2017 年 12 月 Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology

#### 文章编号: 2095-4980(2017)06-0940-06

# 一种基于多通道欠采样宽带频谱感知设计

曹凯<sup>1,3</sup>, 陆佩忠<sup>2</sup>, 邹 艳<sup>3</sup>, 赵康宁<sup>3</sup>, 王劲松<sup>3</sup>, 毛云良<sup>3</sup>

(1.信息工程大学 信息系统工程学院,河南 郑州 450002;

2.复旦大学 计算机科学与工程系,上海 200433; 3.西南电子电信技术研究所上海分所,上海 200434)

摘 要: Hassanieh 等设计了一种基于稀疏傅里叶变换的实时宽带频谱感知和解译技术 BigBand,该技术利用3台通用低速采集卡,实现最多2个混叠稀疏信号的解译。本文基于 BigBand 给出一种利用多通道低速采集卡宽带频谱感知设计方案,实现用低速采样解决宽频范围内多稀疏 信号的快速感知解译。同时给出了一种该方案的实验验证方法。实验结果表明,四通道 BigBand 能支持同一频点最多3个信号混叠的恢复。

## Design based on multi-channel sub-sampling for wideband spectrum sensing

CAO Kai<sup>1,3</sup>, LU Peizhong<sup>2</sup>, ZOU Yan<sup>3</sup>, ZHAO Kangning<sup>3</sup>, WANG Jinsong<sup>3</sup>, MAO Yunliang<sup>3</sup>

(1.Institute of Information System Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou Henan 450002, China;

2. Department of Computer Science and Engineering, Fudan University, Shanghai 200433, China;

3. Southwest Institute of Electron & Telecommunication Technology, Shanghai 200434, China)

**Abstract:** Hassanieh etc. proposed a prototype based on Sparse Fourier Transform(SFT) for wide band spectrum sensing and decoding in real-time. BigBand uses three standard low-speed Analog to Digital Converters(ADCs) to resolve the aliased spectrum in which at most two signals collide. In this paper, a design is put forward by using a multi-channel low-speed acquisition card to sense and decode wideband spectrum based on BigBand. An experimental implementation is presented for this design. Experimental results show that a 4-channel BigBand can resolve the aliasing of three frequencies.

Keywords: BigBand; spectrum sensing; compressive sensing; sparse Fourier; signal recovery

随着无线通信设备数量日渐增多以及潜在的频谱资源紧张,动态频谱共享吸引了越来越多的关注,对频谱感知技术的提升需求比较迫切,尤其是 GHz 宽带频谱感知技术<sup>[1]</sup>。宽带频谱感知技术的主要难点在于实时性处理 以及昂贵且功耗高的宽带高速采集卡。现有的宽带频谱感知系统大都采用扫频的方式进行,因此会丢失很多短时 存在信号。另一方面,依据 Nyquist 采样定律,实时捕获 GHz 带宽的频谱需要采用至少 2 GS/s 的采集卡,该类采集卡不仅价格昂贵,功耗高,而且分辨力普遍较低<sup>[2-3]</sup>。

为了解决上述问题,提出压缩感知理论<sup>[4-6]</sup>。压缩感知在远小于 Nyquist 采样率条件下,利用随机采样获取 信号的离散样本,通过非线性重构算法完美地重建信号。然而,压缩感知在实践过程中存在以下问题:需要重新 设计硬件电路,不能简单地采用通用易得的采集卡,因此硬件成本高;此外,重构算法复杂度高,实时性处理难 度较大。如果可以利用廉价易得低速模数转换器(ADCs),并结合高效的信号重构算法来捕获宽带信号,就可以 克服这些问题。

文献[7]中提出了 BigBand 技术, BigBand 利用 3 块 50 MS/s 采样率的廉价 ADC, 以不同延时来实时捕获 900 M 带宽的稀疏频谱, 该技术不仅可以实现宽带频谱感知, 还可以解译信号。BigBand 基于稀疏傅里叶变换(SFT)<sup>[8-9]</sup>, 通过解频谱混叠算法, 从欠采样得到的信号频谱恢复出宽带频谱。该算法的基本原理是利用不同延时所导致信号频谱的差异, 采用最小二乘方法求解超定方程来确定混叠频点的位置和幅值。实验结果表明, 该方法可以在频谱使用率低于 5%的条件下, 使未能解混叠的频点比例小于 0.03。然而, 文献[8]使用 3 路不同延时欠采样信号, 只

支持最多2个频点混叠的信号恢复,因此对频谱稀疏度要求较高。

本文在文献[8]的基础上,增加1路欠采样通道,通过相同解混叠的算法,可以支持最多3个频点信号混叠恢复。本文主要侧重于理论上四通道 BigBand 的可行性验证,提供了1种在1块中速 AD采集卡条件下离线 BigBand 的实现方法。该方法首先通过采样率为180 MS/s的采集卡过采样 12 MHz 带宽的信号,然后通过分频的方式获得4路1 MS/s采样率的不同延时的欠采样信号。文中的仿真实验结果显示,四通道 BigBand 可以准确 地恢复3个混叠信号的原始频谱。

### 1 BigBand 技术

BigBand 算法的核心在于确定混叠信号频点位置和幅值,算法主要包括 3 个步骤:频率混叠、频点估计和混 叠检测与处理,下面简要介绍 BigBand 的处理过程。

#### 1.1 频率混叠

时域的欠采样会导致信号频域的混叠,用 x'表示信号 x 的欠采样时域信号,则有  $x_i' = x_{i\alpha}$ ,其中  $\alpha$ 表示欠采 样系数,如,用 1 MS/s 采样率欠采 12 M 带宽的信号时, $\alpha = 12/1 = 12$ 。频域可表示为:

$$X_{i}' = \sum_{n=0}^{\alpha-1} X_{i+n(B/\alpha)}$$
(1)

式中: X 表示 x 的快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT); X'表示混叠后的信号 x'的快速傅里叶变换; B 为信号带宽。

如图 1 所示,欠采样后的频谱相当于原始信 号频谱每 *B*/α个频点哈希(Hash)到一个"桶" (Bucket) *X*<sub>i</sub>'中。注意到,感兴趣的频谱很多情况 下是稀疏的,大部分"桶"中只有噪声而没有信 号,因此可以将幅值低于某个值(设为 *V*)的"桶" 认为是噪声,简称为"噪声桶"并将其置零,而 只需关注大于该值的混叠有信号的"桶",简称 "信号桶"。



#### 1.2 频点估计

对于信号桶,需要确定混叠在该桶中的信号原始频率位置。由于信号频谱是稀疏的,只有一部分信号桶混叠 有多个信号,将此种混叠情形称为"冲突",而大部分是只有1个信号频点。首先考虑没有"冲突"的信号桶,显然, 此时桶的幅值  $|X'_i|$ 就是混叠在此桶中的信号频点幅值  $|X_f|$ 的一个最佳估计,这是因为桶中其他的频点都是噪声, 可以忽略。接下来需要确定 f 的具体位置,原理很简单:时域的延时导致频域的相位旋转,即  $X_f^{(r)} = X_f \cdot e^{2\pi j r}$ , 因此有:

$$X_{i}^{\prime(\tau)} \approx X_{f} \cdot e^{2\pi i f \tau}$$
<sup>(2)</sup>

式中**c**为信号延时。由于每个桶所混叠的频点都是已知的,因此可以采用遍历法利用式(2)确定 f。

#### 1.3 冲突检测与处理

1) 冲突检测

根据傅里叶变换的延时导致相位翻转性质,可以简单利用 2 路不同延时的欠采样信号的 FFT 数据完成冲突 检测,具体判断准则如下:

$$\begin{vmatrix} X_i' \\ = \\ X_i' \\ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_i'^{(\tau)} \\ = \\ X_f \cdot e^{2\pi i f \tau} \end{vmatrix}, \quad (3)$$

$$\begin{vmatrix} X_i' \\ \neq \\ X_i'' \\ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_f \cdot e^{2\pi i f \tau} + \\ X_{f'} \cdot e^{2\pi i f' \tau} \\ \end{vmatrix}, \quad (3)$$

从上式可以看出,由于不同信号频点的混叠,对不同延时的信道响应会导致幅值差异,利用这一点很容易判断冲突的存在性。

2) 冲突处理

文献[8]给出一个假设:每个信号桶最多混叠有2个信号频点。文献中采用3个USRPN210作为信号采集设备,设其延时分别为0,τ1和τ2,运用不同延时导致频域相位翻转的性质,使用最小二乘法确定频谱值和频点位置。如果f和f'混叠进信号桶X',则有:

$$\begin{cases} X_{i}' = X_{f} + X_{f'} \\ X_{i}'^{(\tau_{1})} = X_{f} e^{2\pi i j \tau_{1}} + X_{f'} e^{2\pi j j' \tau_{1}} \\ X_{i}'^{(\tau_{2})} = X_{f} e^{2\pi i j \tau_{2}} + X_{f'} e^{2\pi j j' \tau_{2}} \end{cases}$$
(4)

式(4)是关于(*X<sub>f</sub>*,*X<sub>f</sub>*)的超定方程组,可以使用最小二乘法得到最佳解;另一方面,由于每个信号桶中的(*f*,*f*')存在多种组合,因此需要再次利用最小二乘法来确定最终的(*f*,*f*')。

#### 2 四通道 BigBand

需要指出,本文给出的同一种离线的 BigBand 理论验证方法,利用 1 块中速 ADC 采集得到的信号,通过分频的方式得到不同延时的多路信号,利用此种方法可以模拟在延时已知且信道参数已知的情况下的 BigBand。事 实上,该方法在理论上是可行的,因为实际的 BigBand 其延时可以精确估计得到,信道的参数也可以通过实验的方法事先测量得到。此外,本文的验证方法是一种离线的方法,即首先获得欠采样的信号,变换到频域进行处理,利用解混叠算法恢复频谱,然后进行快速傅里叶逆变换(Inverse Fast Fourier Transform, IFFT),恢复信号,并进行解调,如果恢复的频谱和原始频谱误差在可接受范围内并且解调质量和原始信号相当,就认为该技术是可行的。

3个信号混叠等价于1个由4个参数确定的系统,这4个参数分别是3个频点的谱值和频点的位置,而确定 4个参数,至少需要4个方程,也就是需要4路不同延时的信号方能实现,因此设计四通道的BigBand。仿真实 验首先使用180 MS/s 过采样原始信号(带宽为12 MHz),然后通过分频的方式得到12 MS/s的原始信号和4路不 同延时的1 MS/s 欠采样信号,最后使用文献[11]的方法恢复信号频谱和解调信号。

#### 2.1 信号产生与采集

为了合成 12 MHz 带宽的信号,并且通过 1 MS/s 欠采样后混叠,使用 3 台信号源产生 3 个不同频率和调制 类型信号(如表 1 所示, *R*<sub>SN</sub>=25 dB),利用合路器混合信号。合成的信号经过采集卡(采样率设为 180 MS/s),并 通过下面的公式得到不同欠采样信号:

$$x_i^{(T)} = x_{i \cdot \alpha + T} \tag{5}$$

式中: x 为过采样得到的信号; T 为延迟的符号数;  $x^{(T)}$  为欠采样信号;  $\alpha$ =15(分频得到 12 MHz 信号)或  $\alpha$ =180(分频得到 1 MHz 欠采样信号)。通过设置 T 和 $\alpha$ , 就可以得到 4 路不同延时的欠采样信号。

表 1 原始信号(仿真)					
Table1 Original signal for simulation					
signal	modulation type	center frequency/MHz	Baud rate/kHz		
А	QPSK	3.3	150		
В	BPSK	4.3	150		
С	QPSK	5.3	150		

需要注意的是,采样得到的信号首先要经过希尔伯特变换,这是因为采集得到的是实信号,频谱是对称的, 只需要使用单边频谱的信息,这个过程实际上是利用希尔伯特变换使原始的实信号转换成复信号。

#### 2.2 解混叠算法

解混叠算法的任务是根据 1 MS/s 欠采样信号去恢复 12 MHz 的信号。整个解混叠算法都是在频域操作的,因此首先需要进行 FFT 运算,设 4 路欠采样信号分别是  $x^{(0)}, x^{(T1)}, x^{(T2)}, x^{(T3)},$ 对应的 FFT 分别是  $X^{(0)}, X^{'(\tau_1)}, X^{'(\tau_2)}, X^{'(\tau_3)},$ 其中 T 和 r的换算关系是:  $\tau = T / (180 M)(s)$ 。根据预先假设:每个信号桶中最多混叠有 3 个信号,则对于每个信号桶有下面的方程组:

$$\begin{cases} X_{i}^{\prime(0)} = X_{f} + X_{f'} + X_{f'} \\ X_{i}^{\prime(\tau_{1})} = X_{f} e^{2\pi j f \tau_{1}} + X_{f'} e^{2\pi j f' \tau_{1}} + X_{f'} e^{2\pi j f' \tau_{1}} \\ X_{i}^{\prime(\tau_{2})} = X_{f} e^{2\pi j f \tau_{2}} + X_{f'} e^{2\pi j f' \tau_{2}} + X_{f''} e^{2\pi j f' \tau_{2}} \\ X_{i}^{\prime(\tau_{3})} = X_{f} e^{2\pi j f \tau_{3}} + X_{f'} e^{2\pi j f' \tau_{3}} + X_{f''} e^{2\pi j f' \tau_{3}} \end{cases}$$
(6)

对于 (f, f', f''), BigBand 采取遍历的方法确定,因此对每个信号桶,需要解上述方程组的次数为:  $C_{12}^{3} = 220$ 。 将式(6)简化表示成: AX=X'。其中  $X = [X_f X_{f'} X_{f'}]^T$ ,  $X' = [X_i^{(0)} X_i^{'(\tau_1)} X_i^{'(\tau_2)} X_i^{'(\tau_3)}]^T$ , 设  $\Delta = |X' - AX_{LS}|^2$ , 其中  $X_{LS}$ 为超定方程的最小二乘解,通过计算每个超定方程组对应的  $\Delta$ ,并取最小者对应的解作为问题最终解, 这就是最小二乘法的思想,后续的实验结果也说明了该方法的有效性。具体的算法流程如下所示,其中  $X_{f_{elsc}}$ 表 示信号桶中除 (f, f', f'')以外的其他频点,  $f_{optimal}$ 和  $X_{optimal}$ 分别表示作为最优解的信号频点和频谱值。

首先对欠采样信号计算 FFT 和希尔伯特变换,得到  $X_i'^{(0)} X_i'^{(\tau_1)} X_i'^{(\tau_2)}$ ,然后

If 
$$|X_i'| < V$$
  
 $X_f = X_{f'} = X_{f''} = 0$   
else if  $|X_i'| = |X_i'^{(\tau_1)}|$  and  $X_i'^{(\tau_1)} = X_f e^{2\pi i f \tau_1}$   
 $X_f = X_i'$  and  $X_{fain} = 0$ 

else

对每个 (f, f', f'') 解方程组(式(6)),得到  $(X_f, X_{f'}, X_{f'})$  和 $\Delta$ ,选择 $\Delta$ 最小值对应的解  $(X_{optimal}, f_{optimal})$ 且  $X_{f_{abc}} = 0$ 。

#### end

end

计算解混叠后信号的 IFFT,得到恢复的信号。

#### 3 试验与结果

实验环境主要包括:3台 E4438 信号源,ATS9462 采集卡(180 MS/s,16 bit)和 PC 1台。根据第2节的介绍, 首先得到 *X*<sup>'(0)</sup>,*X*<sup>'(r1)</sup>,*X*<sup>'(r2)</sup>,*X*<sup>'(r3)</sup>。图2和图3分别给出了12 MHz 带宽信号的原始频谱和欠采样后的频谱,由图3 可以看出,不同延时的信号频谱幅度有明显不同,这也印证了基于不同延时信号的频谱恢复算法具有可操作性。



图 4 给出了恢复后的信号频谱,从图中可以得出以下结论:

1) 恢复的频谱和原始频谱相比存在部分不符的频点。造成这种错误的原因是算法本身的性能和延时选取的 不同导致解混叠错误率增大,其中后者可以通过对比图 4(a)~4(d)观察得到。

2) 当延时的符号数*T*≤9或者*T*>17时,算法的错误率已经不能接受,原因是延时过小或过大会导致各路信号的频谱差异太小,算法无法准确计算出信号频点的具体位置。

3) *T*=17 时,算法性能最佳。通过大量的实验结果表明,取 *T*=17 的倍数延时情况下,算法的效果达到最佳。 从整个实验过程可以发现,本文的实验与实际的 BigBand 区别主要在于:

1) 4 路欠采样信号是通过分频的方式得到。这样的做法直接省去了延时估计和信道估计,正如第 2 节所提到 的,延时估计和信道参数在应用前期设置时就可以精确地测量估算得到。

2) 实际 BigBand 是实时在线工作的,而本文给出的只是其中的一部分工作,即解混叠。事实上,解混叠算

法是 BigBand 的核心,其性能直接影响系统整体性能,因此只需验证解混叠算法的性能就足以获得四通道 BigBand 的可行性信息。



Fig.4 Recovered spectrum 图 4 恢复的信号频谱

为了更好地验证该方案的可行性,使用1块四通道、模拟输入带宽100 MHz、采样率最高100 MS/s的采集 卡,对由信号源产生的稀疏信号进行欠采样,使用算法恢 复出原始信号。实验结果如图 5 所示:采样率为 10 MS/s, 信号带宽 100 MHz(原始信号频谱如图 5(a)所示,信号组 成如表 2 所示);恢复的信号如图 5(b)所示,错误率为  $1.1 \times 10^{-4}$  °

表 2 原始信号(实际信号)					
Table2 Practical original signals					
signal	modulation type	center frequency/MHz	Baud rate/MHz		
А	QPSK	23	2		
В	QPSK	33	2		
С	QPSK	43	2		

需要指出的是, 欠采样会带来信噪比的损失, 本文的压缩采样比例为 12, 则信噪比损失为 10.79 dB(=10lg12), 这就限制了 BigBand 只能捕获强度较大的信号,即便如此, BigBand 的应用前景依然广阔,比如雷达信号以及跳 频瞬时信号的捕获。



#### 结论 4

本文给出了一种利用 1 块中速采集卡模拟四通道 BigBand 的实验方法,该方法可以模拟 BigBand 的关键过 程。模拟实验结果表明四通道 BigBand 是可行的,并且支持最多同时 3 个信号频点混叠的频谱解混叠,而最初的 BigBand 只能支持最多 2 个信号频点混叠,因此理论上四通道 BigBand 可以支持更高频谱占用率的宽带频谱感知 和信号解译。

事实上,解混叠算法的计算速度和准确度均有很大的提升空间,为了适应更高的实时性处理任务要求,需要 研究新的快速解混叠算法。在接下来的工作中,将利用1块四通道的低速采集卡构建一套宽频实时频谱感知与信 号解译 BigBand 系统。

曹

#### 参考文献:

- [1] PCAST. Realizing the full potential of government held spectrum to spur economic growth[EB/OL]. [2016-08-24]. http://www. whitehouse.gov/sites/default/files/microsites/ostp/pcast spectrum report final july 20 2012.pdf.
- [2] GRESHISHCHEV Y M,AGUIRRE J,BESSON M,et al. A 40 GS/s 6b ADC in 65 nm CMOS[C]// IEEE International Solid-State Circuits Conference. San Francisco,CA:IEEE, 2010:390-391.
- [3] MURMANN B. A/D converter trends: power dissipation, scaling and digitally assisted architectures[C]// IEEE Custom Integrated Circuits Conference. San Jose, CA: IEEE, 2008:105-112.
- [4] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006,52(4):1289-1306.
- [5] TIAN Z,GIANNAKIS G B. Compressed sensing for wideband cognitive radios[C]// IEEE International Conference on Acoustics,Speech and Signal Processing. Honolulu,HI:IEEE, 2007:1357-1360.
- [6] ARIANANDA D D,LEUS G. Compressive wideband power spectrum estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012,60(9):4775-4789.
- [7] HASSANIEH H,SHI L,ABARI O,et al. BigBand:GHz-wide sensing and decoding on commodity radios[R]. Computer Science and Artificial Intelligence Laboratory Technical Report, 2013.
- [8] HASSANIEH H,INDYK P,KATABI D,et al. Simple and practical algorithm for sparse Fourier Transform[C]// ACM-SIAMSODA Symposium on Discrete Algorithms. Kyoto,Japan:[s.n.], 2012:1183-1194.
- [9] GHAZI B,HASSANIEH H,INDYK P et al. Sample-optimal average-case sparse Fourier Transform in two dimensions[C]// 51st Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing. Monticello:IEEE, 2013:1258-1265.

#### 作者简介:



曹 凯(1974-),男,安徽省怀宁县人,在 读博士研究生,研究方向为低信噪比信号接收 与处理.email:ck1988@mail.ustc.edu.cn. **陆佩忠**(1961-),男,上海市人,教授,博士生导师,研究方向为数学、通信技术与信息安全等.

**邹** 艳(1978-), 女, 湖北省公安县人, 高级工程师, 研究方向为纠错编码和信息安全.

**赵康宁**(1991-),男,吉林省通化市人,硕士研究生,研 究方向为微弱信号处理.

毛云良(1962-),男,江苏省昆山市人,高级工程师,研 究方向为仪器测量与校准. **王劲松**(1961-),男,河北省唐山市人,工程师,研究方向为量子通信和密码.