

文章编号: 2095-4980(2015)03-0378-04

基于有限新息率的 THz 脉冲信号采样和恢复

王 敏, 邱于保

(西安电子科技大学 雷达信号处理国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘 要: 为了降低硬件设计的难度, 采用有限新息率(FRI)理论, 通过选择合适的采样核函数, 对太赫兹脉冲信号以高于信号的新息率的速率进行采样, 进而利用子空间算法对它的自由参量进行估计, 重建出原始信号。一般信号的新息率远远低于信号的带宽, 这样就大大降低了采样速率。通过延时估计误差, 验证 FRI 采样理论对太赫兹脉冲信号采样的正确性以及子空间算法对信号重建的有效性。

关键词: 有限新息率; 采样速率; 太赫兹脉冲信号; 子空间算法

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

doi: 10.11805/TKYDA201503.0378

THz pulse signal sampling and recovery based on the finite rate of innovation

WANG Min, QIU Yubao

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

Abstract: In the traditional signal sampling based on Nyquist sampling theorem, the sampling rate must be at least two times of signal bandwidth in order to guarantee the non distortion in recovering the original signal; but for terahertz pulse signal, its pulse width is extremely narrow, up to picosecond level, therefore, its bandwidth is up to hundreds of GHz, that will bring great pressure to the hardware if we follow the traditional Nyquist sampling frequency, and sometimes cannot be achieved. A new sampling theory—Finite Rate of Innovation(FRI) theory is introduced. By choosing suitable sampling kernel function, sampling can be performed at the rate higher than the signal rate of innovation. The free parameters can be estimated through subspace algorithm, and the original signal can be reconstructed. The sampling accuracy of FRI sampling theory and the effectiveness of subspace algorithm for signal reconstruction are verified through the time delay estimation error of the THz pulse signal.

Key words: Finite Rate of Innovation; sampling rate; THz pulse signal; subspace algorithm

近年来, 太赫兹(Terahertz, 简称 THz)技术开始应用于信息科学中, 太赫兹脉冲作为太赫兹技术发展的重要方向, 被广大的国内外科研工作者所重视, 这是因为太赫兹脉冲具有很小的脉冲宽度, 因此太赫兹脉冲信号具有很高的距离分辨力。由于太赫兹脉冲的这一特点, 它在物质检测、生物医学、成像安检、无损探伤、工业控制、空间通信、材料科学、空间检测、武器装备以及计量等领域的应用前景都很乐观^[1]。例如, 一项新的研究表明, 当用太赫兹脉冲照射皮肤导致脱氧核糖核酸(Deoxyribonucleic Acid, DNA)损伤的同时也可以促进蛋白质的生成, 帮助身体对抗癌症, 因此在某些场合可以应用太赫兹脉冲进行治疗。传统的信号采样是依据奈奎斯特采样定理, 该定理指出采样速率至少是信号带宽的 2 倍才能保证无失真地恢复出原始信号。但是对于太赫兹脉冲信号, 由于它的脉宽极窄, 可达皮秒级别, 因此它的带宽可达数百 GHz, 如果按照传统的奈奎斯特采样频率进行采样会给硬件带来很大的压力, 有时甚至无法实现。因此为了降低硬件设计的难度, 需要应用一种新的采样理论对太赫兹脉冲信号进行采样以降低采样速率。2002 年由 Vetterli 等人提出的有限新息率(Finite Rate of Innovation, FRI)理论给信号的采样、恢复带来了一种新的方法^[2-3]。FRI 理论指出对于某些参数信号比如脉冲串信号、分段多项式信号, 它们都可以由有限数目的自由参量来表示, 将单位时间内自由参量的个数称为信号的新息率^[4-5], 因此它们属于新息率有限的信号, 统称为 FRI 信号。对于 FRI 信号, 通过选择合适的采样核函数, 就可以高于信号的新息率

收稿日期: 2014-04-24; 修回日期: 2014-08-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61271290,61172137,61072108,61372136); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(7214497002); 新世纪人才基金资助项目(NCET-10-0668)

的速率来进行采样^[6-7],进而利用一定的算法估计出自由参量。一般信号的新息率是远远低于信号的带宽的,这样就大大降低了采样速率。FRI 理论研究的信号主要包括一些由不同时延和幅度线性组成的脉冲串信号、分段多项式以及非均匀样条信号。对于 FRI 信号,常用的采样核函数主要是 sinc 采样核,它实际上是一个理想的低通滤波器,单位带宽的 sinc 采样核定义为:

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \quad (1)$$

FRI 采样理论的 2 个关键问题就是信号变换域信息的获取以及参量估计算法。信号变换域信息的获取最常见的方法是通过傅里叶级数,而参量估计算法主要是基于零化滤波器方法以及子空间方法^[8]。

1 有限新息率

如果用函数 $c_x(t_1, t_2)$ 来表示信号 $x(t)$ 在时间 $[t_1, t_2]$ 内的自由参量个数,则在时间 τ 内信号的新息率为:

$$\rho_\tau(t) = \frac{1}{\tau} c_x\left(t - \frac{\tau}{2}, t + \frac{\tau}{2}\right) \quad (2)$$

在实际中应用较多的脉冲串信号是一种常见的 FRI 信号,它具有如下形式^[9]:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{K-1} a_k h(t - t_k), t \in [0, \tau] \quad (3)$$

式中: $h(t)$ 是已知的脉冲信号; $\{a_k\}_{k=0}^{K-1}$ 和 $\{t_k\}_{k=0}^{K-1}$ 分别是信号的幅度和延时,只要确定了这些参数就可以重建该信号。显然,该信号在时间 τ 内的自由参量个数是 $2K$,因此它的新息率是 $\rho = 2K/\tau$ 。

2 信号采样和恢复

考虑如下一个周期为 τ 的序列:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{K-1} a_k h(t - t_k), t \in [0, \tau] \quad (4)$$

用傅里叶级数对它展开:

$$x(t) = \sum_{m \in Z} X[m] e^{j\frac{2\pi}{\tau} m t}, t \in [0, \tau] \quad (5)$$

式中傅里叶级数系数:

$$X[m] = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau x(t) e^{-j\frac{2\pi}{\tau} m t} dt \quad (6)$$

将式(4)代入式(6),得:

$$X[m] = \frac{1}{\tau} \sum_{k=0}^{K-1} a_k \int_0^\tau h(t - t_k) e^{-j\frac{2\pi}{\tau} m t} dt = \frac{1}{\tau} H \left(\frac{2\pi m}{\tau} \right) \sum_{k=0}^{K-1} a_k e^{-j\frac{2\pi}{\tau} m t_k} \quad (7)$$

定义一个数集 I , 其中的任意一个元素 m 满足 $H(2\pi m/\tau) \neq 0$, 这对于一个短脉冲信号很容易满足, 设它的数集为 $I = \{-K, -K+1, \dots, K\}$, 则它的长度为 $N = 2K+1$, 因此式(6)可写为:

$$\mathbf{x} = \mathbf{HFA} \quad (8)$$

式中:

$$\mathbf{x} = [X[-K], X[-K+1], \dots, X[K]]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{H} = \text{diag} \left[\frac{1}{\tau} H \left(-\frac{2\pi K}{\tau} \right), \frac{1}{\tau} H \left(-\frac{2\pi(K-1)}{\tau} \right), \dots, \frac{1}{\tau} H \left(\frac{2\pi K}{\tau} \right) \right] \quad (10)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi}{\tau} K t_0} & e^{j\frac{2\pi}{\tau} K t_1} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{\tau} K t_{K-1}} \\ e^{j\frac{2\pi}{\tau} (K-1) t_0} & e^{j\frac{2\pi}{\tau} (K-1) t_1} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{\tau} (K-1) t_{K-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\tau} K t_0} & e^{-j\frac{2\pi}{\tau} K t_1} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\tau} K t_{K-1}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$A = [a_0, a_1, \dots, a_{K-1}]^T \tag{12}$$

由于对角矩阵 H 可逆, 令 $y = H^{-1}x$, 则:

$$y = FA \tag{13}$$

因此, 根据式(6)确定了傅里叶级数系数以后, 就可以由式(13)利用谱估计方法来估计出时延和幅度参数。

有多种谱估计方法, 其中奇异值分解法是基于矩阵空间的方法, 它应用范德摩尔矩阵旋转不变性来进行谱估计^[10-11]。

构造矩阵:

$$X = \begin{bmatrix} X[0] & X[1] & \dots & X[N-1] \\ X[1] & X[2] & \dots & X[N] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X[M-1] & X[M] & \dots & X[M+N-2] \end{bmatrix} \tag{14}$$

存在噪声时, X 可以分解为:

$$X = U_s A_s V_s^H + U_n A_n V_n^H \tag{15}$$

式中: U_s 和 U_n 分别为信号和噪声的左奇异矩阵; A_s 和 A_n 分别为信号和噪声的对角矩阵; V_s 和 V_n 分别为信号和噪声的右奇异矩阵。则计算如下矩阵 Z 的特征值就可以得到信号极点 $z_k = e^{-j2\pi t_k/\tau}$:

$$Z = \underline{U_s}^+ \cdot \overline{U_s} \tag{16}$$

或者

$$Z = \overline{V_s} \cdot \underline{V_s}^+ \tag{17}$$

式中: $(\cdot)^+$ 表示矩阵的伪逆; $\overline{(\cdot)}$ 和 $\underline{(\cdot)}$ 分别表示除去矩阵的第 1 行和最后 1 行。

3 仿真结果

以线性调频脉冲信号为例分析基于新息率的信号采样和重建性能。线性调频脉冲信号的表达式为:

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) e^{j2\pi\left(f_0 t + \frac{\mu}{2} t^2\right)} \tag{18}$$

式中: T 为脉冲宽度; $\mu = B/T$ 为调频斜率, B 为信号的带宽; 函数 $\text{rect}(\cdot)$ 为矩形窗:

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1, & |t| \leq T/2 \\ 0, & |t| > T/2 \end{cases} \tag{19}$$

当 $BT \gg 1$ 时:

$$|H(f)| \approx \frac{1}{\sqrt{2\mu T}}, |f| \leq \frac{B}{2} \tag{20}$$

实际中采样得到的傅里叶级数系数是在真实的傅里叶级数系数的基础上加入一定的数字噪声, 用 c 表示傅里叶级数系数向量, n 表示数字噪声向量, 则数字噪声信噪比 R_{SN} 定义为:

$$R_{SN} = 20 \log \frac{\|c\|_2}{\|n\|_2} \tag{21}$$

时延估计相对均方误差(Mean Squared Error, MSE)定义为:

$$MSE = \left(\frac{1}{N} \sum \left\| \frac{1}{\tau} (t - \hat{t}) \right\|_2^2 \right)^{1/2} \tag{22}$$

式中: t 表示真实时延矢量; \hat{t} 表示估计的时延矢量; τ 表示信号周期; N 表示实验次数。

仿真时线性调频信号的中心频率为 $f_0 = 220$ GHz, 信号带宽为 $B = 10$ GHz, 脉冲宽度为 $T = 10$ ns。用式

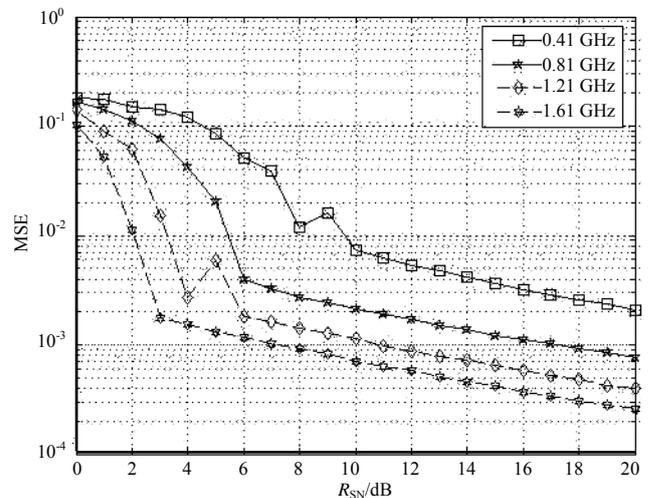


Fig.1 Terahertz pulse signal time delay estimation error
图1 太赫兹脉冲信号时延估计误差

(3)所示的冲激脉冲串进行采样,脉冲串内包括10个冲激脉冲,脉冲串周期为 $T_s=100$ ns。

理论上根据式(10)得到的傅里叶级数系数是没有任何误差的,因此仿真可得到最理想的结果,但是由于噪声的影响,实际上需要更多的傅里叶级数系数来估计时延。根据前文的有限新息率理论,本实验用的采样脉冲串自由参量为20个,因此至少需要21个调制通道对信号进行采样。由于线性调频脉冲信号的中心频谱点在220 GHz,因此数集的选择应该以 $T_s \times 220$ GHz=22 000为中心,如果使用21个调制通道,则数集 $I=\{21\ 990, 21\ 991, \dots, 22\ 010\}$,为了取得更好效果,分别使用[41,81,121,161]个通道采样,即总体的数据率分别为[0.41,0.81,1.21,1.61] GHz,其时延估计误差随信噪比变化曲线见图1。

4 结论

从图1可以看出,当信噪比大于4 dB后时延估计误差都在1%以下,因此基于有限新息率的信号采样和重建办法达到了较高的水平,如果按照奈奎斯特采样定理进行采样,采样频率至少达到10 GHz,因此有限新息率在降低了采样频率的同时有效地恢复了原始信号。并且随着信噪比的提高,时延估计误差明显降低。如果进一步增加采样通道数,则时延估计误差可进一步降低,然而却使硬件成本增加,所以要在应用中根据实际情况考虑采样通道数。

参考文献:

- [1] 冯华,李飞,陈图南. 太赫兹波生物医学研究的现状与未来[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2013,11(6):827-835. (FENG Hua, LI Fei, CHEN Tunan. Current situation and future trends for THz-biomedicine[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2013,11(6):827-835.)
- [2] Baechler G, Freris N, Quick R, et al. Finite rate of innovation based modeling and compression of ECG signals[C]// 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Vancouver, BC: [s.n.], 2013:1252-1256.
- [3] Olkkonen H, Ahtiainen S, Jarvinen K, et al. Reconstruction of UWB impulse train by parallel sampling of cascaded identical RC filters[J]. Wireless Engineering and Technology, 2013(4):71-76.
- [4] Michaeli T, Eldar Y C. Sampling at the rate of innovation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012,60(3):1121-1133.
- [5] Hayuningtyas P J, Marziliano P. Finite rate of innovation method for DOA estimation of multiple sinusoidal signals with unknown frequency components[C]// 9th European Radar Conference. Amsterdam: [s.n.], 2012:115-118.
- [6] 王亚军,李明,刘高峰. 复杂脉冲序列的有限新息率采样方法[J]. 电子与信息学报, 2013,35(7):1606-1611. (WANG Yajun, LI Ming, LIU Gaofeng. Sampling complex pulse streams with finite rate of innovation methods[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013,35(7):1606-1611.)
- [7] 王亚军,李明,刘高峰. 基于改进指数再生采样核的有限新息率采样系统[J]. 电子与信息学报, 2013,35(9):2088-2093. (WANG Yajun, LI Ming, LIU Gaofeng. Finite rate of innovation sampling system based on modified exponential reproducing sampling kernel[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013,35(9):2088-2093.)
- [8] Erdozain A, Crespo P. Reconstruction of aperiodic FRI signals and estimation of the rate of innovation based on the state space method[J]. Signal Processing, 2011,91:1709-1718.
- [9] Hormati A, Vetterli M. Compressive sampling of multiple sparse signals having common support using finite rate of innovation principles[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011,18(3):331-334.
- [10] Bajwa W U, Gedalyahu K, Eldar Y C. Identification of parametric underspread linear systems and super-resolution radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011,59(6):2548-2561.
- [11] 孙政委,葛利嘉,薛峰,等. 基于有限新息率采样理论的超宽带信道估计[J]. 现代电子技术, 2009,32(17):9-12. (SUN Zhengwei, GE Lijia, XUE Feng, et al. Channel estimation for UWB system based on sampling with finite rate of innovation[J]. Modern Electronics Technique, 2009,32(17):9-12.)

作者简介:



王 敏(1977-),男,湖北省通城市人,博士,副教授,主要从事宽带/超宽带雷达和阵列信号处理、压缩采样理论等方面的研究.email:wangmin@xidian.edu.cn.

邱于保(1986-),男,江西省吉安市人,在读硕士研究生,主要从事太赫兹雷达系统方面的研究.