文章编号： 2095-4980(2018)05-0786-06

基于扩展集员滤波与信息几何的机动目标跟踪

孙 伟[1]，赵心悦[2]，张玉玺*[2]，孙进平[2]

(1.南京电子技术研究所，江苏 南京 210039；2.北京航空航天大学 电子信息工程学院，北京 100191)

摘 要： 面对当前日益复杂的雷达跟踪目标和环境，广泛应用的卡尔曼滤波及其扩展类算法虽然能以较少的计算量得到较好的跟踪效果，但其要求过程噪声与量测噪声符合零均值高斯分布，否则会导致滤波发散。为解决系统状态及噪声未知但有界情况下的机动目标跟踪问题，介绍了一种扩展集员滤波机动目标跟踪算法，并辅以基于信息几何的跟踪性能监测处理。通过仿真分析验证了基于集员滤波与信息几何的机动目标跟踪边界约束性能及跟踪准确度较好，且能通过统计流形距离的变化来探测目标是否发生机动。

关键词： 目标跟踪；集员滤波；信息几何；机动监测

中图分类号： TN953 **文献标志码：** A **doi：** 10.11805/TKYDA201805.0786

Maneuvering target tracking with the extended set-membership filter and information geometry

SUN Wei[1]，ZHAO Xinyue[2]，ZHANG Yuxi*[2]，SUN Jinping[2]

(1.Nanjing Electronic Technology Research Institute，Nanjing Jiangsu 210039，China；
2.School of Electronic and Information Engineering，Beihang University，Beijing 100191，China)

Abstract： With the increasingly complex tracking targets and environment in radar application, the widely used Kalman filter and extended versions can track targets with less few calculations. However, it requires the system noises including process noise and measurement noise in a zero mean and Gaussian case, otherwise, it may lead to poor performance. In order to solve the problem of tracking a maneuvering target, when process and measurement noises are unknown-but-bounded, an extended set-membership filter and the tracking quality method based on information geometry are proposed. Simulation analysis shows that the set-membership filter provides distinct advantages in tracking performance including state bounding and tracking accuracy, and the maneuver behaviors of target can be identified through counting the changes of distances on the manifold.

Keywords： target tracking；set-membership filter；information geometry；maneuvering monitoring

随着当前雷达跟踪目标逐渐向高机动性、运动不确定性发展且跟踪环境杂波密集，稳定的状态滤波算法与跟踪性能监测方法持续得到广大学者的重视[1]。在实际应用，如卫星发射、导弹防御、敌机定位等情况中，目标周围环境的先验知识往往局限于噪声在一定范围内有界，但无法确定其具体结构，且目标需要被约束在一定区域内。针对适合在该环境下实现目标跟踪的集员滤波算法进行研究，并辅以基于信息几何的跟踪性能监测方法，以便更好地跟踪目标。集员滤波的基本思想为：当系统输入、状态噪声及量测噪声未知但有界时，可以得到目标状态估计，并将目标位置约束在已知区域内。集员滤波算法最初仅针对线性系统，它由 Witsenhausen 及 Schweppe 提出系统框架，给出椭球估计理论及递归算法流程[2]。Ghaoui 与 Calafiore 提出用凸优化方式更新目标状态向量及其协方差矩阵[3]。在非线性估计方面，集员滤波算法也有所发展，Scholte 与 Campbell 利用与扩展卡尔曼滤波相似的线性化思想，提出一种扩展集员滤波算法，并论证了系统可观时，算法即具有稳定性[4]。本文在其基础上，提出一种雷达机动目标跟踪的扩展集员滤波算法。

收稿日期： 2018-03-28；**修回日期：** 2018-05-04
基金项目： 国家自然科学基金资助项目(61471019)
*__通信作者：__ 张玉玺 email:zhangyuxi@buaa.edu.cn

基于信息几何的跟踪性能监测的基本思想是在目标动力学模型未知的情况下,对目标进行跟踪的同时对目标跟踪性能的退化进行监测，以判断目标何时发生机动。目标机动的发生将使原本的模型变差，从而造成目标状态估计偏离真实状态，因此可以通过观测目标估计的统计流形距离变化来探测目标是否发生机动及机动结束。本文基于信息几何的跟踪性能监测方法与文献[5]中性能监测方法相比，可以得到更为合理的统计流形距离。

1　非线性状态空间模型

对于离散时变系统，系统状态方程及量测方程可表示为：

$$\boldsymbol{X}_{k+1}=f\left(\boldsymbol{X}_k,\boldsymbol{W}_k\right) \tag{1}$$

$$\boldsymbol{Y}_k=h\left(\boldsymbol{X}_k,\boldsymbol{V}_k\right) \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{X}_k$为目标状态向量；$\boldsymbol{Y}_k$为量测输出；$\boldsymbol{W}_k$和 $\boldsymbol{V}_k$分别为过程噪声与测量噪声，集员滤波中认为它们是未知但有界的复合高斯白噪声,且目标状态位于以目标估计为几何中心,由协方差矩阵确定半径大小的椭圆区域内。即：

$$\boldsymbol{W}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_k^{-1}\boldsymbol{W}_k\leqslant 1 \tag{3}$$

$$\boldsymbol{V}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_k^{-1}\boldsymbol{V}_k\leqslant 1 \tag{4}$$

$$\left(\boldsymbol{X}_k-\hat{\boldsymbol{X}}_k\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_k^{-1}\left(\boldsymbol{X}_k-\hat{\boldsymbol{X}}_k\right)\leqslant 1 \tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{Q}_k$与 $\boldsymbol{R}_k$分别为 $\boldsymbol{W}_k$和 $\boldsymbol{V}_k$的方差矩阵，且均为对称正定矩阵。$\hat{\boldsymbol{X}}_k$为对 $\boldsymbol{X}_k$的估计，$\boldsymbol{P}_k$为对称正定的状态协方差矩阵。

集员滤波算法是一种循环递归算法，每次递归运算更新目标运动状态。已知k时刻目标运动状态 $\boldsymbol{X}_k$，能够得到$k+1$时刻的目标状态 $\boldsymbol{X}_{k+1}$，协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{k+1}$满足

$$\left(\boldsymbol{X}_{k+1}-\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{k+1}^{-1}\left(\boldsymbol{X}_{k+1}-\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1}\right)\leqslant 1 \tag{6}$$

且为正定矩阵。

2　扩展集员滤波

在非线性离散时间目标跟踪问题中，机动目标状态方程和量测方程分别为：

$$\boldsymbol{X}_{k+1}=f\left(\boldsymbol{X}_k,\boldsymbol{W}_k\right)=f\left(\boldsymbol{X}_k\right)+\boldsymbol{W}_k \tag{7}$$

$$\boldsymbol{Y}_k=h\left(\boldsymbol{X}_k,\mathbf{V}_k\right)=h\left(\boldsymbol{X}_k\right)+\boldsymbol{V}_k \tag{8}$$

为将目标状态方程线性化，令其在 $\hat{\boldsymbol{X}}_k$处进行一阶泰勒级数展开：

$$\boldsymbol{X}_{k+1}=f(\boldsymbol{X}_k)_{\boldsymbol{X}_k=\hat{\boldsymbol{X}}_k}+\left.\frac{\partial f\left(\boldsymbol{X}_k\right)}{\partial x}\right|_{\boldsymbol{X}_k=\hat{\boldsymbol{X}}_k}\left(\boldsymbol{X}_k-\hat{\boldsymbol{X}}_k\right)+O\left(\boldsymbol{X}_k^2\right)+\boldsymbol{W}_k \tag{9}$$

式中$O\left(\boldsymbol{X}_k^2\right)$为拉格朗日余项，多数滤波算法中对其忽略不计。扩展集员滤波定义联合过程噪声$\hat{\boldsymbol{W}}_k=O\left(\boldsymbol{X}_k^2\right)+\boldsymbol{W}_k$，即式(9)可表示为：

$$\boldsymbol{X}_{k+1}=f\left(\boldsymbol{X}_k\right)\Big|_{\boldsymbol{X}_k=\hat{\boldsymbol{X}}_k}+\left.\frac{\partial f\left(\boldsymbol{X}_k\right)}{\partial x}\right|_{\boldsymbol{X}_k=\hat{\boldsymbol{X}}_k}\left(\boldsymbol{X}_k-\hat{\boldsymbol{X}}_k\right)+\hat{\boldsymbol{W}}_k \tag{10}$$

同理，利用一阶泰勒级数将量测方程线性化。

$$\boldsymbol{Y}_k=h\left(\boldsymbol{X}_k\right)\Big|_{\boldsymbol{X}_k=\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1}}+\left.\frac{\partial h\left(\boldsymbol{X}_k\right)}{\partial x}\right|_{\boldsymbol{X}_k=\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1}}\left(\boldsymbol{X}_k-\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k}\right)+\hat{\boldsymbol{V}}_k \tag{11}$$

可证联合过程噪声、测量噪声仍约束在椭圆区域内[4]

$$\hat{\boldsymbol{W}}_k^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{Q}}_k^{-1}\hat{\boldsymbol{W}}_k\leqslant 1 \tag{12}$$

$$\hat{\boldsymbol{V}}_k^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{R}}_k^{-1}\hat{\boldsymbol{V}}_k\leqslant 1 \tag{13}$$

扩展集员滤波算法的迭代过程中，目标状态一步预测与状态协方差一步预测分别为：

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k}=f\left(\hat{\boldsymbol{X}}_k\right) \tag{14}$$

$$\boldsymbol{P}_{k+1|k}=\boldsymbol{A}_k\frac{\boldsymbol{P}_k}{1-\beta}\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{T}}+\frac{\boldsymbol{Q}_k}{\beta} \tag{15}$$

新息与新息协方差为：

$$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{Y}_{k+1}-h\left(\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k}\right) \tag{16}$$

$$\boldsymbol{S}_{k+1}=\boldsymbol{C}_k\frac{\boldsymbol{P}_{k+1|k}}{1-\rho}\boldsymbol{C}_k^{\mathrm{T}}+\frac{\boldsymbol{R}_k}{\rho} \tag{17}$$

式中：$\boldsymbol{A}_k=\left.\frac{\partial f\left(\boldsymbol{X}_k\right)}{\partial x}\right|_{\boldsymbol{X}_k=\hat{\boldsymbol{X}}_k}$ 和 $\boldsymbol{C}_k=\left.\frac{\partial h\left(\boldsymbol{X}_k\right)}{\partial x}\right|_{\boldsymbol{X}_k=\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k}}$ 分别为 f 与 h 的雅克比矩阵；参数 β 及 ρ 为衡量椭球区域大小的值为 0~1 的实数。

目标状态协方差更新方程为：

$$\boldsymbol{P}_{k+1}=\boldsymbol{P}_{k+1|k}-\frac{\boldsymbol{P}_{k+1|k}}{1-\rho}\boldsymbol{C}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{P}_{k+1|k} \tag{18}$$

目标状态更新方程为：

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k+1}=\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k}+\rho\boldsymbol{P}_{k+1}\boldsymbol{C}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_k^{-1}\boldsymbol{e} \tag{19}$$

为得到体积最小的椭球区域边界，β 及 ρ 每个时刻可分别进行优化更新[6]。参数 β 更新条件为：

$$\beta=\arg\ \min\left(\det\boldsymbol{P}_{k+1|k}\right) \tag{20}$$

设参数 $q=\frac{1}{\beta-1}$ $(0<q<\infty)$，使得 q 满足单变量非线性方程：

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i+q}=\frac{n}{q\left(q+1\right)} \tag{21}$$

式中 λ_i 为矩阵 $\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{Q}}_k$ 的特征值。

参数 ρ 更新条件为[7]：

$$\rho=\arg\ \min\left(\det\boldsymbol{P}_{k+1}\right) \tag{22}$$

令 l_m 与 r_m 分别为矩阵 $\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{P}_{k+1|k}\boldsymbol{C}_k^{\mathrm{T}}$ 与 $\hat{\boldsymbol{R}}_k$ 的最大特征值，则有

$$\rho=\frac{\sqrt{r_m}}{\sqrt{l_m}+\sqrt{r_m}} \tag{23}$$

与利用凸优化的集员滤波相比，上述扩展集员滤波算法虽然椭球区域范围稍大，但该算法运用与卡尔曼滤波相似的结构对目标状态递归更新，极大缩短了运算时间，实时性较好[8]。

3 基于信息几何的机动目标跟踪性能监测

信息几何是在黎曼流形基础上采用现代微分几何方法研究统计学和信息领域问题而提出的一套新的理论体系。流形是局部具有欧式空间性质的拓扑空间，与欧式空间不同，在流形中由于空间的弯曲，通常定义两概率分布点之间的积分距离为所有连接 2 个分布的曲线中的最小长度，并称之为 Fisher 信息距离。在多条连接 2 点的曲线中，测地线是距离最短的。

对于多元高斯流形，统计流形 N_p 中的测地曲线 $\left(\boldsymbol{\mu}(t),\boldsymbol{\Sigma}(t)\right)\left(t\in\boldsymbol{R}\right)$ 满足测地线方程

$$\begin{cases}\ddot{\boldsymbol{\Sigma}}+\dot{\boldsymbol{\mu}}\dot{\boldsymbol{\mu}}^t-\dot{\boldsymbol{\Sigma}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\dot{\boldsymbol{\Sigma}}=0\\ \ddot{\boldsymbol{\mu}}-\dot{\boldsymbol{\Sigma}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\dot{\boldsymbol{\mu}}=0\end{cases} \tag{24}$$

Shooting 算法是一种在已知起点、终点概率分布的情况下求得初始切向量，并能够由初始切向量推导得到测地线距离的算法[9]。下面对其求解测地线距离的过程进行介绍。测地线定义为：

$$\boldsymbol{B}=\exp_{\boldsymbol{A}}\left(\boldsymbol{V}\right) \tag{25}$$

$$\boldsymbol{V}=\log_{\boldsymbol{A}}\left(\boldsymbol{B}\right) \tag{26}$$

式中：$\exp_{\boldsymbol{A}}\left(\boldsymbol{V}\right)$ 为测地线方程的解，即 A 与 $\boldsymbol{B}$ 两点间最短曲线路径；$\log_{\boldsymbol{A}}\left(\boldsymbol{B}\right)$ 则为该曲线路径于 A 点处的初始切向量。

如将向量场 $\boldsymbol{V}$ 沿着统计流形 N_p 的测地线平行移动，移动向量场满足微分方程

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}_{\mu}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Sigma}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{V}_{\mu} + \dfrac{1}{2}\boldsymbol{V}_{\Sigma}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\mu}}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}_{\Sigma}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{2}\left\{\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Sigma}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{V}_{\Sigma} + \boldsymbol{V}_{\Sigma}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Sigma}}{\mathrm{d}t}\right\} - \dfrac{1}{2}\left\{\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\mu}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{V}_{\mu}^{t} + \boldsymbol{V}_{\mu}\left(\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\mu}}{\mathrm{d}t}\right)^{t}\right\} \end{cases} \tag{27}$$

雅克比场指的是沿着测地线 γ 分布的向量场，可定义为：

$$\boldsymbol{J}(t) = \left.\frac{\partial \gamma_{\tau}}{\partial \tau}\right|_{\tau=0} \tag{28}$$

式中 τ 为测地线变化，且 $\gamma_0=\gamma$。可知 $\boldsymbol{J}$ 满足雅克比方程

$$\frac{D^2}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{J}(t) + R\big(\boldsymbol{J}(t),\dot{\gamma}(t)\big)\dot{\gamma}(t) = 0 \tag{29}$$

式中 R 为黎曼曲率张量，它能够描述几何体的弯曲程度。

例如已知统计流形中，$\boldsymbol{P}_0$ 与 $\boldsymbol{P}_1$ 两概率分布点间的测地曲线 γ 及 $\boldsymbol{P}_0$ 处初始切向量 $\boldsymbol{V}_0$，假设 $\boldsymbol{V}_0$ 受到极小切向量 $\boldsymbol{W}_0$ 的扰动，变为 $\boldsymbol{V}_0+\boldsymbol{W}_0$，则终点 $\boldsymbol{P}_1$ 处的扰动可通过式(29)及 $\boldsymbol{J}(0)=0$，$\dot{\boldsymbol{J}}(0)=\boldsymbol{W}$ 求得的雅克比场推导得到。上述过程如图 1 所示。

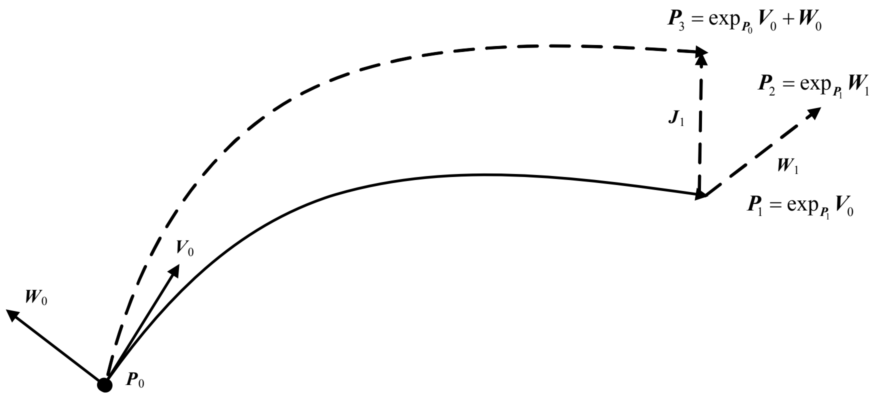

Fig.1 Shooting algorithm principle

图 1 Shooting 算法平行移动基本原理

将基于信息几何算法应用到雷达机动目标跟踪性能监测问题中时，首先用滤波算法对机动目标进行跟踪，接着将 $\boldsymbol{P}_0=\left(\boldsymbol{X}_k,\boldsymbol{P}_{k|k}\right)$ 作为起始点，$\boldsymbol{P}_1=\left(\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1},\boldsymbol{P}_{k|k-1}\right)$ 作为终点，求两概率分布点间的流形测地线距离，即可得到统计流形上由观测数据估计得到的分布与目标估计分布距离之差的大小，从而实现目标的机动检测[10]。

4　仿真分析

仿真场景为一个机动目标在三维空间内做匀速直线–转弯–匀速直线运动，仿真观测时间 t=100 s，采样周期 T=0.1 s。目标初始位置为[–1 000 –500 500](m)，初始速度为[600 –400 100](m/s)。

当 $1\,\mathrm{s}\leqslant t\leqslant 40\,\mathrm{s}$ 及 $70\,\mathrm{s}\leqslant t\leqslant 100\,\mathrm{s}$ 时，目标做匀速直线运动；当 $40\,\mathrm{s}\leqslant k\leqslant 70\,\mathrm{s}$ 时，以角速度 $\omega=\dfrac{\pi}{300T}\,\mathrm{rad/s}$ 做转弯运动。分别对扩展集员滤波算法、不敏卡尔曼滤波算法(Unscented Kalman Filter，UKF)以及交互式多模型(Interacting Multiple Model，IMM)算法进行 50 次蒙特卡洛跟踪滤波仿真。在 x 和 y 方向各时刻均方误差对比结果分别见图 2 和图 3。可以看出，当目标发生机动时，相比 UKF 和 IMM 算法，扩展集员滤波误差更小，说明扩展集员滤波跟踪性能更好。

采用基于信息几何的 Shooting 算法、LB(Lower Bound，Fisher-Rao 距离下边界)及 UB3(Upper Bound 3，Fisher-Rao 距离为第 3 种上边界)算法[11]，对上述场景下的扩展集员滤波机动目标跟踪性能进行监测，结果见图 4。可以看出，基于信息几何的 Shooting 算法和边界算法均能对目标机动时的跟踪性能降低进行监测，目标发生机动时，Shooting 算法与边界算法求得的 $\left(\boldsymbol{X}_k,\boldsymbol{P}_{k|k}\right)$ 与 $\left(\hat{\boldsymbol{X}}_{k|k-1},\boldsymbol{P}_{k|k-1}\right)$ 两点间的流形测地线距离明显增大，可作为判断目标发生机动的依据。

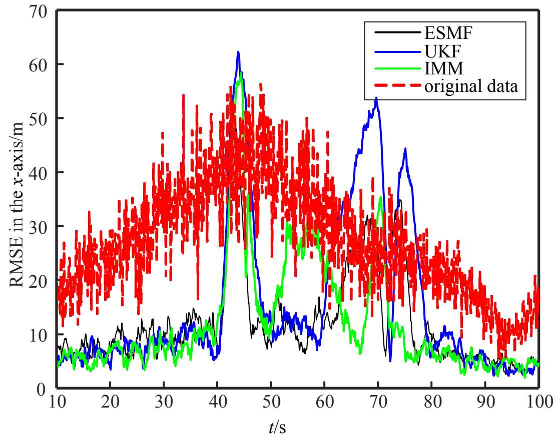

Fig.2 Position RMSE in the x-axis

图 2 x 方向距离均方误差对比

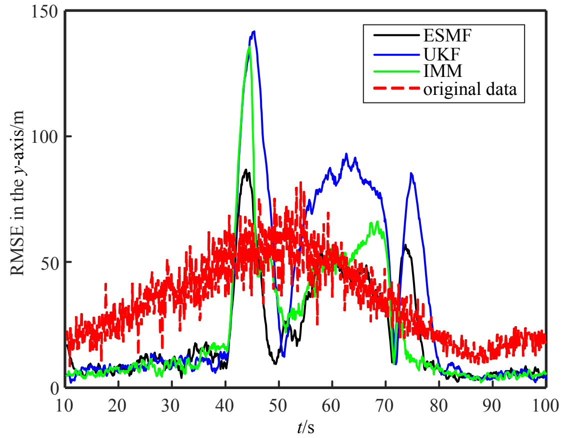

Fig.3 Position RMSE in the y-axis

图 3 y 方向距离均方误差对比

5 结论

本文提出一种扩展集员滤波机动目标跟踪算法，并辅以基于信息几何的跟踪性能监测处理。扩展集员滤波算法的优势主要包括：a) 不要求已知目标状态及噪声分布模型，只需要设置它们的取值范围，对环境适应能力强；b) 通过仿真结果可以看出，扩展集员滤波与 UKF,IMM 算法相比，边界约束能力与滤波估计精确度较好，适合应用于非平稳的机动目标跟踪系统；c) 扩展集员滤波计算量与卡尔曼滤波相当，具有实时性。基于信息几何的跟踪性能监测方法，可用于判断目标是否发生机动及机动结束，以便更好跟踪目标。

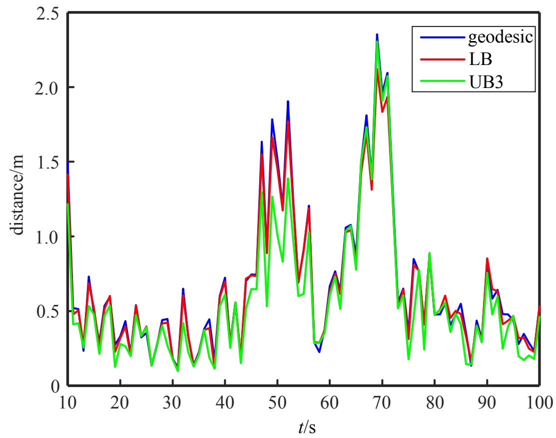

Fig.4 Difference between the distances for geodesic points of Shooting algorithm and bounds

图 4 Shooting 算法与边界算法目标跟踪性能监测

参考文献：

[1] 郭睿利,郭云飞,张云龙,等. 基于一种改进 IMMJPDA 算法的地面目标跟踪[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2012, 10(4):406-411. (GUO Ruili,GUO Yunfei,ZHANG Yunlong,et al. Ground target tracking based on an improved IMMJPDA algorithm[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2012,10(4):406-411.)

[2] SCHWEPPE F C. Recursive state estimation: unknown but bounded errors and system inputs[C]// Sixth Symposium on Adaptive Processes. 1967:102-107.

[3] El Ghaoui L,CALAFIORE G. Robust filtering for discrete-time systems with bounded noise and parametric uncertainty[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001,46(7):1084-1089.

[4] SCHOLTE E,CAMPBELL M E. A nonlinear set-membership filter for on-line applications[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2003,13(13):1337-1358.

[5] RU J,BASHI A,LI X R. Performance comparison of target maneuver onset detection algorithms[J]. Proc SPIE, 2004,5428(1):419-428.

[6] BECIS-AUBRY Y,BOUTAYEB M,DAROUACH M. A stable recursive state estimation filter for models with nonlinear dynamics subject to bounded disturbances[C]// Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control 2006. San Diego,CA,United States:IEEE, 2006:1321-1326.

[7] ZHOU B,HAN J,LIU G. An enhanced adaptive set-membership filter for nonlinear ellipsoidal estimation[C]// 2007 American Control Conference. NewYork,NY,United States:IEEE, 2007:5135-5140.

[8] WANG Z,SHEN X,ZHU Y,et al. Monte Carlo set-membership filtering for nonlinear dynamic systems[C]// International Conference on Information Fusion. Heidelberg,Germany:IEEE, 2016:1071-1078.

[9] HAN M,PARK F C. DTI segmentation and fiber tracking using metrics on multivariate normal distributions[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2014,49(2):317-334.

(下转第 795 页)