

文章编号: 1672-2892(2012)05-0584-06

基于重复累积码的 BICM 系统译码算法

赵振华¹, 彭 华¹, 朱晓瑞²

(1.解放军信息工程大学 信息工程学院, 河南 郑州 450002; 2.河南省财政厅 信息化管理办公室, 河南 郑州 450008)

摘要: 重复累积码(RA)由于其编译码复杂度低、性能接近香农限的优点, 目前得到学术界的广泛关注。文中研究了 RA 码及其译码算法, 并将其应用于比特交织编码调制(BICM)系统。针对低信噪比下基于 RA 码的编码调制系统误码率较高的问题, 提出了一种改进算法, 该算法通过在解调器和译码器之间引入迭代处理, 利用译码器输出的外信息改善解映射结果, 从而降低了系统误码率。仿真结果表明, 在加性高斯白噪声(AWGN)信道、瑞利(Rayleigh)衰落信道下, BICM 系统使用迭代的译码算法与原算法相比, 误码性能有较明显提高。

关键词: 重复累积码; 置信传播算法; 比特交织编码调制

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

Decoding of Repeat Accumulate code based on Bit-Interleaved Coded Modulation

ZHAO Zhen-hua¹, PENG Hua¹, ZHU Xiao-rui²

(1. School of Information Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou Henan 450002, China; 2. Informationization Management Office, Finance Office, Zhengzhou Henan 450008, China)

Abstract: Repeat Accumulate(RA) codes have attracted great research interests because of their low coding and decoding complexity and good performance close to the Shannon limit. This paper introduces RA codes and their decoding algorithms, and then proposes the RA Bit-Interleaved Coded Modulation(RA-BICM) scheme. An improved scheme with iterative process between demodulator and decoder has been brought forward to reduce the bit error ratio of the system, especially in the low SNR environment. Simulation results show that the iterative scheme bears distinct performance improving both AWGN and Rayleigh fading channels compared with the former system.

Key words: Repeat Accumulate(RA) codes; Belief Propagation algorithm; Bit-Interleaved Coded Modulation

1998年, Jin 和 McEliece 提出了规则 RA 码^[1]。RA 码结构非常简单, 由重复器、交织器、组合器、累加器串行级联而成, 累加器是转移函数为 $1/(1+D)$ 的递归卷积编码器, 因此, RA 码可以看成是特殊的串行 Turbo 码, 也称为“Turbo 类似码”。经研究证明: 当信息长度 $k \rightarrow \infty$ 时, RA 码在无记忆二进制信道上最大似然译码(Maximum Likelihood Decoding, MLD)的误码率趋于 0, 另外, 规则 RA 码具有接近 Shannon 限的潜在能力^[2]。受不规则低密度奇偶校验(Low-Density Parity-Check, LDPC)码启发, Jin 在文献[3]中又提出了不规则 RA(IRA)码, 且证明了二进制 IRA 码可以取得与不规则 LDPC 码同样优越的性能。从编码角度来看, RA 码有类似于 Turbo 码的实现形式; 从译码角度来看, RA 码可采用置信传播(Belief Propagation, BP)算法, 因此, 它融合了二者的优点, 可以实现低复杂度的编译码。目前, RA 码已经成为通信领域里的一个研究热点。BICM 是一种性能优良的编码调制方案。研究表明, 在衰落信道下, BICM 系统性能要优于网格编码调制(Trellis Coded Modulation, TCM), 但在加性高斯白噪声信道下, 性能却不及 TCM^[4]。这是由于比特交织器的存在, 使得 BICM 系统存在“随机调制性”, 造成了汉明距离和欧式距离的非单调关系。文献[5]将 BICM 技术应用到多输入多输出正交频分复用(MIMO-OFDM)系统中, 得到了优于传统 BICM 系统的性能。本文首先研究了在 AWGN 信道和 Rayleigh 衰落信

收稿日期: 2011-12-03; 修回日期: 2012-01-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61072046)

基于 RA 码的 BICM 系统性能, 为进一步降低系统误码率, 本文提出了一种改进译码算法, 通过在解调器和译码器之间引入迭代处理, 使得误码率得到了有效降低, 同时保持较低接收端复杂度。

1 RA 码的编译码算法

1.1 RA 码的编码器结构

RA 码的编码器结构可由图 1 表示, 它由重复编码器、随机交织器、组合器、累加器级联而成^[3]。累加器可以看成是传输函数为 $1/(1+D)$ 的递归卷积编码器。

设长度为 k 的信息序列 $m=[m_1, \dots, m_k]$, 经过重复器重复 q 次以后得到 $b=[\underbrace{m_1 \dots m_1}_q, \dots, \underbrace{m_k \dots m_k}_q]$, 长度为 kq 的交织器为 $\pi=[p_1, p_2, \dots, p_{kq}]$, 则 b 经过交织器后为 $d=[d_1, d_2, \dots, d_{kq}]$, 组合器的作用是将每 a 位进行模 2 加。输出为:

$$r_i = d_{(i-1)a+1} \oplus d_{(i-1)a+2} \oplus \dots \oplus d_{ia}, i=1, 2, \dots, kq/a \tag{1}$$

经过累加器之后输出为:

$$p_i = \begin{cases} r_1, & i=1 \\ p_{i-1} \oplus r_i, & i=2, \dots, kq/a \end{cases} \tag{2}$$

规则 RA 码的最终码字为(系统码) $c=[m_1, m_2, \dots, m_k, p_1, p_2, \dots, p_{kq/a}]$ 。

1.2 RA 码的 Tanner 图表示

RA 码也可以用 Tanner 图表示(图 2)。Tanner 图上的节点可分为 2 类: 变量节点和校验节点。变量节点又可分为信息节点和奇偶节点, 分别对应系统码的信息位和校验位, 校验节点对应于信息节点和奇偶节点满足的约束条件。如图 2, 重复次数 q 和组合系数 a 都为 2, 交织次序为 $\pi=[3, 5, 1, 4, 6, 2]$ 。

1.3 RA 码译码算法

RA 码译码可采用 BP 算法, 这是一种基于 Tanner 二向图的循环译码算法。在 BP 算法中, 所有信息值均采用对数似然比表示, 形式为 $m = \log(p(1)/p(0))$, $p(1)$ 和 $p(0)$ 分别为二进制比特位为 1 和 0 的概率。信息开始传递时, 从变量节点发出的信息为信道观测值的对数似然比(Log-Likelihood Ratio, LLR), 然后循环地对校验节点和变量节点的输出值进行更新。达到一定循环次数后, 对信息节点的输入值进行求和并估计码字^[6-8]。

具体算法如下:

从变量节点 v 传向检验节点 c 的信息更新为:

$$m(v \rightarrow c) = \sum_{c' \neq c} m(c' \rightarrow v) + m_0 \tag{3}$$

式中 m_0 为码字的信道观测值。

从检验节点 c 传向变量节点 v 的信息的更新为:

$$m(c \rightarrow v) = 2 \operatorname{ar} \tanh \left[\prod_{v' \neq v} \tanh \left(\frac{m(v' \rightarrow c)}{2} \right) \right] \tag{4}$$

式中 v' 表示 c 的除 v 以外的每一个相邻变量节点。

计算信息节点 u 的输入之和 $s(u)$, 若 $s(u) > 0$, $\hat{u} = 1$; 否则, $\hat{u} = 0$ 。

$$s(u) = \sum_{w \in N(u)} m(w \rightarrow u) + m_0(u) \tag{5}$$

2 基于 RA 码的 BICM 系统模型

BICM 系统是由 Zehavi 提出的一种借助于比特交织器的编码调制系统(见图 3)。发射机由编码器、位交织器、

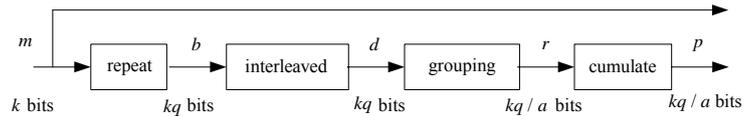


Fig.1 Encoder of RA code
图 1 RA 码编码器结构

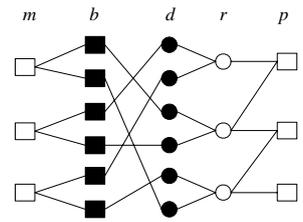


Fig.2 Tanner denote of the RA encoder
图 2 RA 码编码器 Tanner 表示

无记忆调制器串行级联而成,接收机由解调器、反交织器、译码器组成。位交织器将编码器的输出进行随机交织,然后映射为符号,发射到信道中。分量码一般采用卷积码、LDPC码或RA码,调制方式为8PSK格雷(Gray)映射或16QAM。

基于RA码的BICM系统(BIRACM)的整体性能由所选的编码方式和调制方式共同决定,RA码加格雷映射(Gray,图4)或集分割映射(Set Partition, SP,图5)目前是比较常见的组合方式。

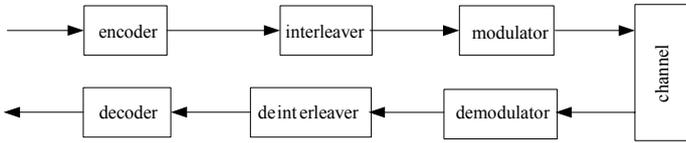


Fig.3 System model of BICM
图3 BICM系统模型

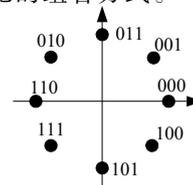


Fig.4 Gray mapping
图4 Gray映射

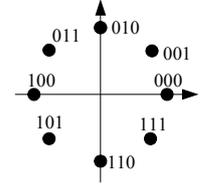


Fig.5 SP mapping
图5 SP映射

RA码编码器输出的码字经过交织后,3个二进制位 $v_i = [v_i^1, v_i^2, v_i^3]$ 组合在一起,按照Gray映射的星座映射为信道符号:

$$x_i = \mu(v_i), x_i \in \mathcal{X}, \mathcal{X} = \{e^{j2\pi/8}, i = 0, 1, \dots, 7\} \quad (6)$$

接收符号可以表示为:

$$y_i = a_i x_i + z_i \quad (7)$$

式中: x_i 为信道传输符号; a_i 是衰落幅度; z_i 是信道复高斯噪声。若衰落幅度 a_i 是一个服从Rayleigh分布的随机数序列, $a_i = \sqrt{-2 \ln u}$, u 是(0,1)上均匀随机数,则此时的信道模型为Rayleigh衰落信道;若 $a_i = 1$,则信道为AWGN信道^[9]。接收符号的比特后验概率可通过下式计算^[10]:

$$P(v_i^j = b | y_i) \sim \sum_{x_i \in \mathcal{X}_b^j} P(x_i | y_i) \sim \sum_{x_i \in \mathcal{X}_b^j} P(y_i | x_i) p(x_i) \quad (8)$$

式中: $P(y_i | x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(y_i - x_i)^2 / 2\sigma^2}$, 信号子集 $\mathcal{X}_b^j = \{\mu([v^1, v^2, v^3]) | v^j = b\}$, 对8PSK来说,信号子集有4个信号。当接收端未采用迭代处理时,假设 $p(x_i)$ 是先验等概,则解调器输出的每比特对数似然比为:

$$\lambda = \ln \frac{P(v_i^j = 1)}{P(v_i^j = 0)} = \ln \frac{\sum_{x_i \in \mathcal{X}_1^j} P(y_i | x_i)}{\sum_{x_i \in \mathcal{X}_0^j} P(y_i | x_i)} \quad (9)$$

将 λ 作为码字 u 的信道观测值代入上式则可得到BICM系统RA码的译码结果。

3 基于RA码的BICM-ID系统

研究表明,在低信噪比下,BICM系统仍具有较高的误码率,这就给低信噪比环境下信息的还原恢复工作带来了很大的不便。由于RA码的译码算法类似于LDPC码,受基于LDPC码的BICM-ID系统启发,若BICM系统采用SP或其他映射方式,在原有的译码算法中引入迭代译码(见图6),可以降低系统的误码率^[11]。引入迭代处理后基于RA码的BICM系统模型见图6。

类似于基于卷积码的BICM-ID系统模型,解映射器和译码器可利用其分别输出的外信息进行相互调整,以改善解映射和译码结果,当系统采用SP映射或其他有迭代增益的映射时,采用迭代处理能够挖掘编码增益,最大限度地降低误码率,提高系统性能。第1次译码结束后计算由译码器输出的外信息^[12]:

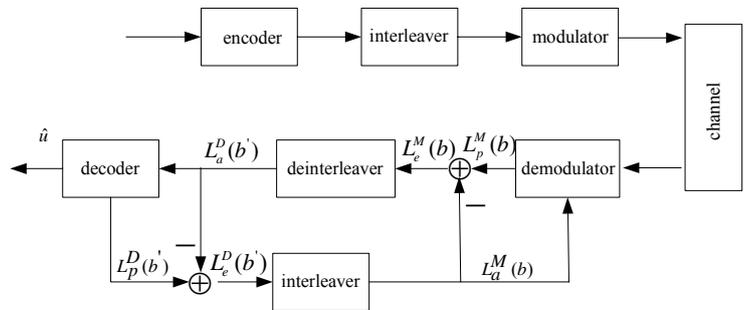


Fig.6 System model of BICM-ID
图6 BICM-ID系统模型

$$L_e^D(b) = s(u) - m_0(u) = \sum_{w \in N(u)} m(w \rightarrow u) \quad (10)$$

经过解交织后得到 $L_a^M(b)$ 送入解映射器作为比特先验信息以调整每比特的后验对数似然比：

$$\lambda = \frac{P(v_i^i=1)}{P(v_i^i=0)} = \frac{\sum_{x_i \in \mathcal{X}_1^i} P(y_i | x_i) p(x_i) / P(v_i^i=1; I)}{\sum_{x_i \in \mathcal{X}_0^i} P(y_i | x_i) p(x_i) / P(v_i^i=0; I)} = \frac{\sum_{x_i \in \mathcal{X}_1^i} P(y_i | x_i) \prod_{j \neq i} P(v_i^j = v^j(x_i); I)}{\sum_{x_i \in \mathcal{X}_0^i} P(y_i | x_i) \prod_{j \neq i} P(v_i^j = v^j(x_i); I)} = \frac{\sum_{x_i \in \mathcal{X}_1^i} P(y_i | x_i) \prod_{j=0}^{m-1} e^{b_j * L_a^M(b_j)}}{\sum_{x_i \in \mathcal{X}_0^i} P(y_i | x_i) \prod_{j=0}^{m-1} e^{b_j * L_a^M(b_j)}}, \quad i=1,2,3 \quad (11)$$

式中： $P(v_i^i=b; I), b=0,1$ 是第 i 比特为 0 或 1 的先验概率，调整后的 λ 作为新的信道观测值来进行 RA 码的译码，在解映射器和译码器之间循环一定次数后，译码判决输出最终结果。首次解映射时，比特先验信息为 0。

由于 BICM 系统未采用迭代处理，因此，解映射器在计算每比特的后验对数似然比时将各发送符号按照等概处理^[13]，然而，这是与实际不相符的，计算结果必然存在一定的误差。利用解映射器和译码器之间的外信息迭代处理，能够正确地调整处理结果，通过有限次数的迭代，将误码率降到最低。

4 仿真结果

1) 码长 $N=3\ 000$ ，重复次数 $q=2$ ，组合系数 $a=2$ ，码率为 1/2。随机交织，映射方式分别采用 Gray 和 SP 映射，RA 码译码采用 10 次迭代，BICM-ID 系统外迭代 3 次。

图 7 为 AWGN 信道下系统误码率仿真结果。3 条曲线分别代表 BICM 系统采用 SP 映射未经迭代、Gray 映射、SP 映射经过迭代处理时系统性能。可以看到 BICM 系统使用 Gray 映射的性能比 SP 映射要好，这是因为 Gray 映射相邻符号间只有 1 个比特不同，从欧式距离谱来看，Gray 映射最小欧式距离出现的频率较低，欧式距离调和均值要大于 SP 映射，因此，性能较好。但对于 BICM-ID 系统来说，Gray 映射不是最好的，因为 Gray 映射 I,Q 路相互独立，从而不会在迭代中获得迭代增益，此时，使用其他映射方式比 Gray 映射要好。

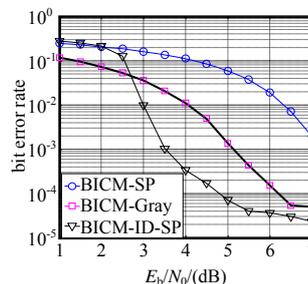


Fig.7 BER performance(AWGN)
图 7 BER 性能(AWGN)

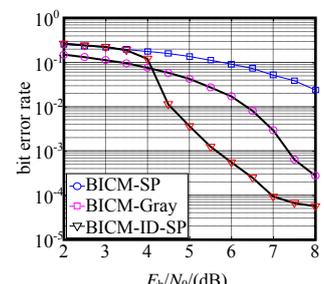


Fig.8 BER performance(Rayleigh)
图 8 BER 性能(Rayleigh)

图 8 为瑞利衰落信道下系统误码率仿真结果，可以看到与 AWGN 信道有相似的现象。在信噪比低于 4.2 dB 时，BICM 使用 Gray 映射比 BICM-ID 使用 SP 映射效果要好，这是因为在低信噪比下，系统性能主要由初始解调时比特的后验概率决定，外信息对迭代处理起的作用较小。

2) 码长 $N=3\ 000$ ，重复次数 $q=4$ ，组合系数 $a=2$ ，码率为 1/3。随机交织，映射方式分别采用 Gray 和 SP 映射，RA 码译码采用 10 次迭代，BICM-ID 系统外迭代 3 次。

图 9 和图 10 分别是码率为 1/3 时系统仿真结果。可以看到与码率为 1/2 时的结果类似，且迭代处理的效果更加明显，对于 SP 映射，在 AWGN 信道下，当 $E_b/N_0=3$ dB 时，误码率已降为 0。

由于 RA 码译码本身采用的迭代次数不多，只需 10 次就可以达到很好的性能，在解调器和译码器之间引入的迭代处理只是在原系统上稍作改进，因此，基于 RA 码的 BICM-ID 系统相对于 BICM 系统而言，复杂度并没有太大的提升，只是增加了一定的译码延迟。

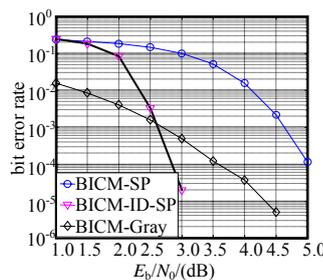


Fig.9 BER performance(AWGN)
图 9 BER 性能(AWGN)

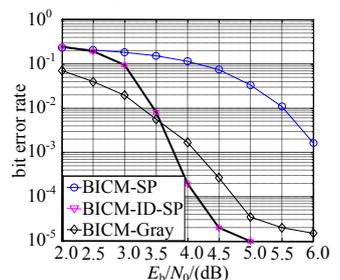


Fig.10 BER performance(Rayleigh)
图 10 BER 性能(Rayleigh)

3) 码长 $N=2000$ ，重复次数 $q=4$ ，组合系数 $a=2$ ，码率为 1/3。随机交织，分别采用 16QAM 调制，Gray(图 11)和 SP(图 12)映射，RA 码译码采用 10 次迭代，BICM-ID 系统外迭代 2 次。

图 13 为在 AWGN 信道下，码率为 1/3 的系统 RA 码分别采用 Gray 映射、SP 映射时系统误码率性能。对于 BICM 系统，类似于系统

采用 8PSK 调制时的情形,采用 Gray 映射时的系统性能要明显优于 SP 映射,且随着信噪比的增加,两者差距越来越大,如图 13 中, $E_b/N_0=8$ dB 时,系统误码率已有 3 个数量级的差异。若系统加入迭代处理,在低信噪比条件下,Gray 映射要优于 SP 映射,随着信噪比的增加,系统误码率在 $E_b/N_0=4.5$ dB 时可降为零。图 14 为 Rayleigh 衰落信道下系统误码率情况,与 AWGN 信道下类似,不再做详细分析。

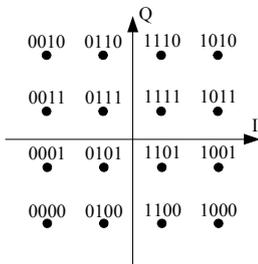


Fig.11 Gray mapping
图 11 Gray 映射

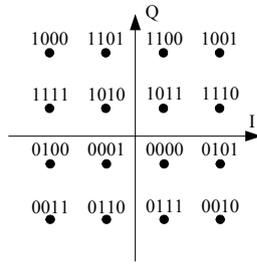


Fig.12 SP mapping
图 12 SP 映射

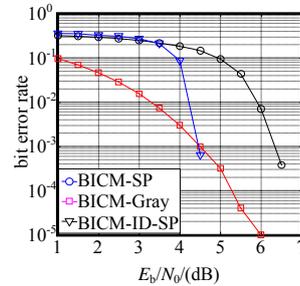


Fig.13 BER performance(AWGN)
图 13 BER 性能(AWGN)

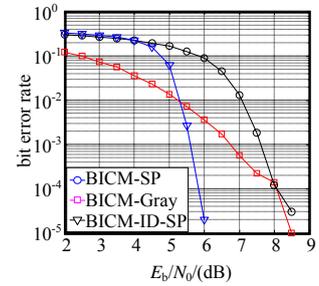


Fig.14 BER performance(Rayleigh)
图 14 BER 性能(Rayleigh)

5 结论

本文对基于 RA 码的比特交织编码调制系统(RA-BICM)进行了研究,由仿真实验可以看出,在低信噪比条件下有着较高的误码率,通过参考基于卷积码、LDPC 码的 BICM-ID 系统,在 RA-BICM 中引入了迭代处理,利用译码器输出的外信息,迭代地在解映射器和译码器之间交换信息,进一步降低系统误码率。仿真结果表明,引入迭代处理的 RA-BICM 系统性能得到明显改善。

参考文献:

- [1] Divsalar D, Jin H, McEliece R. Coding theorems for turbo-like codes[C]// Proc. of the 36th Annual Allerton Conference on Communication Control and Computing. Monticello, IL, USA: [s.n.], 1998:201-210.
- [2] 高宏峰. 重复累积码及其在通信系统中的应用[M]. 北京:科学出版社, 2008. (GAO Hongfeng. Repeat accumulate codes and its application in communication system[M]. Beijing: Science Press, 2008.)
- [3] Jin H, Khandekar A, McEliece R. Irregular repeat accumulated codes[C]// Proc. 2nd Int. Symp. Turbo Codes and Related Topics. Brest, France: [s.n.], 2000:1-8.
- [4] Zehavi E. 8-PSK trellis codes for a Rayleigh fading channel[J]. IEEE Transactions on Communication, 1992, 40(5):873-883.
- [5] Chio C H, Im G H. Bit-Interleaved coded transmission with multilevel modulation for MIMO-OFDM systems[C]// IEEE Globecom Conference. Hawaii: IEEE, 2009:1-6.
- [6] 杨臻, 张文军. 非规则重复累积码的新构造算法研究[D]. 上海:上海交通大学, 2008. (YANG Zhen, ZHANG Wenjun. Research on new construction algorithm of irregular Repeat Accumulate codes[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2008.)
- [7] 张昊, 倪卫明. 基于 TCM 的 LDPC 高效编码调制系统性能[J]. 信息与电子工程, 2008, 6(2):92-96. (ZHANG Hao, NI Weiming. Performance analysis of high frequency efficiency scheme integrated with LDPC codes and Trellis-coded modulation[J]. Information and Electronic Engineering, 2008, 6(2):92-96.)
- [8] 高宏峰, 许宗泽, 李燕威. 比特交织 IRA 码编码调制[J]. 电视技术, 2006(2):114-117. (GAO Hongfeng, XU Zongze, LI Yanwei. Bit-interleaved coded modulation based on irregular repeat accumulate codes[J]. TV technology, 2006(2):114-117.)
- [9] 邹雪兰, 酆广增. 迭代检测算法在比特交织编码调制系统中的比较研究[J]. 南京邮电大学学报, 2008, 28(2):19-23. (ZOU Xuelan, FENG Guangzeng. Comparative study of iterative decoding for bit-interleaved coded modulation[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2008, 28(2):19-23.)
- [10] Li Xiaodong, Ritcey J A. Bit-interleaved coded modulation with iteratively decoding using soft feedback[J]. Electronics Letters, 1998, 34(10):942-943.
- [11] Wei Kwang Han. Systematic repeat accumulate codes for bit-interleaved coded modulation with iterative demapping over AWGN and Rayleigh fading channels[C]// Proc. Wireless Pervasive Computing, 2008. Santorini: [s.n.], 2008:152-155.
- [12] Wei Kwang Han, Le Goff S Y, Sharif B S. Repeat Accumulate codes for bit-interleaved coded modulation with iterative demapping[C]// IEEE International Conference on Signal Processing and Communication. Dubai: [s.n.], 2007:1543-1546.

(下转第 626 页)