第21卷 第6期
2023年6月

太赫兹科学与电子信息学报
Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology

Vol.21，No.6
Jun.，2023

文章编号：2095-4980(2023)06-0725-09

多基站非圆信号直接定位：降维PM与泰勒补偿

刘云天，史鑫磊*

(南京航空航天大学 电子信息工程学院，江苏 南京 211106)

摘　要：针对现有多阵列非圆(NC)信号直接定位方法(DPD)谱峰搜索计算复杂度高，对基站的位置比较敏感，没有考虑信号在空间中传播时的损耗差异，导致估计性能不稳定的问题，提出一种联合降维传播算子与泰勒补偿(JRT-PM)的非圆信号直接定位算法。首先根据非圆信号的椭圆协方差信息扩展阵列孔径，通过降维方法消除非圆相位搜索维度进行粗估计降低计算复杂度，然后联合所有基站的信息进行泰勒补偿提升算法估计性能。仿真实验表明，相比于传统到达角K均值聚类(AOA-clustering)两步定位算法、最小均方无畸变响应(MVDR)直接定位算法、子空间数据融合(SDF)直接定位算法，所提算法在提升定位精确度的同时可以估计更多目标；与非圆传播算子(NC-PM)直接定位相比，所提算法在保证估计性能的同时显著降低了计算复杂度。

关键词：非圆信号；传播算子；降维；泰勒补偿；直接定位

中图分类号：TN911　　**文献标志码：**A　　**doi：**10.11805/TKYDA2022210

DPD of NC signals with multiple base stations: Reduced Dimension Propagator Method and Taylor compensation

LIU Yuntian，SHI Xinlei*

(College of Electronic Information Engineering，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing Jiangsu 211106，China)

Abstract： There exist the following problems in the available methods for Direct Position Determination(DPD) of Non-Circular(NC) sources with multiple base stations: high computational complexity of spectral peak search, sensitivity to the location of base stations, and lack of consideration of the difference in signal loss when propagating in space, which leads to unstable performance. A DPD method is proposed for NC sources: Joint Reduced Dimension Propagator Method and Taylor Compensation(JRT-PM). First, the array aperture is expanded according to the elliptic covariance information of NC signals. Then, the NC phase search dimension is eliminated by the dimension reduction method for rough estimation to reduce the computational complexity. Next, the Taylor compensation is combined with the information of all base stations to improve the estimation performance of the algorithm. Simulation experiments show that compared with the traditional two-step localization algorithm by Angle Of Arrival K-means clustering(AOA-clustering), Minimum Variance Distortionless Response(MVDR) DPD method and Subspace Data Fusion(SDF) DPD method, the proposed algorithm can estimate more targets while improving the localization accuracy. Compared with Non-Circular Propagator Method(NC-PM) DPD method, the proposed algorithm significantly reduces the computational complexity while ensuring the estimation performance.

Keywords： Non-Circular signal；propagator method；dimension reduction；Taylor Compensation；Direct Position Determination

被动定位是近年来阵列信号处理的一个热点研究，在很多领域都有广泛的应用，如雷达探测[1]、无线通信[2]、国防军事[3]等。无线定位技术大致可分为2类：两步定位与直接定位。两步定位需要先从原始数据中估计

收稿日期：2022-10-17；**修回日期：**2022-11-28

基金项目：国家自然科学基金资助项目(61971217)

*通信作者：史鑫磊　email:lincoln@nuaa.edu.cn

出中间参数，如到达时间差[4]、到达角[5]、到达时间[6]等，然后再根据空间几何关系解算目标位置。经典算法有AOA-clustering两步定位[7]。直接定位与之不同，无需估计中间参数，因此避免了中间参数的误差传递，理论上直接定位的估计性能优于两步定位[8]。现代通信技术的飞速发展引进了更加复杂的电磁环境，因此研究具有高精确度的直接定位方法具有重要意义。

根据信号的椭圆协方差是否为零可将信号分为圆信号和非圆信号[9]。目前，国内外学者针对圆信号的直接定位算法已进行了大量研究：Ximeng ZHANG提出了基于移动互质阵的直接定位方法[10]；K HAO提出了基于间歇发射源的高分辨力直接定位算法[11]；A J WEISS提出了估计多个已知和未知射频信号的直接定位算法[12]；Tianzhu QIN提出了一种多阵列基于最大似然的直接定位方法[13]；A J WEISS提出了基于MVDR的直接定位算法[14]；OISPUU提出了结合Capon与最大似然的直接定位技术[15]等。但在现代无线通信中也存在许多非圆信号，如调幅(Amplitude Modulation，AM)信号、正交相移键控(Quadrature Phase Shift Keying，QPSK)信号、二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying，BPSK)信号等，因而研究非圆信号的直接定位算法具有重要意义[16]。近些年有学者将非圆信号波达角(Direction Of Arrival，DOA)估计中的扩展阵列孔径的思想扩展用于非圆信号的直接定位中：尹洁昕等提出了基于移动阵列的非圆信号直接定位算法[17]；张彦奎等在此基础上提出了基于移动互质阵的非圆信号直接定位算法，并用多普勒频移扩展阵列孔径[18]提升估计性能。然而上述非圆信号直接定位算法不仅需要对地理坐标进行网格搜索，还需对非圆相位进行搜索，其计算复杂度很大，降低了算法的实用性。最近，曾浩威等考虑到非圆相位带来的高复杂度提出了多阵列中非圆信号借助于降维搜索和子空间数据融合的直接定位算法[19]，在保证算法估计性能的同时，通过消除非圆相位的搜索维度达到降低计算复杂度的目的。但实际中各基站的接收信号信噪比差异往往较大，这种差异对算法估计性能的影响不可忽视[20]，现有的非圆信号直接定位算法并没有考虑到这种差异的影响，因此对基站的位置比较敏感，导致估计精确度不足。

为此，本文提出一种多基站非圆源直接定位：降维PM与泰勒补偿方法。仿真结果表明，与传统AOA-clustering两步定位算法[7]、MVDR直接定位算法[14]、SDF直接定位算法[12]相比，所提算法在降低计算复杂度的同时保证了定位精确度。

1 数据模型

1.1 多基站联合定位模型

考虑如图1所示的多基站联合定位场景。假设远场有K个波长为τ的非相干窄带非圆信号入射到已知位置的L个基站，且每个基站配备有沿着x轴方向水平放置的M个阵元的均匀线阵，其阵元间距均为d。在该二维平面中，假定未知的目标位置为$\boldsymbol{p}_k=\left[x_k,y_k\right]^{\mathrm{T}}(k=1,2,\cdots,K)$，已知的基站位置为$\boldsymbol{u}_l=\left[x_l,y_l\right]^{\mathrm{T}}(l=1,2,\cdots,L)$，每个基站的快拍数为$T$。考虑到信号在信道中传播时存在损耗，即相同的辐射源信号冲击不同的基站时，各基站的接收信号信噪比差异往往较大。

因此定义信道传播损耗因子为：

$$\beta_{l,k}=\sqrt{\sigma_{l,k}^2/\sigma_k^2} \tag{1}$$

式中σ_k^2与$\sigma_{l,k}^2$分别为第k个辐射源的发射功率和第k个辐射源在第l个基站处的实测功率。第l个基站在t时刻的接收数据向量可表示为[21]：

$$\boldsymbol{r}_l(t)=\sum_{k=1}^{K}\beta_{l,k}\boldsymbol{a}_l\left(\boldsymbol{p}_k\right)\boldsymbol{s}_k(t)+\boldsymbol{n}_l(t) \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{s}_k(t)$为第k个辐射源在t时刻的发射信号；$\boldsymbol{n}_l(t)$为第l个基站噪声矢量，这里假设其为零均值的高斯白噪声，噪声功率为$\sigma_{l,n}^2$；导向矢量$\boldsymbol{a}_l\left(\boldsymbol{p}_k\right)=\left[1,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\gamma_{l,k}},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(M-1)\gamma_{l,k}}\right]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^{M\times 1}$，其中$\gamma_{l,k}=\dfrac{2\pi d}{\tau}\times\dfrac{\left[\boldsymbol{p}_k\right]_i-\left[\boldsymbol{u}_l\right]_i}{\|\boldsymbol{p}_k-\boldsymbol{u}_l\|}$，$\|\cdot\|$表示取$l_2$范数。定义第$l$个基站的损耗矩阵：

$$\boldsymbol{\varXi}_l=\mathrm{diag}\left\{\beta_{l,1},\beta_{l,2},\cdots,\beta_{l,K}\right\} \tag{3}$$

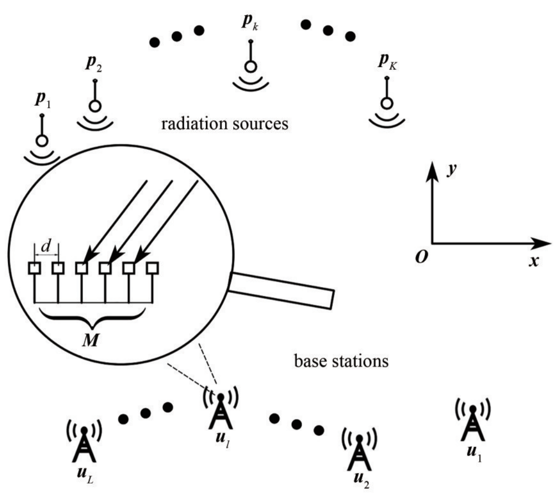

Fig.1 Joint positioning scenario with multiple base stations
图1 多基站联合定位场景

将式(2)写成更为紧凑的形式[21]：

$$\boldsymbol{r}_l(t)=\boldsymbol{A}_l\boldsymbol{\Xi}_l\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{n}_l(t)\in\mathbb{C}^{M\times 1} \tag{4}$$

式中：方向矩阵$\boldsymbol{A}_l=\left[\boldsymbol{a}_l(\boldsymbol{p}_1),\boldsymbol{a}_l(\boldsymbol{p}_2),\cdots,\boldsymbol{a}_l(\boldsymbol{p}_K)\right]$；信源矢量$\boldsymbol{s}(t)=\left[\boldsymbol{s}_1(t),\boldsymbol{s}_2(t),\cdots,\boldsymbol{s}_K(t)\right]^{\mathrm{T}}$。$E[\cdot]$表示取统计平均，假设$E\left[\boldsymbol{s}_k(t)\right]=0$，则$E\left[\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}(t)\right]=\mathrm{diag}\left\{\sigma_{l,1}^2,\sigma_{l,2}^2,\cdots,\sigma_{l,K}^2\right\}$。

1.2 严格二阶非圆信号模型

根据文献[22]，零均值的复高斯随机信号存在下列关系式：

$$E\left[\boldsymbol{s}_k^{\mathrm{H}}\boldsymbol{s}_k\right]/E\left[\boldsymbol{s}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_k\right]=\rho\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_k} \tag{5}$$

式中：$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_k}$为一个确定的相位，即第$k$个信源的非圆相位；$\rho(0\leqslant\rho\leqslant 1)$表示非圆率。为便于推导，仅考虑$\rho=1$的情况，即信号为严格二阶非圆的。由此，信号矢量可分解为：

$$\boldsymbol{s}(t)=\boldsymbol{\Phi}\tilde{\boldsymbol{s}}(t) \tag{6}$$

式中：非圆相位矩阵$\boldsymbol{\Phi}=\mathrm{diag}\left\{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_1},\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_2},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_K}\right\}$；$\tilde{\boldsymbol{s}}(t)$为一个实数矢量。为了充分利用非圆信号的椭圆协方差信息扩展阵列孔径，将接收信号扩展为[22]：

$$\tilde{\boldsymbol{r}}_l(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}_l(t)\\ \boldsymbol{\Pi}_M\boldsymbol{r}_l^*(t)\end{bmatrix}=\tilde{\boldsymbol{A}}_l\boldsymbol{\Xi}_l\tilde{\boldsymbol{s}}(t)+\tilde{\boldsymbol{n}}_l(t)\in\mathbb{C}^{2M\times 1} \tag{7}$$

式中：扩展后的方向矩阵$\tilde{\boldsymbol{A}}_l=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_l\boldsymbol{\Phi}\\ \boldsymbol{\Pi}_M\boldsymbol{A}_l^*\boldsymbol{\Phi}^*\end{bmatrix}$；噪声矢量$\tilde{\boldsymbol{n}}_l(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{n}_l(t)\\ \boldsymbol{\Pi}_M\boldsymbol{n}_l^*(t)\end{bmatrix}$；行交换矩阵$\boldsymbol{\Pi}_M$用以保证数据的移不变性。第$l$个基站扩展后的接收信号的采样协方差可由式(8)计算得到：

$$\tilde{\boldsymbol{R}}_l=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\tilde{\boldsymbol{r}}_l(t)\tilde{\boldsymbol{r}}_l^{\mathrm{H}}(t) \tag{8}$$

2 联合降维PM与泰勒补偿的非圆信号直接定位算法

2.1 基于PM的非圆信号直接定位方法

假设第l个基站扩展后的方向矩阵$\tilde{\boldsymbol{A}}_l$是满秩的，并可将其分解为[23]：

$$\tilde{\boldsymbol{A}}_l=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{A}}_{l,1}\\ \tilde{\boldsymbol{A}}_{l,2}\end{bmatrix} \tag{9}$$

式中：$\tilde{\boldsymbol{A}}_{l,1}$由矩阵$\tilde{\boldsymbol{A}}_l$的前$K$行组成；$\tilde{\boldsymbol{A}}_{l,2}$由矩阵$\tilde{\boldsymbol{A}}_l$的后$2M-K$行组成。当$\tilde{\boldsymbol{A}}_{l,1}$是非奇异的，存在一个传播算子$\boldsymbol{P}_l\in\mathbb{C}^{K\times(2M-K)}$使得式(10)成立：

$$\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{A}}_{l,1}=\tilde{\boldsymbol{A}}_{l,2} \tag{10}$$

特别地，可将式(10)写成如下形式：

$$\left[\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}\quad -\boldsymbol{I}_{2M-K}\right]\tilde{\boldsymbol{A}}_l=0 \tag{11}$$

定义：

$$\boldsymbol{Q}_{l,n}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_l\\ -\boldsymbol{I}_{2M-K}\end{bmatrix}\in\mathbb{C}^{2M\times(2M-K)} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{Q}_{l,s}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_K\\ \boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}\end{bmatrix}\in\mathbb{C}^{2M\times K} \tag{13}$$

根据式(11)和式(12)可得

$$\boldsymbol{Q}_{l,n}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{A}}_l=0 \tag{14}$$

从式(14)可以得出：$\boldsymbol{Q}_{l,n}$与$\tilde{\boldsymbol{A}}_l$正交，即$\boldsymbol{Q}_{l,n}$包含于噪声子空间中。但$\boldsymbol{Q}_{l,n}$的列并不是相互正交的，为了引入噪

声子空间投影算子，需对 $\boldsymbol{Q}_{l,n}$ 进行正交化处理：

$$\boldsymbol{U}_{l,n}=\boldsymbol{Q}_{l,n}\left(\boldsymbol{Q}_{l,n}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_{l,n}\right)^{-1/2} \tag{15}$$

式中 $\boldsymbol{U}_{l,n}$ 表示由第 l 个基站接收数据计算得到的噪声子空间。

类似地，存在一个可逆矩阵 $\boldsymbol{T}_l$ 满足 $\boldsymbol{Q}_{l,s}\boldsymbol{T}_l=\tilde{\boldsymbol{A}}_l$，则由第 l 个基站接收数据计算得到的信号子空间为：

$$\boldsymbol{U}_{l,s}=\boldsymbol{Q}_{l,s}\left(\boldsymbol{Q}_{s}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_{l,s}\right)^{-1/2} \tag{16}$$

对式(8)得到的采样协方差矩阵进行分块处理：

$$\tilde{\boldsymbol{R}}_l=\left[\boldsymbol{G}_l \quad \boldsymbol{H}_l\right] \tag{17}$$

式中：$2M\times K$ 维的矩阵 $\boldsymbol{G}_l$ 由 $\tilde{\boldsymbol{R}}_l$ 的前 K 列构成；$2M\times(2M-K)$ 维的矩阵 $\boldsymbol{H}_l$ 由 $\tilde{\boldsymbol{R}}_l$ 的后 $2M\text{–}K$ 列构成。则第 l 个基站的传播算子可由式(18)估计：

$$\hat{\boldsymbol{P}}_l=\left(\left(\boldsymbol{G}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}_l\right)^{-1}\boldsymbol{G}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_l\right)^{\mathrm{H}} \tag{18}$$

然后联合 L 个基站的数据可以构造基于 PM 的非圆信号直接定位代价函数：

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{PM}}\left(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k\right)=\min_{\boldsymbol{p}_k,\varphi_k}\sum_{l=1}^{L}\left\|\boldsymbol{U}_{l,n}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{a}}_l\left(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k\right)\right\|^2 \tag{19}$$

式中扩展后的导向矢量 $\tilde{\boldsymbol{a}}_l\left(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k\right)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}_l(\boldsymbol{p}_k)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_k}\\ \boldsymbol{\Pi}_M\boldsymbol{a}_l^*(\boldsymbol{p}_k)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_k}\end{bmatrix}$，对式(19)进行谱峰搜索即可得到辐射源位置及非圆相位的估计值。

2.2 基于降维 PM 的非圆信号直接定位方法

式(19)为一个三维的谱峰搜索，计算复杂度极高，因而算法的实时性不强。为提高算法的工程应用价值，降低算法复杂度，引入文献[19]中的降维思想，对式(19)进行矩阵分解：

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{PM}}\left(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k\right)=\min_{\boldsymbol{p}_k,\varphi_k}\sum_{l=1}^{L}\boldsymbol{\kappa}^{\mathrm{H}}\left(\varphi_k\right)\boldsymbol{D}_l^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{p}_k)\boldsymbol{U}_{l,n}\boldsymbol{U}_{l,n}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_l(\boldsymbol{p}_k)\boldsymbol{\kappa}\left(\varphi_k\right) \tag{20}$$

式中：$\boldsymbol{\kappa}\left(\varphi_k\right)=\left[1 \quad \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\varphi_k}\right]^{\mathrm{H}}$ 包含了分离出的非圆相位信息；块对角矩阵 $\boldsymbol{D}_l(\boldsymbol{p}_k)=\mathrm{blkdiag}\left\{\boldsymbol{a}_l(\boldsymbol{p}_k),\boldsymbol{\Pi}_M\boldsymbol{a}_l^*(\boldsymbol{p}_k)\right\}$ 包含了辐射源的位置信息。为求解式(20)的二次优化问题，根据拉格朗日乘子法，构造式(21)：

$$\boldsymbol{f}_l\left(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k\right)=\boldsymbol{\kappa}^{\mathrm{H}}\left(\varphi_k\right)\boldsymbol{D}_l^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{p}_k)\boldsymbol{U}_{l,n}\boldsymbol{U}_{l,n}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_l(\boldsymbol{p}_k)\boldsymbol{\kappa}\left(\varphi_k\right)-\alpha\left[\boldsymbol{1}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\kappa}\left(\varphi_k\right)-1\right] \tag{21}$$

式中：α 为拉格朗日乘子；$\boldsymbol{1}_n$ 表示第 n 个元素为 1，其余元素都为 0 的矢量。令式(21)对 $\boldsymbol{\kappa}\left(\varphi_k\right)$ 的偏导数为零：

$$\frac{\partial\boldsymbol{f}_l\left(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k\right)}{\partial\boldsymbol{\kappa}\left(\varphi_k\right)}=2\boldsymbol{D}_l^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{p}_k)\boldsymbol{U}_{l,n}\boldsymbol{U}_{l,n}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_l(\boldsymbol{p}_k)\boldsymbol{\kappa}\left(\varphi_k\right)-\alpha\boldsymbol{1}_1=0 \tag{22}$$

可得：

$$\boldsymbol{\kappa}\left(\varphi_k\right)=\frac{\alpha}{2}\left[\boldsymbol{D}_l^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{p}_k)\boldsymbol{U}_{l,n}\boldsymbol{U}_{l,n}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_l(\boldsymbol{p}_k)\right]^{-1}\boldsymbol{1}_1 \tag{23}$$

将 $\boldsymbol{1}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\kappa}\left(\varphi_k\right)-1=0$ 代入式(23)，可得

$$\alpha=\frac{2}{\boldsymbol{1}_1^{\mathrm{T}}\left[\boldsymbol{D}_l^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{p}_k)\boldsymbol{U}_{l,n}\boldsymbol{U}_{l,n}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_l(\boldsymbol{p}_k)\right]^{-1}\boldsymbol{1}_1} \tag{24}$$

再将式(24)代入式(23)可得

$$\boldsymbol{\kappa}\left(\varphi_k\right)=\frac{\left[\boldsymbol{D}_l^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{p}_k)\boldsymbol{U}_{l,n}\boldsymbol{U}_{l,n}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_l(\boldsymbol{p}_k)\right]^{-1}\boldsymbol{1}_1}{\boldsymbol{1}_1^{\mathrm{T}}\left[\boldsymbol{D}_l^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{p}_k)\boldsymbol{U}_{l,n}\boldsymbol{U}_{l,n}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_l(\boldsymbol{p}_k)\right]^{-1}\boldsymbol{1}_1} \tag{25}$$

将式(25)回代入式(20)可得基于降维PM的非圆信号直接定位代价函数：

$$f_{\mathrm{RD-PM}}\left(\boldsymbol{p}_k\right)=\max_{\boldsymbol{p}_k}\ \sum_{l=1}^{L}\boldsymbol{I}_1^{\mathrm{T}}\left[\boldsymbol{D}_l^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{p}_k)\boldsymbol{U}_{l,n}\boldsymbol{U}_{l,n}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_l(\boldsymbol{p}_k)\right]^{-1}\boldsymbol{I}_1 \tag{26}$$

对式(26)进行谱峰搜索，K个谱峰所在的位置即为辐射源位置粗估计值$\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}(k=1,2,\cdots,K)$。此外，非圆相位可由式(27)估计得到：

$$\hat{\varphi}_k=\angle\left\{\left[\frac{\left[\boldsymbol{D}_l^{\mathrm{H}}(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}})\boldsymbol{U}_{l,n}\boldsymbol{U}_{l,n}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_l(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}})\right]^{-1}\boldsymbol{I}_1}{\boldsymbol{I}_1^{\mathrm{T}}\left[\boldsymbol{D}_l^{\mathrm{H}}(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}})\boldsymbol{U}_{l,n}\boldsymbol{U}_{l,n}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_l(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}})\right]^{-1}\boldsymbol{I}_1}\right]_2\right\}/2 \tag{27}$$

式中$\angle\{\cdot\}$表示取复数的相位。

由于式(26)只是通过矩阵变换对式(19)进行降维，并未丢弃非圆相位信息，因而所提算法在保证估计性能的同时显著降低了计算复杂度。

2.3 联合降维PM与泰勒补偿的非圆信号直接定位算法

上述降维PM直接定位算法通过矩阵分解与代换消除了非圆相位搜索维度，有效降低了复杂度，但各基站接收信噪比差异对算法估计性能的影响仍然存在。为进一步提高估计精确度，考虑对每个基站接收数据进行加权处理，并对粗估计结果进行一阶泰勒补偿。

由于较高的信噪比引起的误差较低，而较低的信噪比引起的误差较高，可以根据每个基站的接收信噪比分配权值以充分利用信道，平衡接收信噪比差异对算法估计性能的影响[21]，定义加权后的所有基站的导向矢量为：

$$\boldsymbol{b}\left(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k,w\right)=\left[w_1\tilde{\boldsymbol{a}}_1^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k\right),w_2\tilde{\boldsymbol{a}}_2^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k\right),\cdots,w_L\tilde{\boldsymbol{a}}_L^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k\right)\right]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^{2LM\times 1} \tag{28}$$

式中w_l表示第l个基站的权值。由于式(8)的接收信号协方差矩阵可以分解为：

$$\tilde{\boldsymbol{R}}_l=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[\sum_{k=1}^{K}\beta_{l,k}^2\sigma_k^2\tilde{\boldsymbol{a}}_l\tilde{\boldsymbol{a}}_l^{\mathrm{H}}+\sigma_{l,n}^2\boldsymbol{I}_{2M}\right]=\tilde{\boldsymbol{A}}_l\mathrm{diag}\left\{\sigma_{l,1}^2,\sigma_{l,2}^2,\cdots,\sigma_{l,K}^2\right\}\tilde{\boldsymbol{A}}_l^{\mathrm{H}}+\sigma_{l,n}^2\boldsymbol{I}_{2M} \tag{29}$$

式(29)表明各基站接收信噪比与$\beta_{l,k}^2\sigma_k^2$成正比。对式(29)的特征值进行降序排列后为：

$$\lambda_{l,k}=\begin{cases}\sigma_{l,k}^2+\sigma_{l,n}^2, & 1\leqslant k\leqslant K\\ \sigma_{l,n}^2, & K+1\leqslant k\leqslant 2M\end{cases} \tag{30}$$

式(15)和式(16)为得到的噪声子空间与信号子空间，则接收信号协方差矩阵的特征空间$\tilde{\boldsymbol{G}}_l$可表示为：

$$\tilde{\boldsymbol{G}}_l=\left[\boldsymbol{U}_{l,s}\ \boldsymbol{U}_{l,n}\right] \tag{31}$$

则特征值可由式(32)估计得到：

$$\hat{\lambda}_{l,k}\boldsymbol{g}_{l,k}=\tilde{\boldsymbol{R}}_l\boldsymbol{g}_{l,k},\ 1\leqslant k\leqslant M \tag{32}$$

式中$\boldsymbol{g}_{l,k}$表示矩阵$\tilde{\boldsymbol{G}}_l$的第k列。可以得到各基站权重估计值：

$$\hat{w}_l=(2M-K)\sum_{k=1}^{K}\left(\hat{\lambda}_{l,k}-\hat{\sigma}_{l,n}^2\right)/\sum_{k=K+1}^{2M}\hat{\lambda}_{l,k} \tag{33}$$

根据噪声子空间与导向矢量的正交性，存在$\boldsymbol{U}_n=\left[\boldsymbol{U}_{1,n}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{U}_{2,n}^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{U}_{L,n}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^{2LM\times(2M-K)}$与$\boldsymbol{b}\left(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k,w\right)$正交，即满足下列关系：

$$\boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}}\boldsymbol{b}\left(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k,w\right)=0 \tag{34}$$

将式(28)在$\boldsymbol{p}_k=\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}$，$\varphi_k=\hat{\varphi}_k$，$w=\hat{w}$处进行一阶泰勒展开：

$$\boldsymbol{b}(\boldsymbol{p}_k,\varphi_k,w)=\boldsymbol{b}(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}},\hat{\varphi}_k,\hat{w})+\frac{\partial\boldsymbol{b}(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}},\hat{\varphi}_k,\hat{w})}{\partial\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_1}\left(\left[\boldsymbol{p}_k\right]_1-\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_1\right)+\frac{\partial\boldsymbol{b}(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}},\hat{\varphi}_k,\hat{w})}{\partial\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{rou}\right]_2}\left(\left[\boldsymbol{p}_k\right]_2-\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_2\right) \tag{35}$$

结合式(34)和式(35)可得：

$$\boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{b}(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}},\hat{\varphi}_k,\hat{w})+\frac{\partial\boldsymbol{b}(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}},\hat{\varphi}_k,\hat{w})}{\partial\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_1}\left(\left[\boldsymbol{p}_k\right]_1-\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_1\right)+\frac{\partial\boldsymbol{b}(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}},\hat{\varphi}_k,\hat{w})}{\partial\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_2}\left(\left[\boldsymbol{p}_k\right]_2-\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_2\right)\right)=0 \tag{36}$$

定义偏差项 $\Delta_k^x=\left[\boldsymbol{p}_k\right]_1-\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_1$，$\Delta_k^y=\left[\boldsymbol{p}_k\right]_2-\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_2$，根据式(36)可以得到偏差项的最小二乘解为：

$$\begin{bmatrix}\hat{\Delta}_k^x\\ \hat{\Delta}_k^y\end{bmatrix}=-\left(\boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}}\left[\frac{\partial\boldsymbol{b}(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}},\hat{\varphi}_k,\hat{w})}{\partial\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_1}\quad\frac{\partial\boldsymbol{b}(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}},\hat{\varphi}_k,\hat{w})}{\partial\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_2}\right]\right)^{+}\boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}}\boldsymbol{b}(\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}},\hat{\varphi}_k,\hat{w}) \tag{37}$$

则第 k 个辐射源位置的精估计为：

$$\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{fine}}=\begin{bmatrix}\left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_1+\hat{\Delta}_k^x\\ \left[\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}\right]_2+\hat{\Delta}_k^y\end{bmatrix} \tag{38}$$

2.4 算法主要步骤

上述推导已经给出联合降维PM与泰勒补偿的非圆信号直接定位算法求解过程，主要步骤如下：

1) 根据式(7)扩展接收信号 $\tilde{\boldsymbol{r}}_l(t)$，并根据式(8)计算采样协方差矩阵 $\tilde{\boldsymbol{R}}_l$；

2) 根据式(17)对步骤1)得到的协方差矩阵 $\tilde{\boldsymbol{R}}_l$ 分块，并根据式(18)估计传播算子 $\hat{\boldsymbol{P}}_l$；

3) 根据式(26)得到辐射源位置粗估计 $\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{rou}}$，并根据式(27)得到非圆相位估计值 $\hat{\varphi}_k$；

4) 根据式(32)和式(33)计算各基站权重 $\hat{w}_l$；

5) 根据式(37)和式(38)得到辐射源位置精估计 $\hat{\boldsymbol{p}}_k^{\mathrm{fine}}$。

3 算法性能分析

3.1 复杂度分析

对所提算法与对比算法的复杂度进行分析，其中复杂度用算法的复数乘法次数来度量。L 为基站个数，T 为快拍数，M 为每个基站的阵元数，K 为辐射源个数，在进行网格搜索时，将坐标 x、y，波达角 θ 和非圆相位 φ 分别均匀划分为 L_x、L_y、L_θ 和 L_φ 份。本文所提联合降维PM与泰勒补偿的非圆信号直接定位算法的计算复杂度主要包含计算协方差矩阵 $O(4LTM^2)$、估计传播算子 $O\left(L\left(2MK^2+K^3+4M^2K\right)\right)$、降维谱函数搜索 $O\left(LL_xL_y\left(4M^2(2M-K)+8M^2+8M+14\right)\right)$、泰勒补偿 $O\left(16LM^2-8LMK+4LM+16M-8K+8\right)$。此外，传统AOA-clustering两步定位算法[7]、MVDR直接定位算法[14]、SDF直接定位算法[12]的复杂度在表1中给出。图2给出了不同算法复杂度随搜索网格点数变化的柱状图，从图中可以看出，RD-PM直接定位算法由于消除了非圆相位的搜索维度，相比降维前的NC-PM直接定位算法大大降低了计算复杂度，所提JRT-PM直接定位算法相比RD-PM直接定位算法计算复杂度接近，但其定位性能有很大的提升。此外，与传统AOA-clustering两步定位算法、MVDR直接定位算法和SDF直接定位算法相比，所提JRT-PM直接定位算法虽然计算复杂度更高，但其有更高的定位精确度与更多的可用自由度。

表1 不同算法复杂度

Table1 Complexity of different algorithms

algorithm	multiplicative times
AOA-clustering	$O\left(LTM^2+LM^3+LL_\theta\left(M^2(M-K)+M^2+M\right)\right)$
SDF	$O\left(LTM^2+LM^3+LL_xL_y\left(M^2(M-K)+M^2+M\right)\right)$
MVDR	$O\left(LTM^2+LL_xL_y\left(M^2+M\right)\right)$
NC-PM	$O\left(4LTM^2+L\left(2MK^2+K^3+4M^2K\right)+LL_xL_yL_\varphi\left(4M^2(2M-K)+4M^2+2M\right)\right)$
RD-PM	$O\left(4LTM^2+L\left(2MK^2+K^3+4M^2K\right)+LL_xL_y\left(4M^2(2M-K)+8M^2+8M+14\right)\right)$
JRT-PM	$O\left(16M-8K+16LM^2+L\left(K^3+2MK^2+4KM^2\right)+4LM-8KLM+4LTM^2+LL_xL_y\left(2M-4M^2(K-2M)+4M^2\right)+8\right)$

3.2 算法优点

1) 与传统的AOA-clustering两步定位算法、MVDR直接定位算法、SDF直接定位算法相比，所提JRT-PM直接定位算法有更高的定位精确度；

2) 所提 JRT–PM 直接定位算法可分辨的最大辐射源数目为 $2(M-1)$，比传统的 AOA–clustering 两步定位算法、MVDR 直接定位算法、SDF 直接定位算法(可分辨的最大辐射源数目为 $M-1$)有更多的可用自由度；

3) 所提 JRT–PM 直接定位算法与 NC–PM 直接定位相比，消除了非圆相位的搜索维度，大大降低了复杂度。

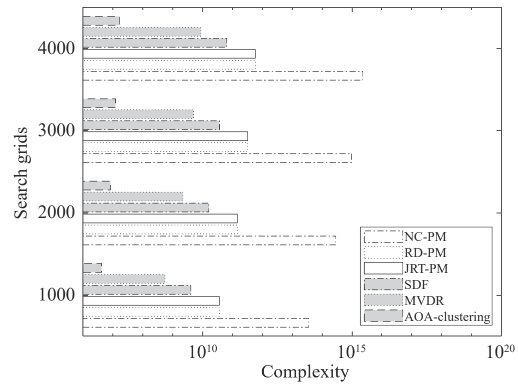

Fig.2 Comparison of different algorithms versus search grids in complexity

图2　不同算法复杂度随搜索网格点数变化

4　仿真分析

为评估所提算法的性能，在 Windows 10、i7–12700F 和 Matlab R2018b 系统上进行了广泛的蒙特卡洛实验，算法的估计性能通过求根均方误差(Root Mean Squares Error，RMSE)来评价。求根均方误差定义为：

$$\mathrm{RMSE}=\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\sqrt{\frac{1}{Mc}\sum_{mc=1}^{Mc}\|\hat{\boldsymbol{p}}_{k,mc}-\boldsymbol{p}_k\|^2} \tag{39}$$

式中：Mc 表示蒙特卡洛次数；$\hat{\boldsymbol{p}}_{k,mc}$ 表示第 mc 次蒙特卡洛实验中第 k 个辐射源位置的估计值；$\boldsymbol{p}_k$ 表示第 k 个辐射源位置的真实值。

图 3~图 6 分别为所提算法的谱峰图和等高线图，仿真实验参数设置如下：辐射源个数 $K=4$，辐射源位置 $\boldsymbol{p}_1=[-500\ \mathrm{m},50\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{p}_2=[100\ \mathrm{m},920\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{p}_3=[800\ \mathrm{m},110\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{p}_4=[1\,200\ \mathrm{m},900\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$，非圆相位 $\varphi_1=0.17\ \mathrm{rad}$、$\varphi_2=0.52\ \mathrm{rad}$、$\varphi_3=0.87\ \mathrm{rad}$、$\varphi_4=1.22\ \mathrm{rad}$，基站个数 $L=4$，基站位置 $\boldsymbol{u}_1=[-900\ \mathrm{m},-900\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{u}_2=[-300\ \mathrm{m},-700\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{u}_3=[300\ \mathrm{m},-1\,000\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{u}_4=[900\ \mathrm{m},-1\,200\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$，每个基站配备阵元数 $M=3$，快拍数 $T=500$，信噪比 $R_{\mathrm{SN}}=15\ \mathrm{dB}$。由图可得，所提 JRT–PM 算法即使在各个基站阵元数少于辐射源个数的情况下依然能成功定位辐射源位置，并随着阵元数的增加，所提算法定位精确度越来越高。

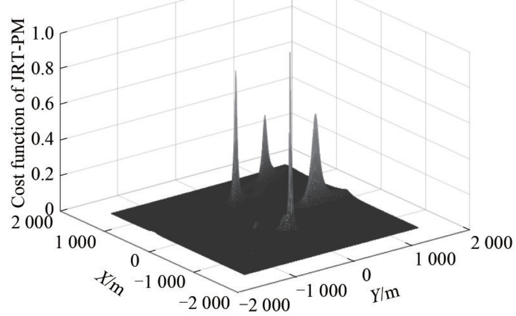

Fig.3 Spectral peak when $M=3$

图3　$M=3$时的谱峰图

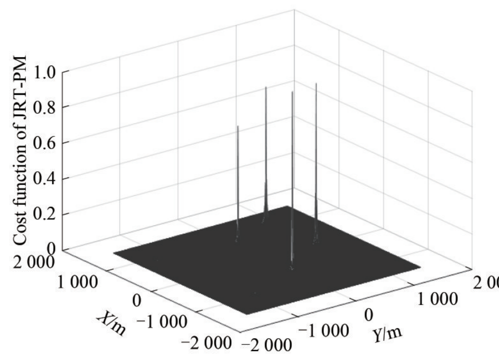

Fig.4 Spectral peak when $M=10$

图4　$M=10$时的谱峰图

图 7 为不同算法求根均方误差随信噪比变化的曲线图，仿真实验参数设置如下：辐射源个数 $K=3$，辐射源位置 $\boldsymbol{p}_1=[-500\ \mathrm{m},50\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{p}_2=[100\ \mathrm{m},920\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{p}_3=[800\ \mathrm{m},110\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$，非圆相位 $\varphi_1=0.17\ \mathrm{rad}$、$\varphi_2=0.52\ \mathrm{rad}$、$\varphi_3=1.22\ \mathrm{rad}$，基站个数 $L=4$，基站位置 $\boldsymbol{u}_1=[-900\ \mathrm{m},-900\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{u}_2=[-300\ \mathrm{m},-700\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{u}_3=[300\ \mathrm{m},-1\,000\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{u}_4=[900\ \mathrm{m},-1\,200\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$，每个基站配备阵元数 $M=4$，快拍数 $T=100$，聚类阈值设置为 250 m，仿真次数 $Mc=500$。通过图 7 可得，所提 JRT–PM 算法在低信噪比的时候定位精确度较其余 5 个算法有较大提升，并随着信噪比的提高，所提算法定位误差越来越小，但始终优于其他 5 个算法。

图 8 为不同算法求根均方误差随信噪比变化的曲线图，仿真实验参数设置如下：辐射源个数 $K=3$，辐射源位置 $\boldsymbol{p}_1=[-500\ \mathrm{m},50\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{p}_2=[100\ \mathrm{m},920\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{p}_3=[800\ \mathrm{m},110\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$，非圆相位 $\varphi_1=0.17\ \mathrm{rad}$，$\varphi_2=0.52\ \mathrm{rad}$，$\varphi_3=1.22\ \mathrm{rad}$，基站个数 $L=4$，基站位置 $\boldsymbol{u}_1=[-900\ \mathrm{m},-900\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{u}_2=[-300\ \mathrm{m},-700\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{u}_3=[300\ \mathrm{m},-1\,000\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{u}_4=[900\ \mathrm{m},-1\,200\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$，每个基站配备阵元数 $M=4$，信噪比 $R_{\mathrm{SN}}=15\ \mathrm{dB}$，聚类阈值设置为 250 m，仿真次数 $Mc=$

500。通过图8可得，AOA-clustering定位算法的RMSE性能几乎不变，这是由于聚类阈值限制了算法的性能，但随着快拍数的增加，所提算法定位精确度越来越高，且其性能相比其余5个算法始终保持最优。

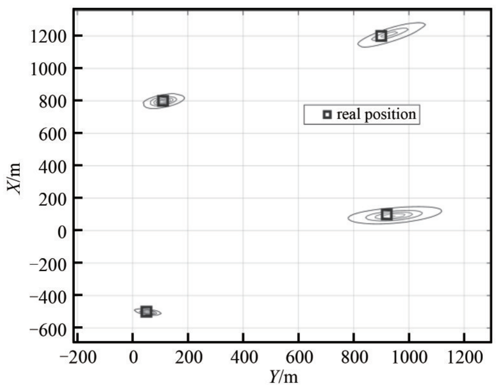

Fig.5 Contour map when $M=3$
图5 $M=3$时的等高线图

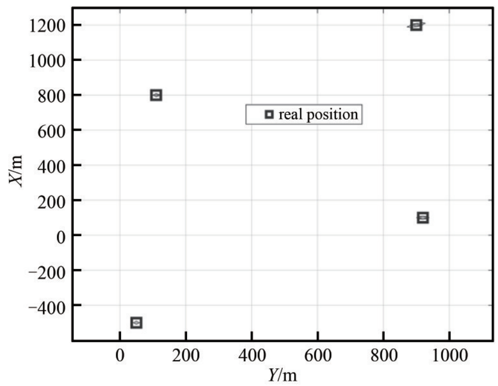

Fig.6 Contour map when $M=10$
图6 $M=10$时的等高线图

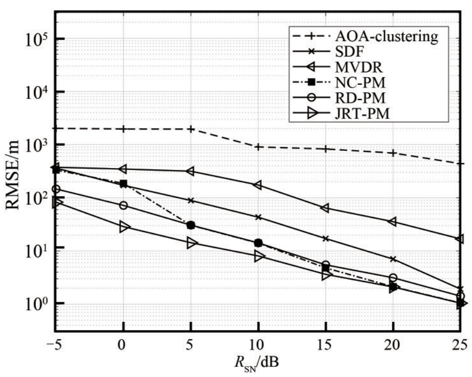

Fig.7 RMSE of different methods versus SNR
图7 不同算法随信噪比变化的求根均方误差

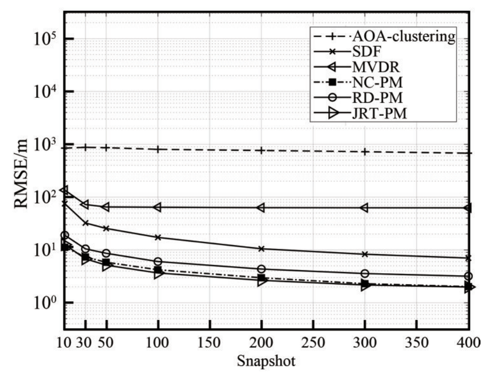

Fig.8 RMSE of different methods versus snapshot
图8 不同算法随快拍数变化的求根均方误差

5 结论

本文提出了一种联合降维PM与泰勒补偿的非圆信号直接定位算法，仿真结果表明，所提算法比传统的AOA-clustering两步定位算法，MVDR直接定位算法、SDF直接定位算法有更高的定位精确度并可以估计更多信源。此外，所提算法通过降维方法消除了非圆相位搜索维度，相比NC-PM直接定位算法，所提算法在保证估计性能的同时大大降低了计算复杂度。然而本文提出的方法只考虑了均匀线性阵列的情况，稀疏阵列现在是关注的焦点，此外所提算法只考虑了各观测站信噪比的差异，忽略了发射信号功率的差异。因此，加权方案可能不是最优的，最优权重将在下一个工作中讨论，这也是未来的研究工作。

参考文献：

[1] 郑雨晴,艾小锋,徐志明,等. 基于GNSS的无源雷达定位能力分析[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2022,20(2):97-106. (ZHENG Yuqing, AI Xiaofeng, XU Zhiming, et al. Localization ability analysis of GNSS-based passive radar[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2022,20(2):97-106.)

[2] 郭福成. 基于TOA和DOA的固定单站无源雷达跟踪方法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2015,13(6):908-912. (GUO Fucheng. Tracking algorithm of fixed mono-station passive radar using TOA and DOA[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2015,13(6):908-912.)

[3] 陈金立,顾红,苏卫民. 一种双基地MIMO雷达快速多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2009,31(7):1664-1668. (CHEN Jinli,GU Hong,SU Weimin. A method for fast multi-target localization in Bistatic MIMO radar system[J]. Journal of Electronics and Information, 2009,31(7):1664-1668.)

[4] JAMALI-RAD H,LEUS G. Sparsity-aware multi-source TDOA localization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(19):4874-4887.

[5] SUN Y, HO K C, WAN Q. Eigenspace solution for AOA localization in modified polar representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020,68(1):2256-2271.
[6] NGUYEN N H, DOGANCAY K. Optimal geometry analysis for multistatic TOA localization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016,64(16):4180-4193.
[7] KANG S Y, KIM T H, CHUNG W Z. A novel clustering method for multi-target localization based on unidentified RSS/AOA measurements in wireless sensor networks[J]. The Journal of Korean Institute of Electromagnetic Engineering and Science, 2021, 32(9):816-825.
[8] 吴癸周,郭福成,张敏. 信号直接定位技术综述[J]. 雷达学报, 2020,9(6):998-1013. (WU Guizhou,GUO Fucheng,ZHANG Min. Direct position determination:an overview[J]. Journal of Radar, 2020,9(6):998-1013.)
[9] PICINBONO B. On circularity[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994,42(12):3473-3482.
[10] ZHANG X, WANG Q, HUANG Z, et al. Direct position determination of emitters using single moving coprime array[C]// 2021 14th International Congress on Image and Signal Processing, BioMedical Engineering and Informatics(CISP-BMEI). Shanghai, China:IEEE, 2021:1-5.
[11] HAO K, WAN Q. High resolution direct detection and position determination of sources with intermittent emission[J]. IEEE Access, 2019(7):43428-43437.
[12] AMAR A, WEISS A J. Direct Position Determination(DPD) of multiple known and unknown radio-frequency signals[C]// 2004 12th European Signal Processing Conference. Vienna,Austria:IEEE, 2004:1115-1118.
[13] QIN T, LI L, LU Z, et al. A ML-based direct localization method for multiple sources with moving arrays[C]// 2018 IEEE 18th International Conference on Communication Technology(ICCT). Chongqing,China:IEEE, 2018:1073-1076.
[14] TZAFRI L, WEISS A J. High-resolution direct position determination using MVDR[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016,15(9):6449-6461.
[15] OISPUU M. Direct state determination of multiple sources with intermittent emission[C]// 2009 17th European Signal Processing Conference. Glasgow,UK:IEEE, 2009:1948-1952.
[16] WANG W, WANG X, LI X. Propagator method for angle estimation of non-circular sources in bistatic MIMO radar[C]// 2013 IEEE Radar Conference(RadarCon13). Ottawa,Canada:IEEE, 2013:1-5.
[17] YIN J, WU Y, WANG D. Direct position determination of multiple noncircular sources with a moving array[J]. Circuits,Systems, and Signal Processing, 2017,36(10):4050-4076.
[18] ZHANG Y K, XU H Y, BA B, et al. Direct position determination of non-circular sources based on a Doppler-extended aperture with a moving coprime array[J]. IEEE Access, 2018(6):61014-61021.
[19] 张小飞,曾浩威,郑旺,等. 多阵列中非圆信号借助于降维搜索和子空间数据融合的直接定位算法[J]. 数据采集与处理, 2020, 35(6): 1023-1031. (ZHANG Xiaofei, ZENG Haowei, ZHENG Wang, et al. Direct position determination of non-circular signals with multiple arrays by exploiting reduced-dimension finding and subspace data fusion[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2020,35(6):1023-1031.)
[20] LI J, HE Y, ZHANG X, et al. Simultaneous localization of multiple unknown emitters based on UAV monitoring big data[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2021,17(9):6303-6313.
[21] SHI X, ZHANG X, ZENG H. Direct Position Determination of non-circular sources for multiple arrays via weighted Euler ESPRIT data fusion method[J]. Applied Sciences, 2022,12(5):2503-2522.
[22] STEINWANDT J, ROEMER F, HAARDT M, et al. Performance analysis of multi-dimensional ESPRIT-type algorithms for arbitrary and strictly non-circular sources with spatial smoothing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017,65(9):2262-2276.
[23] MARCOS S, MARSAL A, BENIDIR M. Performances analysis of the propagator method for source bearing estimation[C]// IEEE International Conference on Acoustics,Speech and Signal Processing. Adelaide,SA,Australia:IEEE, 1994:4.

作者简介：

刘云天(2002-)，男，在读本科生，主要研究方向为直接定位技术. email：1563448627@qq.com.

史鑫磊(1999-)，男，在读博士研究生，主要研究方向为阵列信号处理、直接定位技术.