

文章编号: 1672-2892(2012)05-0604-04

一种改进的小波系数相关滤波算法

吴永超^{a,b}, 马秀荣^{a,b}, 张媛^{a,b}

(天津理工大学 a.计算机与通信工程学院; b.薄膜电子与通信器件天津市重点实验室, 天津 300384)

摘 要: 提出一种改进的小波系数相关滤波算法。该算法在小波系数相关滤波的基础上, 对去噪后的小波系数进行中值平滑, 再重构新的小波系数, 获得去噪后的信号。利用新的小波系数重构信号, 有效降低了信号中的噪声, 减少了小波相关滤波算法存在的“毛刺”。仿真试验结果表明, 当信噪比在 5 dB~15 dB 范围内变化时, 该算法在均方根误差(RMSE)和平滑度 2 个指标上均优于原算法, 具有更好的降噪效果。

关键词: 小波变换; 小波系数相关; 中值滤波; 去噪

中图分类号: TN914

文献标识码: A

An improved denoising algorithm using correlation of wavelet coefficients

WU Yong-chao^{a,b}, MA Xiu-rong^{a,b}, ZHANG Yuan^{a,b}

(a.School of Computer and Communication Engineering; b.Tianjin Key Laboratory of Film Electronic and Communication Device, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China)

Abstract: An improved denoising algorithm is presented based on the filtering algorithm of correlation of wavelet coefficients. The denoised wavelet coefficients are smoothed by median filtering, and then the denoised signals are reconstructed by the new wavelet coefficients. Simulation results show that the improved algorithm effectively reduce the glitch and the noise. At the noise ratio of 5 dB~15 dB, the indexes of Root Mean Square Error(RMSE) and smoothness of the improved algorithm are better than that of the original algorithm.

Key words: wavelet transform; correlation of wavelet coefficients; median filtering; denoising

传统降噪方法采用滤波器滤除噪声, 但无法滤除信号和噪声频谱重叠在一起时的噪声。小波分析的多分辨率特性同时在时域和频域对信号进行分析, 可以较好地地区分信号和噪声, 从而实现信号的去噪^[1]。小波阈值去噪是在小波变换的基础上提出的一种去噪方法, 由于该方法采用阈值函数估计小波系数, 与带噪信号小波系数存在偏差, 因而限制了其进一步应用^[2-3]。一些学者在此基础上研究了小波系数相关滤波算法, 该算法主要利用信号对应的小波系数在各尺度上具有较强的相关性, 而噪声对应的小波系数在各尺度上没有明显相关性的特点, 将信号和噪声进行分离^[4-5]。这种方法的降噪能力优于小波阈值去噪方法, 但该方法可能会保留由噪声引起的变换点, 使得重构的信号会出现很多“毛刺”, 达不到预期的降噪效果。

针对以上问题, 本文提出一种改进的小波系数相关滤波算法。

1 小波系数的相关滤波理论分析

信号和噪声在不同尺度上的小波分析具有不同表现形态。经小波变换后, 信号的能量体现在各个尺度上, 但是噪声的能量却集中在小尺度上。也就是说, 信号小波系数在各尺度上具有较强的相关性, 尤其是边缘附近相关性更加明显; 噪声小波系数在各尺度上没有明显的相关性^[6-7]。

以 Blocks 信号为例, 分析各个尺度信号与噪声小波系数的关系。对 Blocks 信号、被噪声污染的 Blocks 信号以及噪声信号这 3 种信号分别进行 5 层小波分解, 其中, 被噪声污染信号的信噪比(SNR)为 5 dB。信号各个尺度的小波系数为 $WT_i(1, n), WT_i(2, n), \dots, WT_i(5, n)$, $i=1, 2, 3$ 分别代表上述 3 种信号。图 1 所示为 3 种信号在尺度 1, 3, 5 上

的小波系数 $WT_i(1, n), WT_i(3, n), WT_i(5, n)$ 。

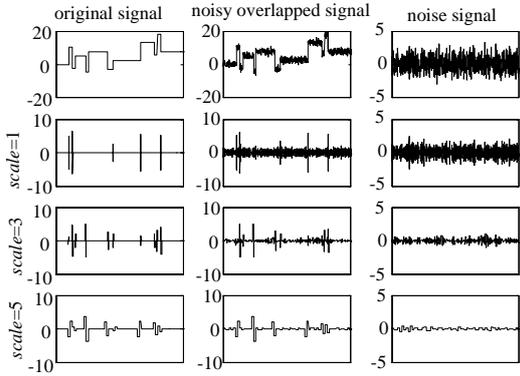


Fig.1 Wavelet coefficients of three signals at different scales
图 1 3 种信号不同尺度下的小波系数

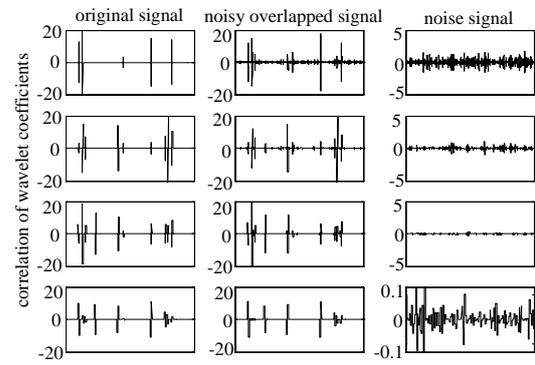


Fig.2 Correlation of wavelet coefficients
图 2 各层小波之间的相关系数

由图 1 可知，Blocks 原始信号的能量分布在各个尺度上，且小波系数变化不明显；噪声的能量集中在小尺度上，随着尺度的增加，噪声信号的小波系数迅速衰减。利用公式(1)计算信号各个尺度间小波系数的相关系数，分析各个尺度间信号和噪声小波系数的相关性。各个尺度间的小波系数相关后的结果见图 2。

$$Corr_i(m, n) = WT_i(m, n) \cdot WT_i(m + 1, n) \tag{1}$$

由图 2 可以看出，信号对应的小波系数在各尺度间有较强的相关性；而噪声对应的小波系数在尺度间却没有这种明显的相关性。小波系数相关滤波算法利用信号小波系数和噪声小波系数的不同相关特性，将信号点与噪声点分离。但是这种算法存在一定的缺陷，即信号点处的噪声被当成是信号从而被保留，以致小波空域相关算法滤波会存在“毛刺”，不能有效降低信号的噪声。

2 中值滤波理论

中值滤波的基本原理是把信号数据各点的值用该点的特定邻域的中值代替^[8]。

设信号数据 $X_i(i = 1, 2, \dots, N)$ ， i 表示各采样数据， N 表示信号采样点数。如果给定中值滤波的窗口长度为 $M(M$ 一般为奇数)，则对此数据进行中值滤波的步骤为：

- 1) 以信号数据点 i 为中心，相继抽出 M 个数据点，其中 i 为窗口的中心位置；
- 2) 对 M 个数据点按其数值大小顺序排列；
- 3) 取排序后数据的中心位置的值作为该点的输出；
- 4) 对所有数据点重复上述过程，即可实现中值滤波处理。

3 改进的小波系数相关滤波算法

根据上述分析，改进算法的步骤如下：

- 1) 求出信号各个尺度小波系数 $WT(m, n)$ ，并定义一个大小与 $WT(m, n)$ 一致的存储向量 $WT_s(m, n)$ ；
- 2) 根据公式(1)得到相邻尺度间的相关系数 $Corr(m, n)$ ；
- 3) 将相邻尺度间的相关系数 $Corr(m, n)$ 归一化到小波系数的能量上，表达式如下：

$$NCorr(m, n) = Corr(m, n) \sqrt{P_w(m) / P_{corr}(m)} \tag{2}$$

$$P_w(m) = \sum_n WT(m, n), P_{corr}(m) = \sum_n Corr(m, n) \tag{3}$$

4) 判断各个尺度的相关系数与小波系数，若第 m 个尺度上，有 $|NCorr(m, n)| \geq |WT(m, n)|$ ，则认为第 n 点处的小波系数由信号控制，相关运算的结果将使该点所对应的小波系数的幅值增大，将此信号点赋给 $WT_s(m, n)$ 相应的位置，并将 $WT(m, n)$ 置 0；否则，认为第 n 点处的小波系数由噪声控制，相关运算的结果使该点所对应的小波系数的幅值减小， $WT(m, n)$ 保留， $WT_s(m, n)$ 相应位置置 0。运算的结果使得 $WT_s(m, n)$ 中保留由有效信号控制的点， $WT(m, n)$ 为噪声控制的点；

- 5) 重复步骤 3)~4)，直到 $\sqrt{P_w(m) / N - 1}$ 小于预先设定的阈值 th ；
- 6) 将步骤 5) 获得的小波系数进行中值平滑得到新的小波系数；

7) 对新的小波系数进行重构, 得到去噪后的信号。

4 仿真分析

仿真采用 blocks 信号为例说明改进方法的优越性, 其中, blocks 信号采样点数为 1 024, 所加噪声为高斯白噪声, SNR 为 5 dB。图 3 对比了小波相关滤波算法和本文改进算法的降噪效果。其中, 图 3(a)为被噪声污染的信号, 图 3(b)为小波空域相关降噪处理后的信号, 图 3(c)为改进方法去噪后的信号。计算上述 3 种信号的误差如图 4 所示。图 4(a)为噪声信号, 图 4(b)为小波空域相关降噪处理后的误差信号, 图 4(c)为改进方法去噪后的误差信号。

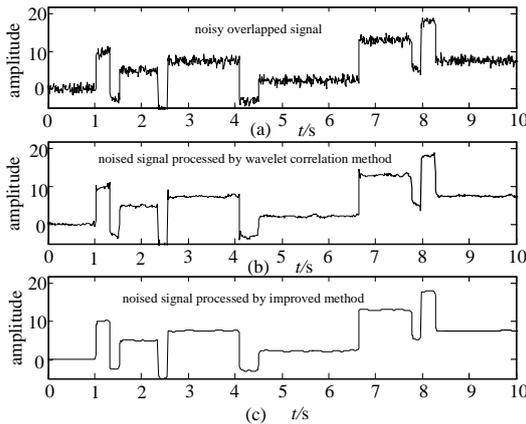


Fig.3 De-noised results of different methods

图 3 降噪方法对比

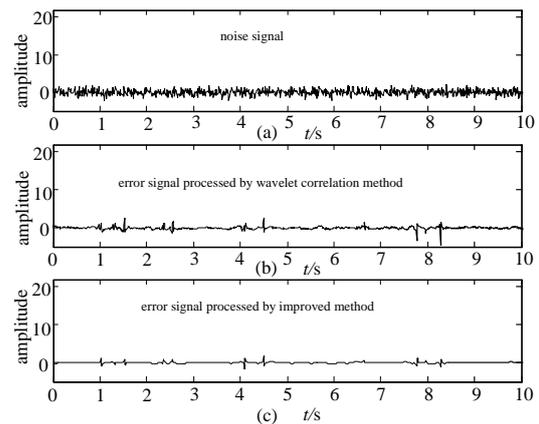


Fig.4 Three error signals

图 4 3 种信号的误差信号

由图 3 和图 4 可知, 改进算法滤波后的信号相对比较平滑, “毛刺”减少, 有效地降低了信号中的噪声。改进算法的误差信号相对小波系数相关滤波算法的误差明显降低。下面以均方根误差 RMSE 和平滑度 2 个指标对本文算法的滤波效果进行质量评价。

1) 均方根误差(RMSE)

均方根误差即原始信号与去噪后的信号之间的方差的平方根, 其定义式为:

$$RMSE = \sqrt{\sum_n [f(n) - \hat{f}(n)]^2 / n} \quad (4)$$

2) 平滑度(Smooth)

平滑度定义式为:

$$Smooth = \sqrt{\sum_n [\hat{f}(n+1) - \hat{f}(n)]^2} / \sqrt{\sum_n [f(n+1) - f(n)]^2} \quad (5)$$

式中: $f(n)$ 表示原始信号; $\hat{f}(n)$ 表示去噪后的信号。

在不同的噪声强度下, 被噪声污染信号、小波相关系数滤波后的信号和改进算法滤波后信号的 RMSE 和平滑度分别如图 5、图 6 所示。

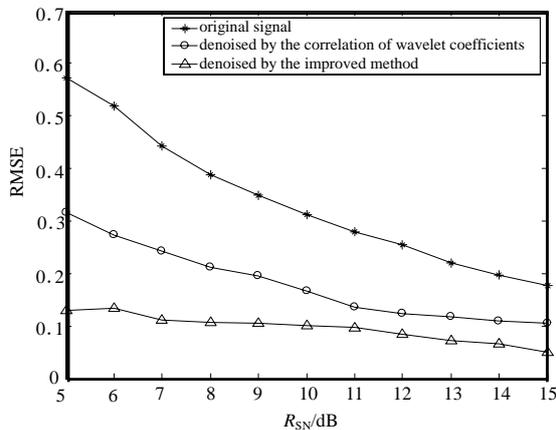


Fig.5 Comparison of RMSE

图 5 RMSE 对比

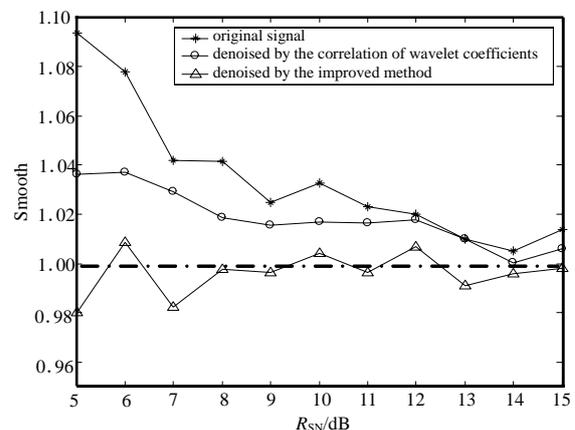


Fig.6 Comparison of smooth

图 6 平滑度对比

由图5和图6可知,在信噪比变化范围5 dB~15 dB时,2种算法在一定程度上均降低了噪声的影响。本文改进算法的RMSE相比小波系数相关滤波算法的RMSE小,平滑度相比小波系数相关滤波算法的平滑度更接近1。从而表明本文改进算法在滤波效果方面优于原算法,减少了“毛刺”。

5 结论

小波系数相关滤波算法是一种易于实现且实用效果较好的降噪算法。本文在小波系数相关滤波算法的基础上,提出了一种改进的滤波算法。仿真试验表明,当信噪比在5 dB~15 dB范围内变化时,本文改进算法在均方根误差RMSE和平滑度2个指标上均优于原算法,具有更好的降噪效果,减少了“毛刺”,具有一定的应用前景。

参考文献:

- [1] Mallat S, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelets[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1992,38(2):617-643.
- [2] 蔡敏. 小波阈值法降噪分析与改进[J]. 信息与电子工程, 2011,9(2):211-214. (CAI Min. Improvement on threshold denoising based on wavelet analysis[J]. Information and Electronic Engineering, 2011,9(2):211-214.)
- [3] 王燕,王海滨,刘立汉. 基于小波变换的心音信号降噪方法[J]. 信息与电子工程, 2010,8(3):303-307. (WANG Yan, WANG Haibin, LIU Lihan. Noise reduction for heart sound based on wavelet transform[J]. Information and Electronic Engineering, 2010,8(3):303-307.)
- [4] Liao Chiung Cho, Yang Hong Tzer, Chang Hsueh Hsien. Denoising Techniques with a Spatial Noise Suppression Method for Wavelet-Based Power Quality Monitoring[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2011,60(6):1986-1996.
- [5] HE Yanmin, GAN Tao, CHEN Wufan. Adaptive Denoising by Singular Value Decomposition[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011,18(4):215-218.
- [6] 张磊,潘泉,张洪才,等. 一种子波域滤波算法的改进[J]. 电子学报, 1999,27(2):19-21. (ZHANG Lei, PAN Quan, ZHANG Hongcai, et al. Improvements on an Adaptive Filtering Algorithm in Wavelet Transform Domain[J]. Acta Electronica Sinica, 1999,27(2):19-21.)
- [7] 苏哲,许录平,王勇,等. 改进小波空域相关滤波的脉冲星微弱信号降噪[J]. 系统工程与电子技术, 2010,32(12):2500-2505. (SU Zhe, XU Luping, WANG Yong, et al. Pulsar weak signal denoising based on improved wavelet spatial correlation filtering[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010,32(12):2500-2505.)
- [8] Smail Akkoul, Roger L é d é e, Remy Leconge. A New Adaptive Switching Median Filter[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(6):587-590.

作者简介:



吴永超(1987-),女,内蒙古赤峰人,在读硕士研究生,从事雷达信号处理方面的研究.email:wuyongchao0627@163.com.

马秀荣(1961-),女,天津市人,教授,博士生导师,从事通信器件、微光成像系统、雷达信号处理方面的研究。

张媛(1987-),女,天津市人,在读硕士研究生,从事雷达信号处理方面的研究。