第22卷　第9期　　太赫兹科学与电子信息学报　　Vol.22，No.9
2024年9月　　Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology　　Sep.，2024

文章编号：2095-4980(2024)09-1029-09

基于运动平台中心对称阵的相干信源DOA估计

刘长远[1,2]

(1.中国电子科技集团公司 第五十四研究所，河北 石家庄 050081；2.河北省电磁频谱认知与管控重点实验室，河北 石家庄 050081)

摘　要：当存在多径问题时，圆阵的空间谱测向性能会严重下降。对此，提出一种基于运动平台的中心对称阵平滑空间谱估计算法。该算法利用阵列在空间上的平移，得到多个平移后的协方差矩阵；同时利用中心对称阵的对称性，将接收数据反向处理，获得虚拟阵列数据的协方差矩阵。之后对所有协方差进行叠加，可获得一个新的满秩的协方差矩阵，实现解相干处理，完成信号的来波方向估计。仿真实验验证了该方法的有效性，并具备较大的工程应用价值。

关键词：均匀圆阵；空间平滑算法；超分辨；相干信源

中图分类号：TN911　　**文献标志码：**A　　**doi：**10.11805/TKYDA2023335

DOA estimation of coherent signals based on the centrosymmetric array of moving platform

LIU Changyuan[1,2]

(1.The 54th Research Institute of CETC，Shijiazhuang Hebei 050081，China；
2.Hebei Key Laboratory of Electromagnetic Spectrum Cognition and Control，Shijiazhuang Hebei 050081，China)

Abstract：When there is multipath propagation, the spatial spectrum direction-finding performance of circular arrays will be severely degraded. To address this, an algorithm based on the central symmetric array for smooth spatial spectrum estimation on a moving platform is proposed. This algorithm utilizes the spatial translation of the array to obtain multiple translated covariance matrices; at the same time, it leverages the symmetry of the central symmetric array to process the received data in reverse, obtaining the covariance matrix of the virtual array data. Subsequently, by stacking all covariance matrices, a new full-rank covariance matrix can be obtained, which achieves de-correlation processing and completes the estimation of the signal's direction of arrival. Simulation experiments have verified the effectiveness of this method and it has significant value for engineering applications.

Keywords：uniform circular array；spatial smoothing algorithm；super-resolution；coherent signals

在电磁对抗领域，波达方向(Direction of Arrival，DOA)估计一直是当今各国研究的重点。随着无线电通信技术的发展，从20世纪初开始陆续诞生了很多测向体制，如比幅度法、沃特森-瓦特法、多普勒测向法、时差测向法和空间谱测向法等方法[1-3]。由于空间谱测向具有超分辨的特点，从诞生之日起便一直受各国学者的追捧。多重信号分类(Multiple Signal Classification，MUSIC)算法是空间谱测向方法的一种，在独立信号源情况下，该算法能准确估计出信号个数与方向，但当在诸如城市环境中进行测向时，信源往往存在相关(相干)干扰，该方法将不再适用[4]。文献[5-6]采用了空间平滑算法、Khatri-Rao积等算法，解决了相干信源估计问题，但仅适用于均匀线阵。圆阵属于二维阵列，其阵列流型因不具有Vandermonde矩阵形式，导致许多适用于均匀线阵的相干信源估计方法不能直接应用在圆阵上。为此，大量学者投入到二维阵列测向算法研究中。文献[7]提出了一种模式空间虚拟均匀线阵的平滑MUSIC方法，但该算法转化时引入了近似误差，且计算量大，存在孔径缺失等缺点；文献[8]提出一种利用具有中心对称性的特殊结构实现相干信源估计，该算法需要特殊阵型，阵元数往往大于10个，所需天线数量多，且圆阵阵列最多只能区分2个相干信源；文献[9]提出利用均匀圆阵在2个垂直方向上平移的方法实现解相干，该方法需要天线阵做匀速直线运动，对使用平台有较大限制。

收稿日期：2023-10-28；**修回日期：**2024-01-17

为降低二维阵列测相干信源的实现成本，减少孔径损失，结合中心对称平滑算法的特性，将其用于运动平台上，本文提出了移动平均中心对称平滑 MUSIC(Move–Mean Central Symmetry Smoothing–MUSIC，MCSS–MUSIC)算法。该方法能极大提高相干信源处理能力，同时减少阵元数，降低使用成本，并以偶数均匀圆阵为例，对算法进行分析和仿真。

1 基本原理

1.1 信号模型

远场环境下，假设一个均匀圆阵，半径为 R，不失一般性，圆阵在 xy 平面上，不考虑俯仰角的影响。选取圆阵的圆心为参考点，在圆周上均匀分布着 M 个阵元(M 默认为偶数，后不赘述)。假设远场共有 $P(P<M)$ 个信号入射到阵列上，信号方位角为 $\theta_p(p=1,2,\cdots,P)$，如图 1 所示。

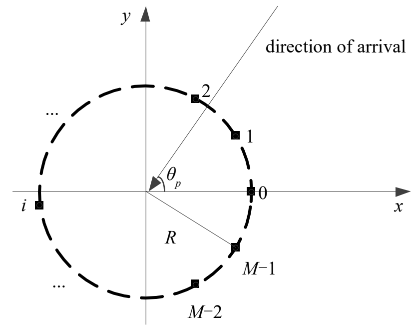


Fig.1 Uniform circular array
图1 均匀圆阵

各阵元相对于圆心的角度可表示为：

$$\phi_m=\frac{2\pi m}{M},m=0,1,\cdots,M-1 \tag{1}$$

各阵元接收到的信号与参考点之间的相位差可表示为：

$$\varphi_m=\frac{2\pi}{\lambda}R\cos\left(\theta_p-\frac{2\pi m}{M}\right),m=0,1,\cdots,M-1;p=1,2,\cdots,P \tag{2}$$

则第 m 个阵元接收到的信号为：

$$x_m(t)=\sum_{p=1}^{P}\boldsymbol{a}_m(\theta_p)s_p(t)+n_m(t),m=0,1,\cdots,M-1 \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{a}_m(\theta_p)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi R}{\lambda}\cos(\theta_p-\phi_m)}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_m}$ 为阵元对某一方向信号的导向矢量；$s_p(t)$ 为阵列第 p 个信号的复包络；$n_m(t)$ 为零均值高斯白噪声。式(3)写成矩阵的形式：

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{AS}+\boldsymbol{N} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{a}(\theta_1),\boldsymbol{a}(\theta_2),\cdots,\boldsymbol{a}(\theta_p)]$，$\boldsymbol{a}(\theta_p)=[a_0(\theta_p),a_1(\theta_p),\cdots,a_M(\theta_p)]^{\mathrm{T}}(p=1,2,\cdots,P)$ 为该均匀圆阵的导向矢量，也叫阵列流型。

1.2 普通 MUSIC 算法

普通的 MUSIC 算法利用采集的各通道信号数据的协方差运算，获得特征值和特征向量[10]。接收数据的协方差矩阵为：

$$\boldsymbol{R}_X=E\left\{\boldsymbol{XX}^{\mathrm{H}}\right\}=\boldsymbol{A}E\left\{\boldsymbol{SS}^{\mathrm{H}}\right\}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+E\left\{\boldsymbol{NN}^{\mathrm{H}}\right\}=\boldsymbol{AR}_S\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I} \tag{5}$$

对矩阵 $\boldsymbol{R}_X$ 的特征值进行分解，将特征值由大到小排列可获得对应的特征向量 $\left[e_1,e_2,\cdots,e_M\right]$。假设噪声的特征向量 $\left[e_o,e_{o+1},\cdots,e_M\right](1<o<M)$ 生成噪声子空间 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{n}}$，利用信号子空间与噪声子空间的正交性，构造伪谱函数：

$$P_{\mathrm{MUSIC}}=\frac{1}{\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{E}_{\mathrm{n}}\boldsymbol{E}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta)} \tag{6}$$

通过不断改变不同角度对应的导向矢量，搜索到的峰值对应的角度即为波达方向角。

2 MCSS–MUSIC 算法

2.1 虚拟子阵

偶数阵元的均匀圆阵以圆心为对称点构成中心对称阵列，因此每个偶数均匀圆阵都是中心对称阵。以 8 阵元均匀圆阵为例，如图 2 所示，各阵元之间的波程差等价于各阵元投影到入射信号

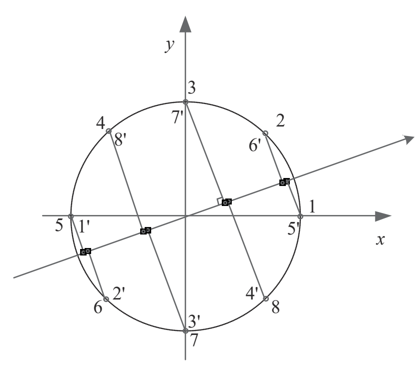


Fig.2 Sketch map of virtual sub–array
图2 虚拟子阵示意图

所在直线上的位置与圆心的距离差。设天线编号1~8为基准阵，根据中心对称原则，天线编号1'~8'则为对应的虚拟子阵。

图2中，以圆心为坐标原点，圆圈表示天线单元。不失一般性，假设只有一个入射信号，入射角度为θ，当以标号1作为起始天线，逆时针依次编号时，由式(3)可得：

$$x_m(t)=\boldsymbol{a}_m(\theta)s(t)+n_m(t)\quad m=1,2,\cdots,8 \tag{7}$$

由式(2)可知，此时$x_m(t)$的相位差为：

$$\varphi_m=\frac{2\pi}{\lambda}R\cos\left(\theta-\frac{2\pi m}{M}\right),m=1,2,\cdots,8 \tag{8}$$

若以标号1'作为起始天线，逆时针依次编号时，由式(3)可得：

$$x_{m'}(t)=\boldsymbol{a}_{m'}(\theta)s(t)+n_{m'}(t)\quad m'=1',2',\cdots,8' \tag{9}$$

$\boldsymbol{a}_{m'}(\theta)$可表示为：

$$\boldsymbol{a}_{m'}(\theta)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi R}{\lambda}\cos(\theta-(\phi_{m'}+\pi))}=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi R}{\lambda}\cos(\theta-\phi_{m'})}\quad m'=1',2',\cdots,8' \tag{10}$$

则此时$x_{m'}(t)$与参考点的相位差为：

$$\varphi_{m'}=-\frac{2\pi}{\lambda}R\cos\left(\theta-\frac{2\pi m'}{M}\right) \tag{11}$$

式(8)和式(11)说明了基准阵与虚拟子阵各阵元与参考点相位差呈反相关系，对应阵列位置发生了180°旋转。从图2中也可以看出，基准阵与虚拟子阵在信号入射方向上的投影距离相等，但排列顺序相反，造成相位差反相，即阵列接收的数据呈现共轭对称的关系。通过这种投影，问题分析的维度就从二维平面降维至一维平面上。因此，从数学上，只需将虚拟子阵的数据求取共轭，则虚拟子阵的阵列流型就与基准阵的阵列流型保持对应一致。这样，通过对称映射产生的虚拟子阵，能够减少空间平滑算法所造成的孔径损失，增加了估计相干信号的数量。

2.2 MCSS–MUSIC 算法

当测向空间存在相干信源时，阵列接收的数据进行协方差运算后会导致协方差矩阵不再是满秩矩阵，造成一部分信号子空间进入噪声子空间。该噪声子空间与对应的这部分信号导向矢量不再正交，通过MUSIC算法无法将信号成功分离并估计出来。

采用运动平台的空间平移方法，就是将基准阵进行空间平移获得基准阵的平移数据，由于平滑算法具有空间平移一致性，通过多次平移获得的数据协方差可以恢复至满秩，实现解相干处理。

如图3所示，均匀圆阵沿v方向做直线运动(可以匀速运动，也可以非匀速运动)，且运动形式与采样时刻不存在必然联系。v方向和x轴夹角为α，第k次移动的距离为d_k，一共移动K次，以坐标原点为阵列圆心的初始位置，共有P个信源，来波方向为$[\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_P]$，则第$k$次移动，阵列的接收信号为：

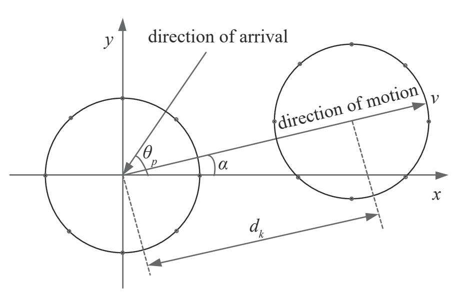


Fig.3 Sketch map of array translation

图3 阵列平移示意图

$$\boldsymbol{X}_k(t)=\boldsymbol{A}\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v S(t)+n(t) \tag{12}$$

式中：$\boldsymbol{D}_v=\mathrm{diag}\left\{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\rho_1},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\rho_2},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\rho_P}\right\}$，$\rho_p=2\pi f d_k\cos(\theta_p-\alpha)/c$表示空间移动后各阵元与上一位置的附加相位差偏移量。

则在v方向上，协方差矩阵的无偏估计可表示为：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_v&=\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\boldsymbol{R}_k=\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}E\left\{\boldsymbol{X}_k\boldsymbol{X}_k^{\mathrm{H}}\right\}=\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\boldsymbol{A}E\left\{\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{H}}\right\}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+E\left\{\boldsymbol{n}\boldsymbol{n}^{\mathrm{H}}\right\}\right)=\\&\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\boldsymbol{A}\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\boldsymbol{R}_{\mathrm{S}}\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\right)+\sigma^2\boldsymbol{I}=\boldsymbol{A}\left(\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)\boldsymbol{R}_{\mathrm{S}}\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{H}}\right)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}\end{aligned} \tag{13}$$

由前文所述可知，阵列在运动时共采集了K次，这K次都是以基准阵为模板的，根据中心对称原则，同时也可获得K个以虚拟阵为模板的协方差矩阵，设$\boldsymbol{J}_M$为M阶的变换矩阵，由于M为偶数，因此$\boldsymbol{J}_M$可表示为：

$$\boldsymbol{J}_M=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}_{M/2} & \boldsymbol{I}_{M/2}\\ \boldsymbol{I}_{M/2} & \boldsymbol{0}_{M/2}\end{bmatrix} \tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{0}_{M/2}$表示$M/2$阶零矩阵；$\boldsymbol{I}_{M/2}$表示$M/2$阶单位阵。式(11)左乘$\boldsymbol{J}_M$就可实现矩阵的中心对称翻转变化。

令$\boldsymbol{U}(n)=\boldsymbol{J}_M\boldsymbol{X}^*(n)$，则初始位置虚拟阵的协方差矩阵为：

$$\boldsymbol{R}_U=E\left\{\boldsymbol{U}(n)\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}(n)\right\}=\boldsymbol{J}_M\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{R}_s^*\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_M+\sigma^2\boldsymbol{I}=\boldsymbol{J}_M\boldsymbol{R}_X^*\boldsymbol{J}_M \tag{15}$$

可以发现，虚拟子阵的协方差就是在基准阵的基础上做适当的变换，阵列在运动方向v上采集的K次数据获得的协方差矩阵为：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_w=&\frac{1}{K+1}\sum_{u=0}^{K}\boldsymbol{R}_U=\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}E\left\{\boldsymbol{U}_k\boldsymbol{U}_k^{\mathrm{H}}\right\}=\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\boldsymbol{J}_M\boldsymbol{A}^*E\left\{\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v^*\boldsymbol{S}^*\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{T}}\right\}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_M+E\left\{\boldsymbol{n}\boldsymbol{n}^{\mathrm{H}}\right\}\right)=\\&\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\boldsymbol{J}_M\boldsymbol{A}^*\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v^*\boldsymbol{R}_S^*\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_M\right)+\sigma^2\boldsymbol{I}=\boldsymbol{J}_M\boldsymbol{A}^*\left(\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v^*\right)\boldsymbol{R}_S^*\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_M+\sigma^2\boldsymbol{I}\end{aligned} \tag{16}$$

最终以$\boldsymbol{R}_v$和$\boldsymbol{R}_w$的算术平均值作为整体的协方差，表示为$\boldsymbol{R}=\dfrac{1}{2}\left(\boldsymbol{R}_v+\boldsymbol{R}_w\right)$。

MCSS–MUSIC算法的基本流程可总结为：a) 确定阵元数量和阵元孔径，确定基准阵与虚拟子阵；b) 平台进行直线运动，在不同位置进行数据采样；c) 对各位置采集的数据进行共轭转换处理，获得基准阵和虚拟阵的数据；d) 计算各位置时刻的基准阵协方差矩阵和虚拟阵的协方差矩阵；e) 对所有协方差矩阵加权平均，使用MUSIC算法进行信源DOA估计。

3 解相干分析

令矩阵$\boldsymbol{T}=\mathrm{diag}\left[\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{M}{2}\varphi_1},\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{M}{2}\varphi_2},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{M}{2}\varphi_M}\right]$，则有下面关系：

$$\boldsymbol{J}_M\boldsymbol{A}^*=\boldsymbol{A}\boldsymbol{T} \tag{17}$$

当信源之间相互独立，则协方差矩阵应为实对角阵，将式(17)代入式(16)，根据对角矩阵性质，可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_w=&\frac{1}{K+1}\sum_{u=0}^{K}\boldsymbol{R}_U=\boldsymbol{A}\boldsymbol{T}\left(\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v^*\right)\boldsymbol{R}_S^*\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{T}^*\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}=\\&\boldsymbol{A}\boldsymbol{T}\left(\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\prod_{v=1}^{k}D_v^*\right)\boldsymbol{R}_{\mathrm{S}}\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{T}^*\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}=\boldsymbol{A}\left(\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v^*\right)\boldsymbol{R}_S\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}=\\&\boldsymbol{A}\left(\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)\boldsymbol{R}_{\mathrm{S}}\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{H}}\right)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}=\boldsymbol{R}_v\end{aligned} \tag{18}$$

对$\boldsymbol{R}=\dfrac{1}{2}(\boldsymbol{R}_w+\boldsymbol{R}_v)=\boldsymbol{R}_w=\boldsymbol{R}_v$进行特征分解，利用MUSIC算法同样可以估计非相干信源的方位。

当入射信号为相干源时，信号的协方差矩阵$\boldsymbol{R}_s$是一希尔米特矩阵[11]。同样地，将式(17)代入式(16)中，有：

$$\boldsymbol{R}_w=\frac{1}{K+1}\sum_{u=0}^{K}\boldsymbol{R}_U=\boldsymbol{A}\boldsymbol{T}\left(\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v^*\right)\boldsymbol{R}_S^*\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{T}^*\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I} \tag{19}$$

进一步有：

$$\boldsymbol{R}=\frac{1}{2}\boldsymbol{A}\left(\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^*\boldsymbol{T}\boldsymbol{R}_S^*\boldsymbol{T}^*\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{T}}+\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)\boldsymbol{R}_S\left(\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v\right)^{\mathrm{H}}\right)\right)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I} \tag{20}$$

令$\boldsymbol{G}_k=\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v,\boldsymbol{B}_k=\boldsymbol{T}^*\prod_{v=1}^{k}\boldsymbol{D}_v$，则式(20)可简写为：

$$\boldsymbol{R}=\frac{1}{2}\boldsymbol{A}\left(\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\boldsymbol{G}_k{}^{*}\boldsymbol{T}\boldsymbol{R}_S^{*}\boldsymbol{T}^{*}\boldsymbol{G}_k{}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{G}_k\boldsymbol{R}_S\boldsymbol{G}_k{}^{\mathrm{H}}\right)\right)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}=\frac{1}{2}\boldsymbol{A}\left(\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\boldsymbol{G}_k{}^{*}\boldsymbol{T}\boldsymbol{R}_S^{*}\boldsymbol{T}^{*}\boldsymbol{G}_k+\boldsymbol{G}_k\boldsymbol{R}_S\boldsymbol{G}_k{}^{*}\right)\right)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}=\frac{1}{2}\boldsymbol{A}\left(\frac{1}{K+1}\sum_{k=0}^{K}\left(\boldsymbol{B}_k^{*}\boldsymbol{R}_S^{*}\boldsymbol{B}_k+\boldsymbol{G}_k\boldsymbol{R}_S\boldsymbol{G}_k{}^{*}\right)\right)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I} \tag{21}$$

式(21)与文献[5]中推导相类似，可获得如下重要结论：当虚拟阵的个数大于或等于入射信号的数目P时，虚拟空间平滑的信号协方差矩阵是满秩的。该算法下阵元数为M，阵列每移动一次，就可以获得2个协方差矩阵，一个是基准阵平移得来的，一个是与平移后的阵列圆心成中心对称虚拟出来的。从广义上讲，移动后的均匀圆阵同样可看作是基准阵的虚拟阵，因此每移动一次，解相干的信源个数就增加2个，但受M阵元数的影响，本算法所能估计的最大信号相干数目为$M-1$。

4　克拉美–罗界

在远场条件下，PETRE STOICA[12]给出了任意阵列模型MUSIC算法的克拉美–罗界(Cramér–Rao Bound，CRB)，表达式为：

$$CRB(\theta)=\frac{6}{m(m^2-1)N}\begin{bmatrix}\frac{1}{R_{\mathrm{SN},1}} & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \frac{1}{R_{\mathrm{SN},2}} & \cdots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \cdots & \frac{1}{R_{\mathrm{SN},P}}\end{bmatrix} \tag{22}$$

对于第P个信号，MUSIC的CRB为：

$$CRB(\theta_P)=\frac{6}{R_{\mathrm{SN}}}\times\frac{1}{m(m^2-1)N}\simeq\frac{6}{m^3NR_{\mathrm{SN},P}} \tag{23}$$

式中：N为采样点数；m为阵元个数；$R_{\mathrm{SN},P}$为信号P的信噪比。对于比较经典的模式空间方法，虚拟成均匀线阵的阵元个数$L\leqslant M$，再对虚拟均匀线阵采用空间差分平滑、前后向空间平滑或改进的MUSIC等算法[7,11]，虚拟子阵个数$l\leqslant L\leqslant M$，同时虚拟子阵的阵元数$W\leqslant L\leqslant M$，则一般的圆阵平滑方法的克拉美–罗界为：

$$CRB(\theta_P)=\frac{6}{W^3NR_{\mathrm{SN},P}} \tag{24}$$

本方法的虚拟子阵阵元数最大为M，则本算法的克拉美–罗界为：

$$CRB_{\mathrm{MCSS}}(\theta_P)=\frac{6}{M^3NR_{\mathrm{SN},P}} \tag{25}$$

对于经典的模式空间方法，当经过模式空间变换的虚拟阵元个数L一定时，虚拟子阵的个数为l，则该圆阵可估计的相干信源个数最大为$l-1$，而虚拟子阵的阵元数W决定了估计方位的误差下限，这使得虚拟子阵个数和虚拟子阵阵元数相互牵制，即想要估计的相干源越多，估计的方位误差就越大，而想要估计的方位误差越小，则能正确估计的相干源个数就越少。

由式(24)~(25)可得，在信噪比和采样点数一致的情况下，本算法的CRB一定优于一般模式空间平滑算法的CRB。这也说明了本算法的阵列孔径没有损失，提高了波达方向角的空间分辨力。

5　仿真实验

1) 实验1　对比仿真

将本算法与文献[7]提出的中心对称平滑MUSIC(Central Symmetry Smoothing MUSIC，CSS–MUSIC)算法、一般MUSIC算法及文献[13]提出的改进型UCA–ESPRIT(Imporved–Uniform Circlar Array–Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques，I–UCA–ESPRIT)算法进行对比实验。仿真设定8阵元均匀圆阵，半径与波长比为1.25，入射信号频率为200 MHz，天线移动1次位置。当2个独立信号入射时，入射角度分别为30°和–15°，测向结果如图4所示。当入射角度不变，存在一个多径信号(–15°)，幅度衰减系数为0.2时，测向结果如图5所示。当入射角度为–30°、15°和30°，存在2个多径信号，幅度衰减系数为0.1~0.2时，测向结果如图6所示。

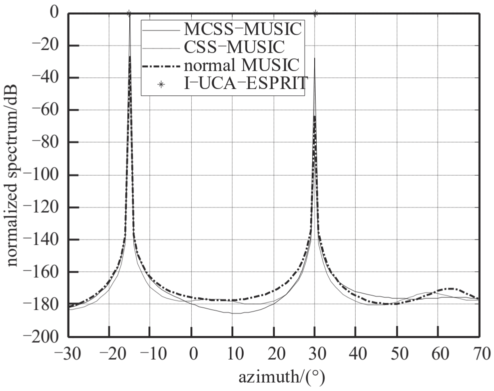


Fig.4 DOA estimation with two independent signals
图4 两独立信源DOA估计图

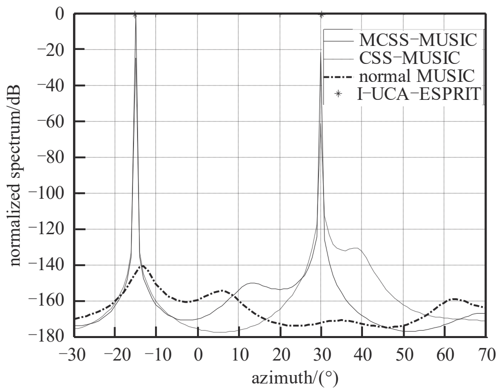


Fig.5 DOA estimation with two coherent signals
图5 两相干信源DOA估计图

由仿真结果可知，当信源独立时，4种算法均能正确估计出波达方向。当存在多径时，一般MUSIC算法不再适用。当相干信源大于2个时，均匀圆阵下的CSS–MUSIC算法失效。MCSS–MUSIC算法和I–UCA–ESPRIT算法均能正确估计出信源方向来，MCSS–MUSIC正确估计的峰值不仅比其他两种MUSIC算法的峰值高，而且能根据峰值大小判断出信源主方向和多径干扰的方向，I–UCA–ESPRIT算法无法区分多径信号。

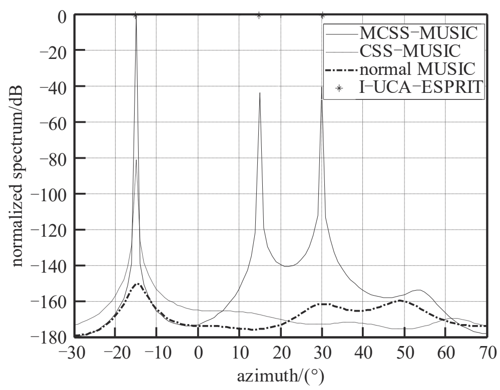
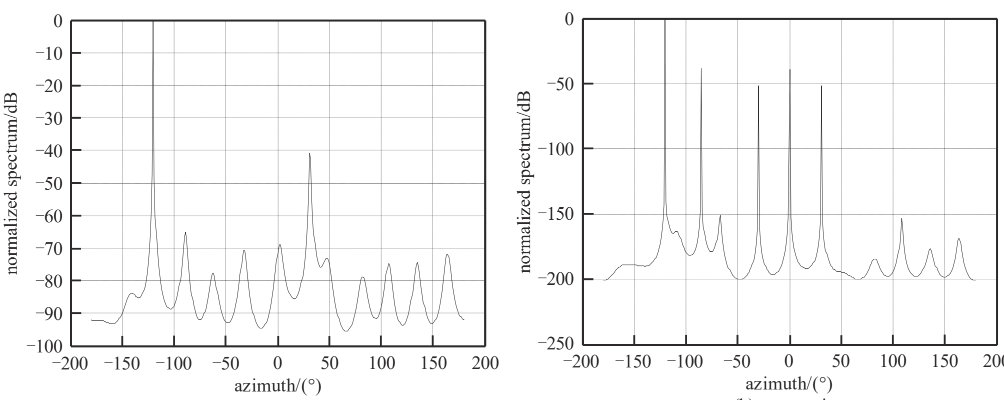


Fig.6 DOA estimation with three coherent signals
图6 三相干信源DOA估计图

2) 实验2 阵列移动参数分析

由实验1已经发现，当8阵元均匀圆阵阵列不移动时，本算法退化成CSS–MUSIC算法，能解相干的最大信源数为2个。同样是实验1的均匀圆阵，当信源从–120°的角度入射，有4个多径信号从–85°、–30°、0°和31°角度入射时，移动1次和移动2次的估计结果如图7所示。信源角度不变，多径信号增加为6个，对应角度分别为–85°、–30°、0°、31°、64°和142°时，移动3次和移动4次的估计结果如图8所示。仍有6个多径信号，入射角度不变，阵元数改为10个，移动3次和移动4次的估计结果如图9所示。

由以上仿真可知，当多径信号数较少时，算法的解相干能力和运动次数有关，当多径信号达到 M–2个时，算法只需要移动round((M–1)/2–1)次，就能实现解相干。在多径信号数量不超过 M–2的前提下，随着多径信号数量的增加，算法估计的模糊峰值也会逐渐抬升，如果要减少模糊峰出现，最简单的办法就是增加阵元数。



(a) move once　(b) move twice

Fig.7 DOA estimation of eight elements with five coherent signals
图7 五个相干信源8阵元DOA估计

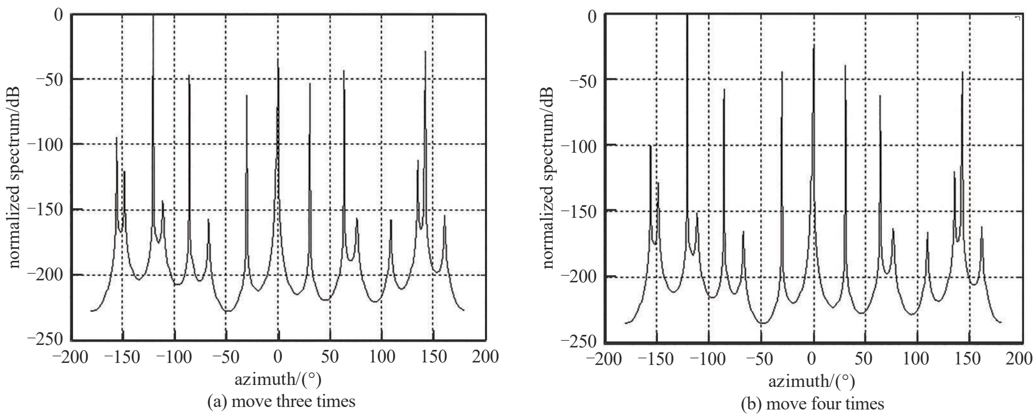


Fig.8 DOA estimation of eight elements with seven coherent signals
图8 七个相干信源8阵元圆阵估计图

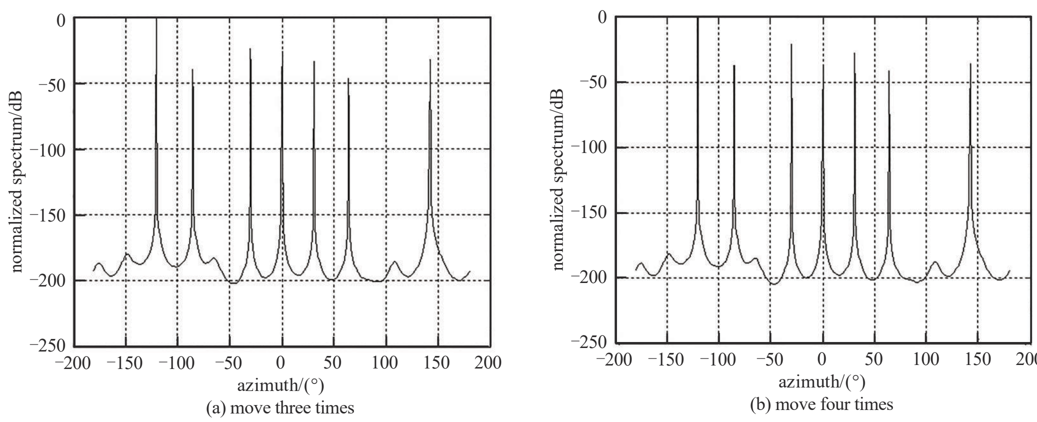


Fig.9 DOA estimation of ten elements with seven coherent signals
图9 七个相干信源10阵元圆阵估计图

利用本算法进行解相干测向需要搭载平台的移动，在实际移动的过程中，会引入偏角误差，即移动后的阵列平面构型不能通过简单平移便与基准阵完全重合。假设相干信源有5个，每次仿真移动平台2次，蒙特卡洛仿真实验200次，图10是仿真分析的角度误差对本算法的影响。

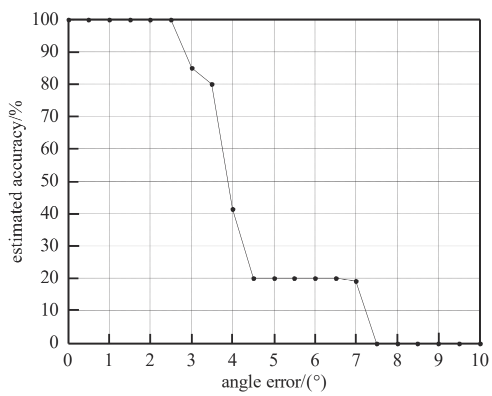


Fig.10 The influence of array rotation on algorithms
图10 阵列旋转角度对算法的影响

通过仿真可以看出，平台的旋转角度在2.5°以内是对信源估计没有影响的，这在实际工程中也是能保证的，但当角度误差继续增大，估计性能迅速下降，当角度误差达到4.5°后，该算法将基本不可用。

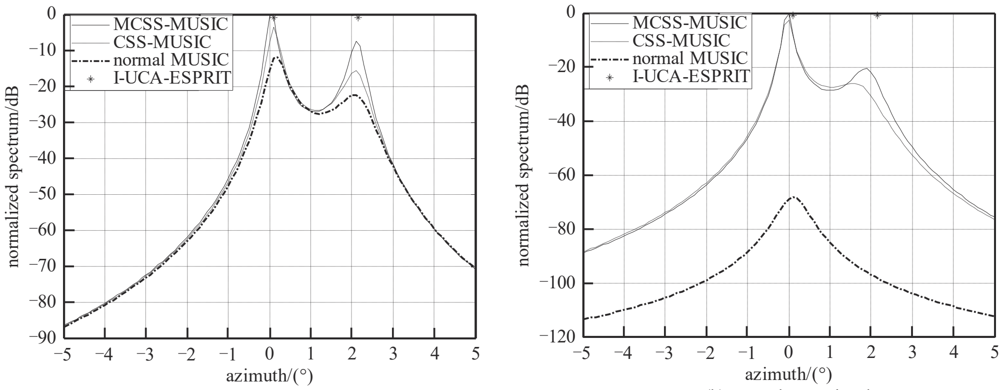
3) 实验3 角度分辨力仿真

假设信号入射方向为0°和2°，本算法平台移动1次，对比MCSS–MUSIC算法、CSS–MUSIC、一般MUSIC算法和I–UCA–ESPRIT算法。当这2个信号是相互独立的，如图11(a)所示；当存在1个多径信号，即2个信号是相干的，如图11(b)所示。

通过仿真发现，相互独立的信号相邻角度入射时，4种算法均能正确估计出来波方向；当存在多径信号，即两信号相干时，普通MUSIC算法不能正常工作，CSS–MUSIC算法的区分效果也并不理想，MCSS–MUSIC算法和I–UCA–ESPRIT算法能正确区分出入射信号的方向。

4) 实验4 信噪比仿真

考虑信源信噪比对本算法的影响，设有2个多径信号存在，即共有3个相干信源，入射角度分别为-50.6°、10.5°和60.3°，平台移动1次，蒙特卡洛仿真实验100次，当3个信号角度估计误差都在1.5°以内时则认为方向估计正确，则估计正确率与信噪比的关系如图12所示。相干信源的估计效果随信噪比的增加而不断提升，当信噪比达到-5 dB左右时，相干信源能很好地被估计出来。



(a) two independent signals (b) two coherent signals

Fig.11 Simulation of angle resolution

图11 角度分辨率仿真图

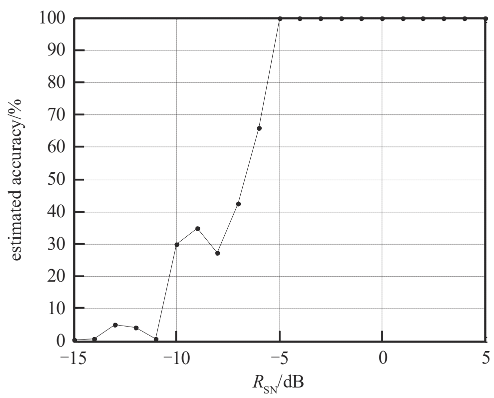


Fig.12 The impact of SNR on estimate accuracy

图12 信噪比对估计正确率的影响

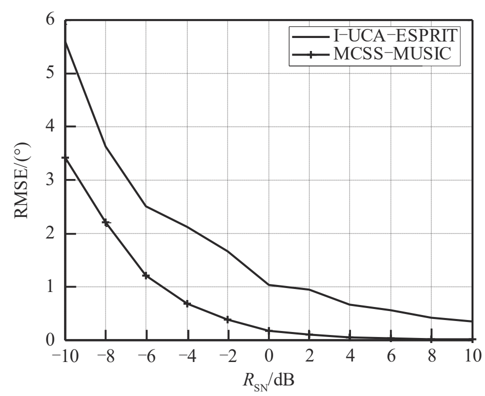


Fig.13 The impact of SNR on two algorithms

图13 信噪比对两种算法的影响

比较信噪比对MCSS-MUSIC算法与I-UCA-ESPRIT算法的影响。仿真设定信号频率2 GHz，天线阵元数为8，信噪比范围为-10 dB到10 dB，仿真结果如图13所示。在同一信噪比下，I-UCA-ESPRIT算法的均方根误差要明显比MCSS-MUSIC算法的均方根误差大。

6 结论

本文针对二维阵很难有效估计相干信源的问题，基于偶数均匀圆阵，利用其具有的中心对称特性，提出了一种针对多径相干信源存在时的移动平均中心对称平滑MUSIC算法。该算法利用天线阵在某个方向上的多次移动获得多个协方差矩阵，防止了因秩亏而无法估计相干信源的问题出现。仿真结果表明，该算法能有效对相干信号进行估计，在同等条件下，该算法正确估计的峰值更高，且分辨力优于一般的MUSIC等空间谱算法，同时该算法能够在低信噪比下(-5 dB以上)完成相干信源的正确估计，算法的均方根误差优于ESPRIT类算法。该算法能实现二维全方位测向，通过设置合适的天线孔径，可对各频段窄带多径信号进行高精确度测向，且大大减少了所需天线的数量和成本，有很大工程实现价值。

参考文献：

[1] 韦卓. 基于单站干涉仪测向法的未知辐射源定位技术[J]. 舰船电子工程, 2022,42(7):159-161. (WEI Zhuo. Location technology of unknown radiation source based on single-station interferometer direction finding method[J]. Ship Electronic Engineering, 2022,42(7):159-161.)

[2] 吴亚超,姜学民,赵江炜. 无线电监测与测向定位技术研究[J]. 数字化用户, 2018,24(49):52. (WU Yachao,JIANG Xuemin, ZHAO Jiangwei. Research on radio monitoring,direction-finding and localization techniques[J]. Digitalization User, 2018,24(49):52.) doi:10.3969/j.issn.1009-0843.2018.49.048.

[3] 李康,丁国如,李京华,等. 无源定位技术发展动态及其应用分析[J]. 航空兵器, 2021,28(2):104-112. (LI Kang,DING Guoru,LI Jinghua,et al. Development and application analysis of passive localization[J]. Aero Weaponry, 2021,28(2):104-112.) doi:10.12132/ISSN.1673-5048.2020.0059.

[4] FARUK N,POPOOLA S I,SURAJUDEEN-BAKINDE N T,et al. Path loss predictions in the VHF and UHF bands within urban environments:experimental investigations of empirical,heuristics and geospatial models[J]. IEEE Access, 2019(7):77293-77307. doi:10.1109/ACCESS.2019.2921411.

[5] 刘志刚,汪晋宽,王福利. 虚拟空间平滑算法[J]. 电子学报, 2007,35(9):1762-1765. (LIU Zhigang,WANG Jinkuan,WANG Fuli. Virtual spatial smoothing algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2007,35(9):1762-1765.) doi:10.3321/j.issn:0372-2112.2007.09.030.

[6] 谭伟杰,冯西安,张杨梅. 阵元失效下基于Khatri-Rao积的高分辨测向方法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2017,15(1):47-53. (TAN Weijie,FENG Xi'an,ZHANG Yangmei. High-resolution DOA estimation method based on Khatri-Rao product in presence of element failure[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2017,15(1):47-53.) doi:10.11805/TKYDA201701.0047.

[7] 朱莉,张国权,王光明. 基于均匀圆阵相干信源DOA估计的改进MUSIC算法[J]. 上海航天, 2009(1):31-33. (ZHU Li,ZHANG Guoquan,WANG Guangming. DOA estimation of coherent signals based on UCA with improved MUSIC algorithm[J]. Aerospace Shanghai, 2009(1):31-33.)

[8] 谈文韬,黎仁刚,林明. 基于多均匀圆阵的中心对称平滑算法[J]. 江苏科技大学学报(自然科学), 2018,32(4):555-558. (TAN Wentao,LI Rengang,LIN Ming. Central symmetry smoothing algorithm based on multi-UCA[J]. Journal of Jiangsu University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2018,32(4):555-558.)

[9] 杨逸,曹祥玉,杨群. 一种圆阵垂直平滑解相干算法[J]. 火力与指挥控制, 2012,37(9):141-142,145. (YANG Yi,CAO Xiangyu, YANG Qun. A decorrelation method based on a circular array's perpendicular translation[J]. Fire Control &Command Control, 2012,37(9):141-142,145.)

[10] WANG Zhangsheng,XIE Wei,WAN Qun. SCC-MUSIC algorithm for DOA estimation based on cyclostationarity[C]// 2016 CIE International Conference on Radar(RADAR). Guangzhou,China:IEEE, 2016:1-5.

[11] 许斌,吕元恒. MUSIC与MMUSIC算法对DOA估计性能的比较[J]. 火控雷达技术, 2008,37(3):53-54. (XU Bin,LYU Yuanheng. Comparion of DOA estimation performance between MUSIC and MMUSIC algorithms[J]. Fire Control Radar Technology, 2008,37(3):53-54.) doi:10.3969/j.issn.1008-8652.2008.03.014.

[12] STOICA P,NEHORAI A. MUSIC,maximum likelihood,and Cramer-Rao bound[J]. IEEE Transactions on Acoustics,Speech,and Signal Processing, 1989,37(5):720-741. doi:10.1109/29.17564.

[13] 刘艳,廖勇. 基于均匀圆阵的改进UCA-ESPRIT算法[J]. 计算机科学, 2017,44(12):72-74. (LIU Yan,LIAO Yong. Imporved UCA-ESPRIT algorithm based on uniform circular array[J]. Computer Science, 2017,44(12):72-74.) doi:10.11896/j.issn.1002-137X.2017.12.014.

作者简介：

刘长远(1991-)，男，硕士，工程师，主要研究方向为通信对抗、电子侦察.email:lcysdhr@126.com.