

文章编号: 2095-4980(2023)07-0910-06

基于稀疏表示的双平行线阵二维 DOA 估计

苏 龙, 李 雪, 罗德凌

(空军航空维修技术学院, 湖南 长沙 410124)

摘 要: 为了对空域目标的方位角和俯仰角进行有效估计, 提出一种基于稀疏表示的双平行线阵二维 DOA 估计方法。首先需构建包含目标方位角和俯仰角信息的 2 个空间复合角; 然后利用稀疏表示技术求解其中的一个空间复合角, 以此作为前提条件, 另一个空间复合角就可以解耦为一维波达方向(DOA)估计问题, 利用矩阵运算可以求解出来; 最后根据已求解的 2 个空间复合角对方位角和俯仰角进行配对求解。与现有算法相比较, 所提方法受快拍数的影响较小, 在信噪比较高、角度间隔较大的情况下, 具有良好的性能。

关键词: 稀疏表示; 双平行线阵; 波达方向; 空间复合角

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2020710

Two-dimensional DOA estimation of double parallel arrays based on sparse representation

SU Long, LI Xue, LUO Deling

(Air Force Aviation Maintenance Technical College, Changsha Hunan 410124, China)

Abstract: In order to estimate the azimuth angle and pitch angle of airborne target effectively, a two-dimensional Direction Of Arrival(DOA) estimation method based on sparse representation is presented. Firstly, it is necessary to construct two spatial compound angles containing the azimuth and pitch information of the target; then, one of the spatial composite angles is solved by sparse representation technology, and the other spatial composite angle can be decoupled into one-dimensional DOA estimation problem, which can be solved by matrix operation; finally, the azimuth angle and pitch angle are solved in pairs according to the solved two spatial compound angles. Compared with the existing algorithms, the proposed method is less affected by the number of snapshots, and has good performance under the condition of high signal-to-noise ratio and large angular interval.

Keywords: sparse representation; double parallel line array; Direction Of Arrival; spatial compound angle

波达方向(DOA)的估计在阵列信号处理当中一直是一个热点, 引起了许多学者的关注与研究^[1-6], 在雷达、通信、声呐领域取得了许多成果。对比一维 DOA 估计, 二维 DOA 估计对空间的划分更加精细, 对目标的空间位置的定位也更加具体, 因此二维 DOA 估计更加符合实际情况, 也更具有实际意义。目前稀疏表示技术在 DOA 估计领域得到了广泛研究^[7-11], 并取得了较好的结果。现有的大部分算法都是针对一维 DOA 估计的, 更多时候需要对二维 DOA 进行估计, 以获得目标的方位角和俯仰角信息^[12]。对于这个问题, 一种可行的思路是将已有的、成熟的一维 DOA 方法变换拓展到二维 DOA 估计中。这种思路虽然能够估计出二维角度信息, 但是此方法在进行二维 DOA 估计时需要将阵元由一维结构拓展到二维平面, 如面阵、圆阵等, 这直接导致阵元的个数增加, 拓展后的算法复杂度也会增加。另一个可行的思路是将二维 DOA 估计解耦成 2 个一维 DOA 估计, 这样就能够直接借鉴已有成熟的一维 DOA 估计算法, 且算法复杂度维持在一个较合理水平。本文基于第 2 种思路, 采用双线性平行阵列, 能够在较少阵元的前提下, 利用稀疏表示技术, 不需要进行谱峰搜索和特征值分解, 且估计的方位角和俯仰角参数自动配对, 确保算法的估计性能。

收稿日期: 2020-12-17; 修回日期: 2021-05-18

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目(2020JJ7083)

1 信号模型

本文采用的阵列结构由2个相互平行的线性子阵列组成，2个子阵列位于 X - Y 平面上，如图1所示。

该阵列结构的2个子阵分别为 Y_1 和 Y_2 ，2个子阵的阵元数都为 M 且2个子阵的阵元间距都为 d_y ，子阵 Y_1 与子阵 Y_2 之间的间距为 d_x 。假设有 K 个非相干窄带信号 $\{S_k\}_{k=1}^K$ 入射到该阵列系统，第 k 个信号的入射方向可描述为 (α_k, β_k) ， α_k 和 β_k 为空间复合角，分别定义为入射方向同 X 轴和 Y 轴正方向的夹角。同时定义第 k 个信号的方位角和俯仰角分别为 (θ_k, φ_k) ，则由图中的几何位置关系可知：

$$\begin{cases} \cos \alpha = \cos \theta \cos \varphi \\ \cos \beta = \sin \theta \cos \varphi \end{cases} \quad (1)$$

根据阵列的结构以及角度的定义，可得到子阵列 Y_1 、 Y_2 对应的输出信号分别为：

$$Y_1 = As + n_1 \quad (2)$$

$$Y_2 = A\Phi s + n_2 \quad (3)$$

式中： $A = [a_1, a_2, \dots, a_K]$ 为信号源入射到 Y 轴方向的阵列流形矩阵， $a_k = [1, e^{-j2\pi d_x \cos \beta_k / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_x (m-1) \cos \beta_k / \lambda}]^T$ ； $s = [s_1, s_2, \dots, s_K]^T$ 为信号矢量； $\Phi = \text{diag}\{e^{j2\pi d_x \cos \alpha_1 / \lambda}, e^{j2\pi d_x \cos \alpha_2 / \lambda}, \dots, e^{j2\pi d_x \cos \alpha_K / \lambda}\}$ ； n_1 和 n_2 为子阵列1和子阵列2的接收噪声信号，且2个接收噪声信号的均值为0，方差为 σ_n^2 ，服从高斯白噪声模型。

由以上可知，阵列流形矩阵 A 为角度 β_k 的函数，而 Φ 为 α_k 的函数。本文所提方法的基本思路是在已知信号模型和角度定义的情况下，通过式(2)，利用一维角度估计算法估计出 $\hat{\beta}_k$ 。为了提高空间角度 β_k 的估计精确度，利用稀疏表示方法求解角度；然后将估计出的 $\hat{\beta}_k$ 代入阵列流形矩阵 A 中，便可以得到估计的阵列流形矩阵 $\hat{A}$ ，这样式(3)为 α_k 的函数，利用矩阵运算可以估计出 $\hat{\alpha}_k$ ；最后利用式(1)，求出入射信号的方位角 θ_k 以及俯仰角 φ_k 。

2 基于冗余字典的稀疏表示

为了用稀疏表示方法对空间角度 β_k 进行估计，通常需要把阵列流形矩阵 A 进行扩展，因而要重新构造一个以待估角度作为参数的冗余字典 B 。现假设角度集合 $\Omega = \{w_1, w_2, \dots, w_H\}$ 包含了所有的入射空间角度 β_k ，且有 $H \gg K$ ， $H \gg M$ 。由此可以构造以 $w_h (h=1, 2, \dots, H)$ 为参数的冗余字典 B ，即：

$$B = [a_1(w_1), a_2(w_2), \dots, a_h(w_h), \dots, a_H(w_H)] \quad (4)$$

式中 $a_h(w_h)$ 被称为原子。由于 H 远远大于目标个数 K 和天线阵元个数 M ，且认为所有可能的入射空间角度 β_k 都在角度集合 Ω 中，因而可以利用式(4)将式(2)转化为一个稀疏表示问题。

$$Y_1 = Bq + n \quad (5)$$

式中 $q = [q_1, q_2, \dots, q_h, \dots, q_H]^T$ ，且当 $w_h = \beta_k$ 时，有 $q_h = s_k$ ，否则 $q_h = 0$ ，通过求解矢量 q ，便能够根据其非零元素的所在位置求得复合空间角 β_k 的估计值。

3 稀疏表示求解 β_k

由于 H 远大于目标个数 K 和天线阵元个数 M ，对式(5)中的 q 求解为一欠定问题，即存在无穷多组解。但是根据前面的分析可以知道矢量 q 是稀疏的，则根据稀疏表示理论，矢量 q 能够通过求解下述 l_0 范数约束优化问题精确得到，即：

$$\min \|q\|_0 \text{ s.t. } Y_1 = Bq + n \quad (6)$$

式中 $\|q\|_0$ 为序列 q 中非零项的个数，由稀疏表示基础理论可知，式(6)所示的问题是非凸的，很难进行直接求解。

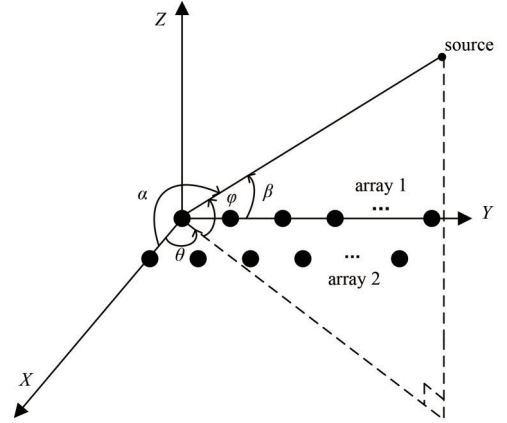


Fig.1 Double parallel linear array
图1 双平行线阵

此外, 优化问题式(6)对噪声非常敏感, 微量的噪声就可能导致问题最优解发生很大改变。

在实际应用中, 矢量 $\mathbf{Y}_1$ 是通过有限次快拍数据估计得到, 即 $\hat{\mathbf{Y}}_1 = \mathbf{Y}_1 + \Delta \mathbf{Y}_1$, $\Delta \mathbf{Y}_1$ 表示估计误差。此外, 角度集合 Ω 中不一定非常精准地包含所有的入射空间角度 β_k 。所以, 实际中利用 $\mathbf{B}$ 对 $\mathbf{Y}_1$ 进行稀疏表示时存在一定的误差。根据上面的分析, 实际矢量 $\mathbf{q}$ 可以利用 l_1 范数约束问题求解, 即:

$$\min \|\mathbf{q}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad (\mathbf{Y}_1 - \mathbf{B}\mathbf{q})_2 \leq \eta \quad (7)$$

式中 η 为正则化参数, 用于平衡 $\mathbf{B}$ 对 $\mathbf{q}$ 进行稀疏表示时的误差和矢量 $\mathbf{q}$ 的稀疏性。在正则化参数 η 确定后, 式(7)问题便转化为一个二阶锥规划问题, 利用内点法可以求解出, 这样便估计出了空间角度 $\hat{\beta}_k$ 。

4 矩阵运算求 α_k

子阵列 $\mathbf{Y}_1$ 的自相关矩阵为:

$$\mathbf{R}_{11} = E[\mathbf{Y}_1 \mathbf{Y}_1^H] = \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{A}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (8)$$

式中: E 为数学期望算子; $\mathbf{S}$ 为源信号的协方差矩阵; $\mathbf{I}$ 为单位矩阵; σ_n^2 为加性噪声方差。

子阵列 $\mathbf{Y}_1$ 与子阵列 $\mathbf{Y}_2$ 的互相关矩阵为:

$$\mathbf{R}_{12} = E[\mathbf{Y}_1 \mathbf{Y}_2^H] = \mathbf{A} \Phi \mathbf{S} \mathbf{A}^H + E[\mathbf{A} \mathbf{s} \mathbf{n}_2^H] + E[\mathbf{n}_1 \mathbf{s}^H \Phi \mathbf{A}^H] + E[\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2^H] \quad (9)$$

由前面假设可知, 加性噪声彼此是互不相关的, 并且与源信号独立, 因此式(9)后面的 3 项等于零。有:

$$\mathbf{R}_{12} = E[\mathbf{Y}_1 \mathbf{Y}_2^H] = \mathbf{A} \Phi \mathbf{S} \mathbf{A}^H \quad (10)$$

由自协方差矩阵 $\mathbf{R}_{11}$ 和互相关矩阵 $\mathbf{R}_{12}$ 构造 DOA 矩阵 $\mathbf{R}$ 为:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{12} [\mathbf{R}_{11}]^+ \quad (11)$$

式中 $[\mathbf{R}_{11}]^+$ 表示伪逆。

定理 1 如果 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{S}$ 都满秩, Φ 中没有相同的对角元素, 则 DOA 矩阵 $\mathbf{R}$ 的 K 个非零特征值与 Φ 中 K 个对角元素相同, 并且同这些特征值相对应的特征向量等于相对应的信号导向矢量^[13], 即:

$$\mathbf{R} \mathbf{A} = \mathbf{A} \Phi \quad (12)$$

假设能够估计出阵列流形矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$, 并代入式(12)中, 便可以求出矩阵 $\hat{\Phi}$:

$$\hat{\Phi} = [\hat{\mathbf{A}}]^+ \mathbf{R} \hat{\mathbf{A}} \quad (13)$$

而矩阵 $\hat{\Phi} = \text{diag}\{e^{j2\pi d_1 \cos \hat{\alpha}_1 / \lambda}, e^{j2\pi d_2 \cos \hat{\alpha}_2 / \lambda}, \dots, e^{j2\pi d_K \cos \hat{\alpha}_K / \lambda}\}$ 中包含了空间角度 $\hat{\alpha}_k$, 估计出了 $\hat{\Phi}$, 也就估计出了空间角度 $\hat{\alpha}_k$ 。

根据前面的分析可以知道, 稀疏表示方法可以估计出空间角度 $\hat{\beta}_k$, 而阵列流形矩阵 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_K]$, 且有 $\mathbf{a}_k = [1, e^{-j2\pi d_1 \cos \beta_k / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_{(M-1)} \cos \beta_k / \lambda}]^T$, 将已经估计出的 $\hat{\beta}_k$ 代入阵列流形矩阵 $\mathbf{A}$ 中, 便可以估计出阵列流形矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$, 然后利用式(13)就可以求出 $\hat{\alpha}_k$ 。

5 方位和俯仰角的配对

利用解耦的方法分别进行方位角和俯仰角估计时, 一个技术要点就是方位角和俯仰角的配对问题。本文方法依次求解 2 个空间复合角 α_k 和 β_k , 然后根据式(1)可以反推出方位角 θ 和俯仰角 ϕ :

$$\theta_k = \arctan \left(\frac{\cos \beta_k}{\cos \alpha_k} \right) \quad (14)$$

$$\phi_k = \arccos \left(\sqrt{\cos^2 \alpha_k + \cos^2 \beta_k} \right) \quad (15)$$

6 仿真实验

为了验证所提算法的有效性, 本节采用计算机仿真的方式来进行详细的分析说明。为了对比, 在相同计算

机仿真环境下同时给出了DOA矩阵算法、旋转不变性子空间(Estimating Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)算法和增广矩阵束(Matrix Enhancement and Matrix Pencil, MEMP)算法的实验结果。

实验中假定子阵 $\mathbf{Y}_1$ 与子阵 $\mathbf{Y}_2$ 的阵元个数 M 为10, 2个子阵列的阵元沿 Y 轴方向的间距 d_y 等于半波长, 并且子阵列与子阵列的间距 d_x 也等于半波长。假设入射信号的功率都相等, 算法的估计均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)定义如下:

$$E_{\text{RMS}}(k) \triangleq \sqrt{\frac{1}{JK} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left[(\hat{\theta}_k^j - \theta_k)^2 + (\hat{\phi}_k^j - \phi_k)^2 \right]} \quad (16)$$

式中: $\hat{\theta}_k^j$ 、 $\hat{\phi}_k^j$ 分别为第 j 次实验对第 k 个信源目标的方位角、俯仰角的估计值; J 为蒙特卡洛实验次数, 并且在后面的仿真中 J 的值都设定为500。

仿真1: 首先对所提算法的估计角度情况进行仿真分析。假设有2个非相干远场窄带信号入射到双线性平行阵列上面, 并且假定2个入射信号的方位角和俯仰角分别为 $[\theta_1, \varphi_1] = [20^\circ, 60^\circ]$ 和 $[\theta_2, \varphi_2] = [30^\circ, 10^\circ]$, 快拍数定为500, 信噪比 $R_{\text{SN}}=15$ dB。仿真实验结果如图2所示, 表明所提方法能较精确地分辨2个不同信号的方位角和俯仰角。

仿真2: 对各算法估计角度RMSE随信噪比的变化情况进行分析。在该仿真实验中设定2个入射信号的方位角以及俯仰角与仿真实验1相同, 快拍数仍然为500, 单个阵元所接收信号的信噪比由0 dB变化到20 dB, 则由此给出各算法的估计角度RMSE随信噪比的变化情况如图3所示。

根据图3的仿真结果可以知道, 当信噪比较高时, 所提算法的估计角度RMSE具有较好的结果。当信噪比较低时, 所提算法的估计角度RMSE变化较大, 性能下降。其原因在于信噪比较低时, 正则化参数的值有偏差, 导致算法性能下降。

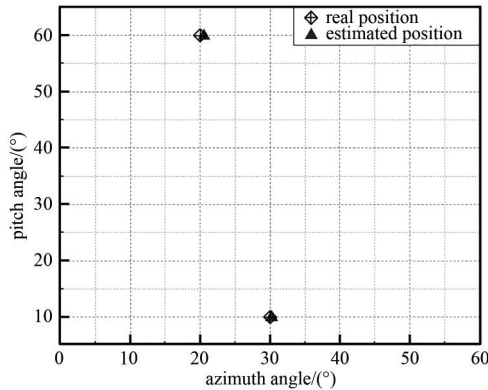


Fig.2 Angle estimation
图2 角度估计

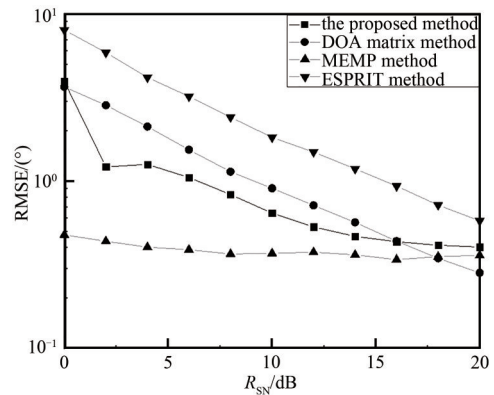


Fig.3 RMSE of each algorithm changing with SNR
图3 各算法测角RMSE随SNR的变化

仿真3: 对各算法估计角度RMSE随快拍数的变化情况进行分析。在该仿真实验中设定2个入射信号的入射方位角以及俯仰角与仿真实验1相同, 并且设定入射信号的信噪比 $R_{\text{SN}}=15$ dB, 让接收的快拍数发生变化, 由50变化到1 000, 则由此给出各算法的估计角度RMSE与快拍数变化之间的关系, 如图4所示。

由图4可知, 所提算法的RMSE受快拍数的影响比较小, 特别是快拍数较小时, 性能优势更加明显。另外DOA矩阵法和MEMP算法在快拍数较大时, 能够对入射信号角度进行高精度度的估计, 但快拍数较小时, 角度估计偏差较大。对比几种算法可知, 所提算法的稳健性较好, 因为有效利用了2个子阵列接收信号互相关信息以及稀疏表示技术^[11]。

仿真4: 本仿真实验分析入射信号的空域角度间隔对各算法性能的影响。在实验中仿真以下3种情况: a) 设定2个入射信号的俯仰角固定不变且间隔大, 以此对各算法估计角度RMSE随方位角间隔变化情况进行考查, 此时设定 $[\theta_1, \varphi_1] = [20^\circ, 60^\circ]$, $[\theta_2, \varphi_2] = [\theta_1 + \Delta\theta, 10^\circ]$; b) 设定2个入射信号的方位角固定不变且间隔大, 以此对各算法估计角度RMSE随俯仰角间隔变化情况进行考查, 此时设定 $[\theta_2, \varphi_2] = [30^\circ, 10^\circ]$; $[\theta_1, \varphi_1] = [20^\circ, \varphi_2 + \Delta\varphi]$; c) 2个入射信号的方位角间隔和俯仰角间隔都同时由小变大, 以此对各算法估计角度RMSE随方位角和俯仰角间隔变化情况进行考查, 此时设定 $[\theta_1, \varphi_1] = [20^\circ, \varphi_2 + \Delta]$, $[\theta_2, \varphi_2] = [\theta_1 + \Delta, 10^\circ]$ 。其中 $\Delta\theta$ 、 $\Delta\varphi$ 、 Δ 均由 2° 变化到 20° 。此外入射信号的信噪比 $R_{\text{SN}}=15$ dB, 接收的快拍数设为500。在上述条件下, 得到各算法的估计角度RMSE随方位

角间隔 $\Delta\theta$ 、俯仰角间隔 $\Delta\varphi$ 以及方位和俯仰角间隔 Δ 的变化情况分别如图 5~图 7 所示。

图 5 到图 7 的仿真结果可以看出所提算法的估计角度 RMSE 在间隔角度大于 10° 时, 性能较好。各算法的估计角度 RMSE 都随着角度间隔的增大而增大, 并且受到俯仰角间隔影响较大, 而受方位角间隔影响较小。这是因为各算法测量方位角和俯仰角时, 首先是对俯仰角进行测量, 然后利用俯仰角的测量值对方位角进行测量。

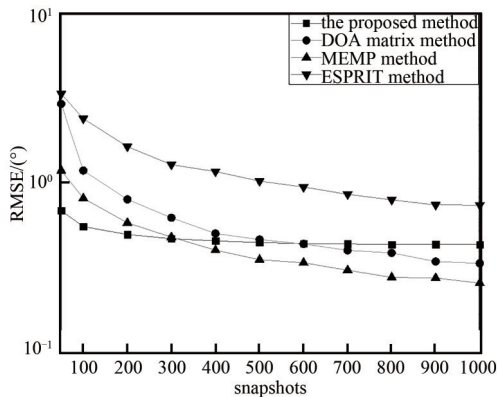


Fig.4 Relationship between the RMSE of each algorithm and the snapshots

图 4 各算法的测角 RMSE 与快拍数之间的关系

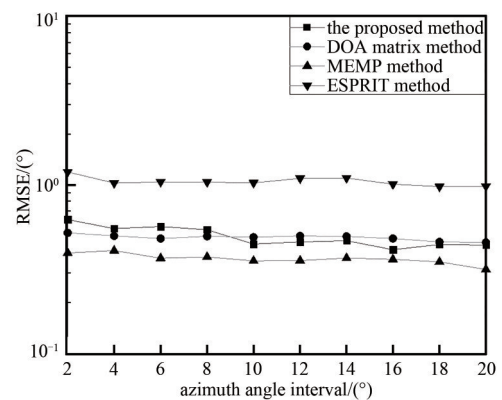


Fig.5 Relationship between RMSE and azimuth angle interval

图 5 各算法测角 RMSE 与方位角间隔的关系

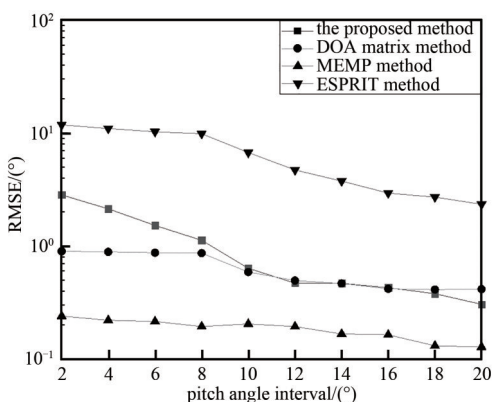


Fig.6 Relationship between RMSE and pitch angle interval

图 6 各算法测角 RMSE 与俯仰角间隔的关系

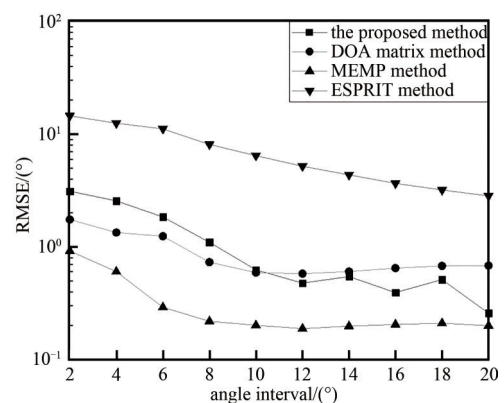


Fig.7 Relationship between RMSE and the angle interval of azimuth and pitch

图 7 各算法测角 RMSE 与方位和俯仰角间隔的变化

7 结论

本文提出了基于稀疏表示的双平行线阵二维 DOA 估计方法。该算法的基本思想是通过引入同时包含目标方位角和俯仰角信息的 2 个空间复合角, 然后分别利用稀疏表示技术和矩阵运算对空间复合角求解, 最后根据估计的两个空间复合角对方位角和俯仰角进行配对求解。与现有算法相比较, 所提方法受快拍数的影响较小, 在信噪比较高、角度间隔较大的情况下, 具有良好的性能。另外该算法适用于其他阵列, 如 T 型阵列、平面阵列等, 通用型较强。

参考文献:

- [1] GONG Shu, XIONG Hailiang, PENG Meixuan, et al. Joint DOD and DOA estimation for bistatic multiple-input multiple-output radar target discrimination based on improved unitary ESPRIT method[J]. IET Communications, 2018, 12(12):1397-1405.
- [2] LIU Lutao, LIU Huan. Joint estimation of DOA and TDOA of multiple reflections in mobile communications[J]. IEEE Access, 2016(4):3815-3823.
- [3] HE Shun, YANG Zhiwei, LIAO Guisheng. DOA estimation of wideband signals based on iterative spectral reconstruction[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2017, 28(6):1039-1045.
- [4] 谭伟杰, 冯西安. 基于稀疏表示的平行互素阵二维测向方法[J]. 系统工程与电子技术, 2019, 41(5):937-943. (TAN Weijie, FENG Xi'an. Sparsity-based two dimensional direction-finding method for parallel coprime arrays[J]. Systems Engineering and Electronics, 2019, 41(5):937-943.) doi:10.3969/j.issn.1001-506X.2019.05.01.

- [5] 王旭东,仲倩,闫贺,等. 一种二维信号波达方向估计的改进多重信号分类算法[J]. 电子与信息学报, 2019,41(9):2137–2142. (WANG Xudong,ZHONG Qian,YAN He,et al. An improved MUSIC algorithm for two dimensional direction of arrival estimation[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2019,41(9):2137–2142.) doi:10.11999/JEIT181090.
- [6] 贾勇,孔柯柯,干娜. 基于互质阵列的相干与非相干目标DOA估计算法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2019,17(5):805–810. (JIA Yong,KONG Keke,GAN Na. DOA estimation for coherent and incoherent sources based on coprime array[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2019,17(5):805–810.) doi:10.11805/TKYDA201905.0805.
- [7] 王洪雁,于若男. 基于稀疏和低秩恢复的稳健DOA估计方法[J]. 电子与信息学报, 2020,42(3):589–596. (WANG Hongyan,YU Ruonan. Sparse and low rank recovery based robust DOA estimation method[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2020,42(3):589–596.) doi:10.11999/JEIT190263.
- [8] 陈沛,赵拥军,刘成城. 基于稀疏重构的共形阵列稳健自适应波束形成算法[J]. 电子与信息学报, 2017,39(2):301–308. (CHEN Pei,ZHAO Yongjun,LIU Chengcheng. Robust adaptive beamforming algorithm for conformal arrays based on sparse reconstruction[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2017,39(2):301–308.) doi:10.11999/JEIT160436.
- [9] 陈玉龙,黄登山. 基于压缩感知的二维DOA估计[J]. 计算机工程与应用, 2012,48(28):159–163. (CHEN Yulong,HUANG Dengshan. Two dimensional DOA estimation based on compressed sensing[J]. Computer Engineering and Applications, 2012,48(28):159–163.)
- [10] HUANG Weibin,LI Hui. An improved DOA estimation algorithm based on sparse reconstruction[C]// The 11th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory. Guilin, China: [s.n.], 2016:621–625.
- [11] GU Yujie,GOODMAN N A,HONG Shaohua,et al. Robust adaptive beamforming based on interference covariance matrix sparse reconstruction[J]. Signal Processing, 2014(96):375–381.
- [12] 程增飞. 基于压缩感知的阵列信号处理技术研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2017. (CHENG Zengfei. Study on array signal processing technique based on compressed sensing[D]. Xi'an, China: Xidian University, 2017.)
- [13] 殷勤业,邹理和,ROBERT W. 一种高分辨率二维信号参量估计方法—波达方向矩阵法[J]. 通信学报, 1991,12(4):1–7. (YIN Qinye,ZOU Lihe,ROBERT W. A high resolution approach to 2-D signal parameter estimation—DOA matrix method[J]. Journal of China Institute of Communications, 1991,12(4):1–7.)

作者简介:

苏 龙(1988–), 男, 硕士, 讲师, 主要研究方向为阵列信号、稀疏信号处理. Email:sulong849@qq.com.

李 雪(1989–), 女, 硕士, 讲师, 主要研究方向为智能优化算法.

罗德凌(1976–), 男, 硕士, 副教授, 主要研究方向为电力电子技术和电力谐波分析.