused by relative motion
图 8 相对运动造成的钟差解耦误差图

从图 7、图 8 可以看出，在不考虑相对运动造成的误差时，其距离解耦误差最大为 ±185 m，同时钟差解耦误差也高达 160 ns，因此在追求高精确度测量和时间同步时，相对运动造成的影响必须去除。

利用 1.3 节提出的方法进行补偿之后，可以极大地减少相对运动造成的影响(这里忽略其他误差项的影响)，仿真结果如图 9、图 10

所示。经过相对运动补偿之后，可以看到距离解耦误差减小到 3 mm 左右，钟差解耦误差降到 0.001 ns 左右，仿真结果表明，1.3 节所提出的运动补偿算法能够有效补偿因为卫星之间的相对运动造成的距离与钟差解耦误差。

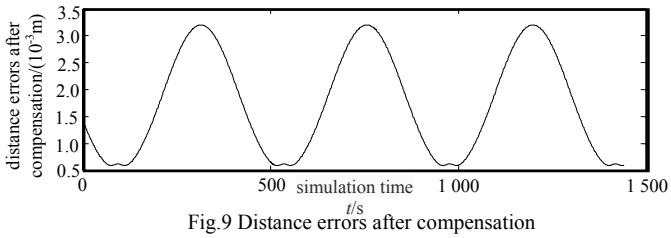

Fig.9 Distance errors after compensation

图 9 补偿后的距离误差

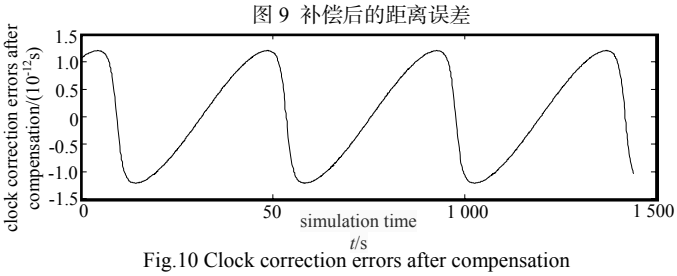

Fig.10 Clock correction errors after compensation

图 10 补偿后的钟差误差

3 结论

GNSS 卫星之间由于其自身的高速运动和卫星之间的距离较大，导致由相对运动造成的误差在高精确度测距与时间同步中已不可忽略。本文在已有的双向测距与时间同步方法的基础上，分析了相对运动导致的卫星测距误差及其引起的钟差与距离解耦误差，并由此提出了一种利用星间多普勒测量值与某一卫星速度的相对运动补偿方法。同时理论分析了星历误差相对运动补偿方法的影响，得出了星历误差的影响可以忽略不计的结论。通过仿真实验，在忽略其他误差影响的情况下，该方法可以将距离与钟差解耦误差分别降到 3 mm 和 0.001 ns 以下。仿真结果验证了方法的可行性，并能提高星间测距精确度与时间同步精确度。对于其他需要消除由于相对速度和距离造成的双向测距与时间同步误差的场景，该方法也具有适用性。

参考文献：

[1] 李雪,张其善,徐勇,等. AFF 组网通信与测距/时间同步的新体制研究[J]. 通信学报, 2008,29(9):81-87. (LI Xue,ZHANG Qishan,XU Yong,et al. New techniques of intra-satellite communication and ranging/time synchronization for autonomous formation flyer[J]. Journal on Communications, 2008,29(9):81-87.)

[2] 徐勇,常青,于志坚. GNSS 星间链路测量与通信方法研究[J]. 中国科学, 2012,42(2):230-240. (XU Yong,CHANG Qing,YU Zhijian. On new measurement and communication techniques of GNSS inter-satellite links[J]. Science China, 2012,42(2):230-240.)

[3] 李雪,张其善,习清伶,等. 基于异步通信链路的 AFF 星间基线测量技术研究[J]. 宇航学报, 2008,29(4):1370-1374. (LI Xue,ZHANG Qishan,XI Qingling,et al. The inter-satellite baseline ranging technology for autonomous formation flyer based on asynchronization communication link[J]. Journal of Astronautics, 2008,29(4):1370-1374.)

[4] CCSDS 232.0-B-1. TC Space Data Link Protocol[S]. CCSDS Blue Book, 2003.

[5] CCSDS 231.0-B-1. TC Synchronization and Channel Coding[S]. CCSDS Blue Book, 2003.

[6] CCSDS 132.0-B-1. TM Space Data Link Protocol[S]. CCSDS Blue Book, 2003.

[7] CCSDS 131.0-B-1. TM Synchronization and Channel Coding[S]. CCSDS Blue Book, 2003.

[8] 王瑞,向开恒,译. 欧洲全球导航卫星系统比较研究—星座设计[Z]. 北京:中国空间技术研究院, 2001. (Translated by WANG Rui, XIANG Kaiheng. The study of GNSS-constellation design[Z]. Beijing:China Academy of Space Technology, 2001.)

[9] 谢钢. GPS 原理与接收机设计[M]. 北京:电子工业出版社, 2009. (XIE Gang. Principles of GPS and Receiver Design[M]. Beijing:Publishing House of Electronics Industry, 2009.)

[10] 刘伟平,郝金明,李作虎. 由广播星历解算卫星位置、速度及精度分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2010,30(2):144-147. (LIU Weiping,HAO Jinming,LI Zuohu. Solution method and accuracy analysis of satellite positon and velocity from broadcast ephemeris[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2010,30(2):144-147.)

作者简介：

许保达(1988-)，男，河北省沧州市人，在读硕士研究生，主要研究方向为卫星导航、远程精确时间同步.email:xubaoda@foxmail.com.

王　盾(1962-)，男，广西壮族自治区桂林市人，研究员，国家千人计划专家，主要研究方向为卫星导航.

常　青(1962-)，男，天津市人，教授，博士生导师，主要研究方向为移动通信、卫星导航.

徐　勇(1981-)，男，杭州市人，博士后，主要研究方向为卫星导航、星间链路通信.

吴佳鹏(1982-)，男，济南市人，高级工程师，主要研究方向为卫星导航.