

文章编号: 2095-4980(2019)05-0739-06

基于柱坐标系抛物方程的太赫兹目标 RCS 计算

邓小川, 廖 成*, 张东民, 周 亮, 冯 菊

(西南交通大学 电磁场与微波技术研究所, 四川 成都 610031)

摘 要: 针对太赫兹(THz)波段目标雷达散射截面(RCS)的计算问题, 提出柱坐标系抛物方程模型的计算方法。基于柱坐标系中的电场通解式, 利用三角函数的正交性分解各模式的激励系数, 将抛物方程方法拓展到柱坐标系, 得到柱坐标系中抛物方程的分步傅里叶求解形式。在此基础上, 将目标等效为一系列的面元或线元, 然后通过边界条件和场的迭代递推方法求解抛物方程, 进而获得这一系列面元在传播方向某一截面上的散射场。数值算例表明, 该方法能用于电大尺寸目标的 RCS 计算, 相比于传统的抛物方程方法, 克服了散射角度的限制, 计算误差更小。

关键词: 太赫兹; 雷达散射截面; 柱坐标系; 抛物方程; 分步傅里叶解法

中图分类号: TN95

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA201905.0739

RCS calculation of terahertz target based on parabolic equation in cylindrical coordinate system

DENG Xiaochuan, LIAO Cheng*, ZHANG Dongmin, ZHOU Liang, FENG Ju

(Institute of Electromagnetics, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan 610031, China)

Abstract: Aiming at the calculation of Radar Cross Section(RCS) of targets in Terahertz(THz) band, a parabolic equation model in cylindrical coordinates is proposed. Based on the general solution of electric field in cylindrical coordinate system, the excitation coefficients of each mode are decomposed by the orthogonality of trigonometric function. The parabolic equation method is extended to cylindrical coordinate system, and the fractional Fourier solution of parabolic equation in cylindrical coordinate system is obtained. On this basis, the target is equivalent to a series of surface elements or line elements, and then the parabolic equation is solved by the iterative recursive method of boundary conditions and field, and the scattering field of the series of surface elements on a certain cross section in the direction of propagation is obtained. The numerical examples show that this method can be utilized to calculate RCS of electrically large targets. Compared with the traditional parabolic equation method, it overcomes the limitation of scattering angle and has smaller calculation error. This research is of great significance for fast target recognition and imaging in THz band.

Keywords: terahertz; Radar Cross Section; cylindrical coordinates; parabolic equation; Split Step Fourier Transform(SSFT)

太赫兹(THz)波通常指频率在 0.1~10 THz(波长 3 mm~30 μm)的电磁波, 它介于毫米波与红外光之间。相比于光学频段, 太赫兹波对非极性材料具有更强的穿透性, 并且对人体无害, 在人体隐蔽物品检测方面具有巨大的优势。太赫兹波技术在疾病诊断、高分辨力雷达探测、高质量成像、安全监测、高速通信等众多领域都具有广泛的应用前景^[1-4]。近年来, 太赫兹频段目标散射机理的研究越发得到重视, THz 雷达散射截面(RCS)测量技术成为太赫兹雷达系统中一类主要的分支。利用 THz 雷达 RCS 测量系统, 不仅可以测得目标 THz 波段的 RCS, 还可以通过对目标缩比模型的 RCS 测量, 从而获得微波波段全尺寸目标的 RCS。但是, 由于现阶段的 THz 雷达 RCS 测量系统尚不完善, 高性能 THz 设备价格较为昂贵, 理论方法计算和模拟 THz 波段目标 RCS 成

收稿日期: 2018-11-19; 修回日期: 2019-02-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61771407)

*通信作者: 廖 成 email:c.liao@swjtu.edu.cn

为研究其散射特性的主要手段和首选方法^[5-9]。

抛物方程(Parabolic Equation, PE)方法是利用波动方程的抛物线近似形式的半波算法。传统的 PE 方法只能对抛物线方向近轴区域内的电磁散射进行快速、准确的计算,不适合于计算凹面体和棱边体的散射^[5-6]。本文针对传统 PE 方法存在的问题,提出了柱坐标系抛物方程分步傅里叶解法,根据柱坐标中的电场通解公式,采用三角函数的正交性特性分析各模式的激励系数,导出柱坐标系中的分布傅里叶求解形式。相比于传统 PE 方法,柱坐标系抛物方程方法克服了近轴角度区域的限制,实现了对目标电磁散射全方向的计算^[10-15]。

1 柱坐标系抛物方程算法

令空间场的时谐因子为 $e^{-j\omega t}$, 亥姆赫兹方程在圆柱坐标系中的形式为:

$$(\nabla^2 + k_0^2 n^2)u = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 n^2 \right] u = 0 \quad (1)$$

采用分离变量法,将电场在基矢量上的变化分离成 3 个部分,其通解可以表示为:

$$u = R(r)\phi(\varphi)Z(z) = Re^{jm\varphi}e^{jk_z z} \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)后得到:

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial R}{\partial r} \right) \phi Z + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi^2} R Z + \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} R \phi + k_0^2 n^2 R \phi Z \right) = 0 \quad (3)$$

径向方向的基函数满足:

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial R}{\partial r} \right) - \frac{m^2}{r^2} + k_0^2 n^2 - k_z^2 \right) = 0 \quad (4)$$

通过变量代换 $x = k_r r$, 可以得到 $y = R(r) = R(x/k_r)$ 和 $\partial_x = k_r \partial_r$, 其中径向和高度方向的波数之间满足 $k_r^2 + k_z^2 = k_0^2 n^2$, 对方程进行变量代换之后得到径向函数的支配方程为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial y}{\partial x} \right) + \left(x - \frac{m^2}{x} \right) y = xy'' + y' + \left(x - \frac{m^2}{x} \right) y = 0 \quad (5)$$

在柱形坐标系中,假设传播主轴沿着 Z 轴,其内部区域的行波合成场满足贝塞尔函数,当传播方向沿径向时,则外行波和内行波均为汉克尔函数,可以得到柱坐标系中外形波的通解公式为:

$$u(r, \varphi, z) = \sum_{m, k_z} a_{m, k_z} H_m^{(2)}(k_r r) e^{jm\varphi} e^{jk_z z} \quad (6)$$

从通解公式可以看出,电磁波在方位角和高度方向均满足三角函数分布,根据三角函数的正交性,可以推导出柱坐标系中的抛物方程模型:

$$u(r_2, \varphi, z) = F_{m, k_z}^{-1} \left\{ H_m^{(2)}(k_r r_2) / H_m^{(2)}(k_r r_1) \cdot F_{\varphi, z} [u(r_1, \varphi, z)] \right\} \quad (7)$$

其中,各模式的激励系数能够通过空间傅里叶变换进行数值求解,在自由空间的传播过程中,模式系数不随传播距离的增加而改变。离散形式的空间傅里叶变换对为:

$$\begin{cases} U(m, k_z) = \int_0^{2\pi} \int_0^{z_{\max}} u(\varphi, z) e^{-jm\varphi} e^{-jk_z z} d\varphi dz \\ u(\varphi, z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^N \int_{-p}^p U(m, k_z) e^{jm\varphi} e^{jk_z z} dk_z \end{cases} \quad (8)$$

式中角谱域的积分范围为 $p = k_0 \sin \theta_{\max}$ 。

经过以上推导,得到式(7)的柱坐标系抛物方程傅里叶解法。以此为基础,将散射目标等效为一系列的面元或线元,如图 1 所示,然后通过边界条件和场的迭代递推方法求解抛物方程,进而获得这一系列面元在传播方向某一截面上的散射场,再通过近远场变换计算出目标的 RCS。

均匀媒质中,柱面波从 r_0 处传到任意距离 $r > r_0$ 处,其解析解^[15]为:

$$u(r) = \frac{H_m^{(2)}(k_r r)}{H_m^{(2)}(k_r r_0)} \sqrt{\frac{r}{r_0}} u(r_0) \quad (9)$$

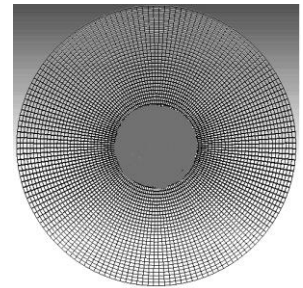


Fig.1 Schematic diagram of grid subdivision
图 1 网格剖分示意图

2 柱坐标系抛物方程的正确性验证

为了验证柱坐标系抛物方程的正确性与优越性, 计算 2 个算例。算例 1, 运用柱坐标系抛物方程法计算无限长圆柱体的散射场, 并与理论解进行对比; 算例 2, 运用柱坐标系抛物方程法计算球目标的 RCS, 并与矩量法(Method of Moments, MoM)计算结果进行对比。

算例 1: 如图 2 所示, 圆柱半径 $r=0.1 \text{ m}$, 入射波为平面波, 入射方向沿 $-x$ 方向, 极化方向为 z 极化, 频率为 0.3 THz 。

图 3 是平面电磁波沿 x 方向入射目标后的场分布伪彩图, 其中图 3(a)为解析方法计算结果, 图 3(b)为 PE 方法计算结果。从图中可以看出, 解析方法与 PE 方法计算的场分布基本吻合。图 4 是平面电磁波沿 x 方向入射目标后的场分布曲线对比图, 其中图 4(a)为 $\theta=180^\circ$ 时, 场沿 r 方向的变化曲线, 图 4(b)为 $r=1 \text{ m}$ 时, 场沿 θ 的变化曲线。从图中可以看出, 场强随角度 θ 和距离 r 变化的曲线均与理论解吻合较好, 证明了柱坐标系中抛物方程模型的正确性。

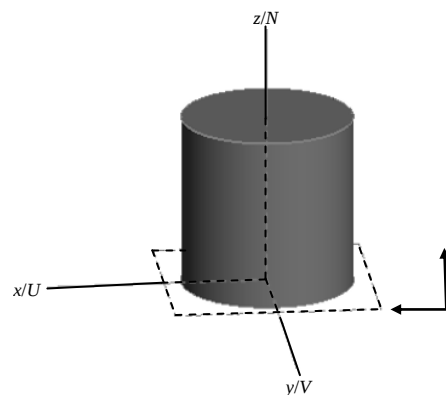


Fig.2 Schematic diagram of calculation scenario
图 2 计算场景示意图

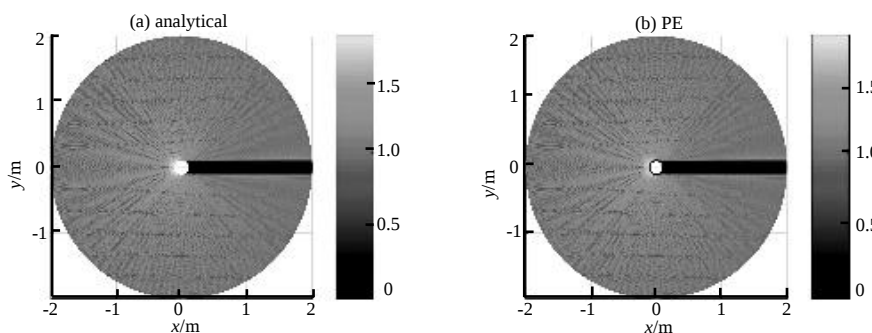


Fig.3 Pseudo-color map of field distribution (a) analytical (b) PE
图 3 平面波入射圆柱目标后的场分布伪彩图(a) 解析解;(b) PE 方法

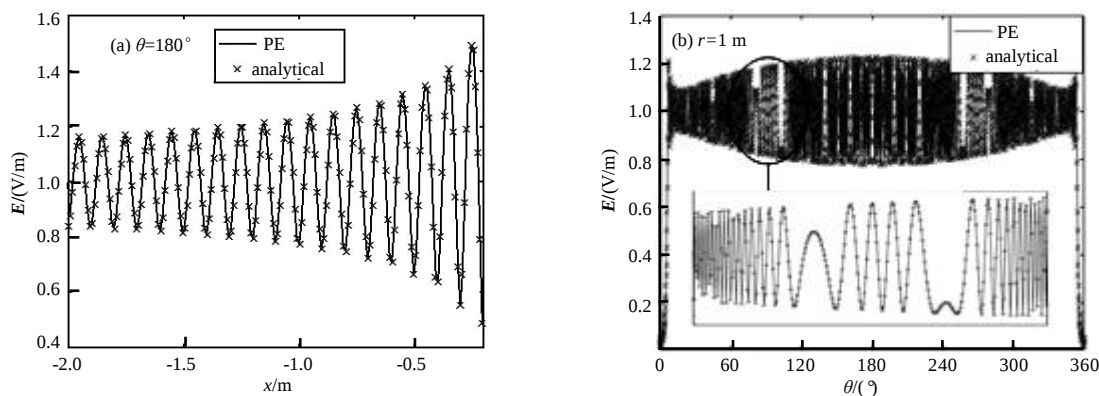


Fig.4 Graph of field distribution(a) $\theta=180^\circ$;(b) $r=1 \text{ m}$
图 4 平面波入射圆柱目标后的场分布曲线图(a) $\theta=180^\circ$;(b) $r=1 \text{ m}$

算例 2: 如图 5 所示, 球目标半径 $R=5 \text{ m}$, 入射波为平面波, 入射方向沿 $-x$ 方向, 极化方向为 z 极化, 频率为 0.3 GHz 。图中曲线表示球目标的 RCS 随角度变化, 从图中可以看出, 传统 PE 方法在计算角度大于 30° 时, RCS 计算结果小于 MoM 计算结果, 且差距越来越大。而柱坐标系下的 PE 方法能在全角度范围内计算, 结果与 MoM 计算结果相吻合, 改善了 PE 方法计算角度的适应范围, 克服传统 PE 方法近轴角度区域的限制。

3 太赫兹目标 RCS 计算

本节采用柱坐标系抛物方程法, 实现了对柱锥体目标的太赫兹波段双站 RCS 计算。目标模型采用标准的

STL 存储格式进行保存,按照矢量化的离散形式将目标表面结构剖分成一系列的三角面元,从而无损地保存目标信息。读取目标模型后,将其转化成柱坐标系采样的栅格模型,从而能够直接应用于柱坐标抛物方程模型的数值计算。目标模型如图 6 所示,其柱体大小为 $1.5\text{ cm} \times 9.0\text{ cm}$,锥体大小为 $1.5\text{ cm} \times 2.5\text{ cm}$,材料为 PEC。

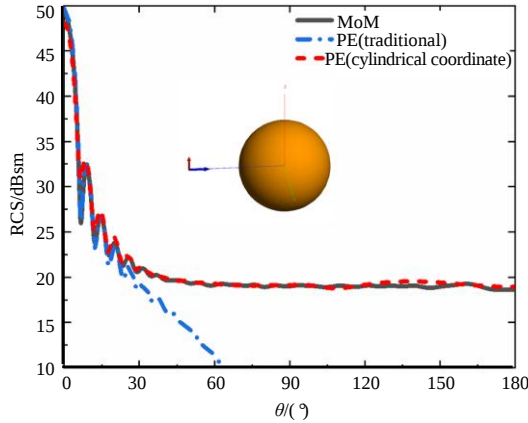


Fig.5 RCS of the ball target varying with the angle
图 5 球目标的 RCS 随角度变化

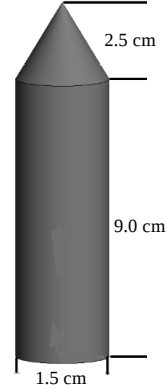


Fig.6 Model of cylindrical cone object
图 6 柱锥体目标模型

将 STL 模型栅格化之后,将散射目标等效为一系列面元,然后通过边界条件和场的迭代递推方法求解抛物方程,进而获得这一系列面元在传播方向某一截面上的散射场。其中,离散网格的步长 $\Delta z = \Delta r = 1\text{ m}$, $d\theta = \pi/250$ 。平面波沿 $-x$ 方向($\theta=0^\circ$)入射,入射频率为 0.1 THz ,计算范围 $20\text{ m} \times 360^\circ$ 。

图 7 为柱锥体目标横向入射时的散射结果,其中图 7(a)为目标在 0.1 THz 时的双站 RCS 曲线,图 7(b)为目标计算区域的场强分布图。从图中可以看出,柱锥体目标在 0.1 THz 时的 RCS 随角度震荡变化,在 $\theta=180^\circ$ 处达到峰值。其中锥体部分造成了 $\theta=120^\circ$ 附近处 RCS 值的骤降, $\theta=30^\circ$ 附近处 RCS 值的抬升。

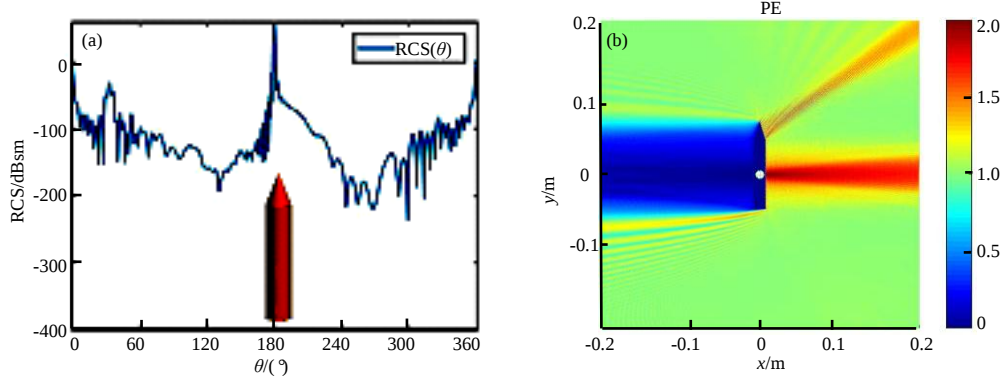


Fig.7 Transverse incidence scattering of cylindrical cone targets
(a) RCS; (b) color chart of field intensity distribution
图 7 柱锥体目标横向入射散射结果 (a) 双站 RCS; (b) 场强分布图

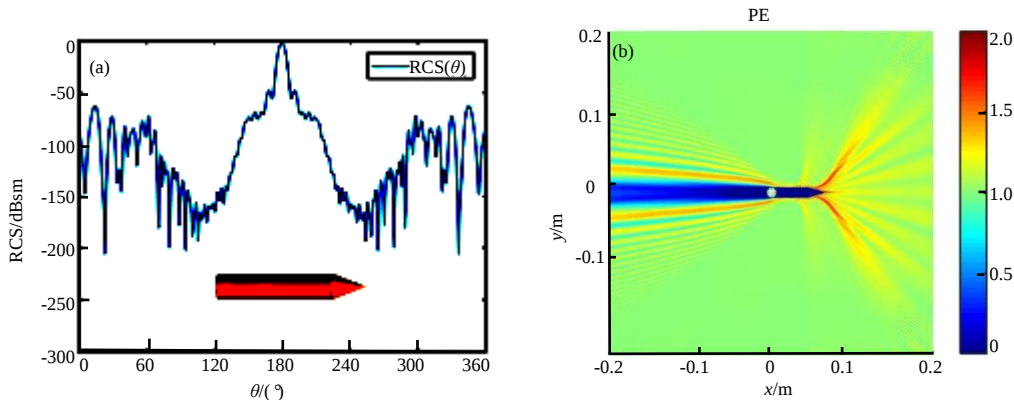


Fig.8 Longitudinal incidence scattering of cylindrical cone targets
(a) RCS; (b) color chart of field intensity distribution
图 8 柱锥体目标纵向入射散射结果 (a) 双站 RCS; (b) 场强分布图

图 8 为柱锥体目标纵向入射时的散射结果, 其中图 8(a)为目标在 0.1 THz 时的双站 RCS 曲线, 图 8(b)为目标计算区域的场强分布伪彩图。从图中可以看出, 柱锥体目标在 0.1 THz 时的 RCS 随角度震荡变化, 在 $\theta=180^\circ$ 处达到峰值, 且左右对称。与横向入射时相比, 纵向入射柱锥体目标的 RCS 值明显降低。

4 结论

本文提出了适用太赫兹波段电大尺寸目标 RCS 计算的柱坐标系抛物方程模型。在柱坐标的电场通解公式的基础上, 推导出了适合数值求解的分步傅里叶算法。相较于传统抛物方程模型, 柱坐标系抛物方程方法克服了近轴角度区域的限制, 实现了对目标电磁散射全方向的计算, 特别适用于双站 RCS 的计算。结果表明, 柱坐标系中抛物方程模型具有较高的计算精确度。最后, 基于柱坐标抛物方程计算了柱锥体目标纵、横向入射时 0.1 THz 的双站 RCS, 从计算结果可以看出, 柱坐标系抛物方程算法能够很好地实现太赫兹波段电大尺寸目标的 RCS 计算。

参考文献:

- [1] 喻洋. 太赫兹雷达目标探测关键技术研究[D]. 成都:电子科技大学, 2016. (YU Yang. Research on clutter and target characteristics and detection algorithms of terahertz radar[D]. Chengdu, China: University of Electronic Science and Technology of China, 2016.)
- [2] 聂在平, 方大纲. 目标与环境磁散射特性建模—理论、方法与实现(基础篇)[M]. 北京:国防工业出版社, 2009: 367–380. (NIE Zaiping, FANG Dagang. The electromagnetic scattering characteristics modeling of the target and environment, theory, methodology and realization[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009.)
- [3] 刘盛纲, 钟任斌. 太赫兹科学技术及其应用的新发展[J]. 电子科技大学学报, 2009, 38(5): 481–486. (LIU Shenggang, ZHONG Renbin. Recent development of terahertz science and technology and its applications[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2009, 38(5): 481–486.)
- [4] 王瑞君. 太赫兹目标散射特性关键技术研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2015. (WANG Ruijun. Research on the key technology of terahertz target scattering characteristics[D]. Changsha, China: National University of Defense Technology, 2015.)
- [5] 江月松, 张志国, 华厚强. 基于快速物理光学法的太赫兹目标 RCS 计算[J]. 光学学报, 2014, 34(12): 76–82. (JIANG Yuesong, ZHANG Zhiguo, HUA Houqiang. Calculation of terahertz target RCS based on fast physical optics[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(12): 76–82.) DOI:10.3788/AOS201434.1211001.
- [6] 梁达川, 魏明贵, 谷建强, 等. 缩比模型的宽频域太赫兹雷达散射截面(RCS)研究[J]. 物理学报, 2014, 63(21): 85–94. (LIANG Dachuan, WEI Minggui, GU Jianqiang, et al. Study on wide-frequency terahertz Radar Cross Section(RCS) in time-domain with reduced scale model[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(21): 85–94.) DOI:10.7498/aps.63.214102.
- [7] 李东起, 李彦鹏, 宋炎, 等. 太赫兹目标 RCS 测量误差估计方法及其应用[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2018, 16(6): 950–954. (LI Dongqi, LI Yanpeng, SONG Yan, et al. Terahertz target RCS measurement error estimation method and its application[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2018, 16(6): 950–954.) DOI:10.11805/TKYDA201806.0950.
- [8] 梁美彦, 张存林. 角反射器在太赫兹波段的散射特性研究[J]. 红外与毫米波学报, 2018, 37(3): 307–314, 324. (LIANG Meiyang, ZHANG Cunlin. Scattering characteristics of angle reflector in terahertz band[J]. Journal of Infrared and Millimeter Wave, 2018, 37(3): 307–314, 324.) DOI:10.11972/j.issn.1001-9014.2018.03.010.
- [9] 李恩晨, 徐红新, 谢振超, 等. 太赫兹技术在航天计量测试领域的应用及挑战[J]. 中国航天, 2018, 37(3): 307–314, 324. (LI Enchen, XU Hongxin, XIE Zhenchao, et al. Application and challenges of terahertz technology in the field of space metrology and testing[J]. China Aerospace, 2018, 37(3): 307–314, 324.) DOI:10.11972/j.issn.1001-9014.2018.03.010.
- [10] HE Zi, CHEN Rushan. A vector meshless parabolic equation method for three-dimensional electromagnetic scatterings[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2015, 63(6): 2595–2603. DOI:10.1109/TAP.2015.2417585.
- [11] KUTTLER J R, JANASWAMY R. Improved Fourier transform methods for solving the parabolic wave equation[J]. Radio Science, 2002, 37(2): 1–11. DOI:10.1029/2001RS002488.
- [12] ZHOU Liang, LIAO Cheng, XIONG Xiangzheng, et al. An alternative direction decomposition scheme and error analysis for parabolic equation model[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2017, 65(5): 2547–2557. DOI:10.1109/TAP.2017.2681321.