2019年10月

Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology

Oct., 2019

文章编号: 2095-4980(2019)05-0805-06

基于互质阵列的相干与非相干目标 DOA 估计算法

贾 勇1、孔柯柯2、干 娜1、钟晓玲1、郭 勇1

(1.成都理工大学 信息科学与技术学院,四川 成都 610059; 2.中国电子科技网络信息安全有限公司 经营发展部,四川 成都 610093)

摘 要:提出基于互质阵列的相干与非相干混合目标空间达波方向(DOA)估计算法。首先,基于差协同阵等效的概念,将互质阵列相关矩阵的元素重排形成增广相关矩阵;然后采用矩阵重构对增广相关矩阵进行解相关处理;最后,对解相关的增广相关矩阵进行多重信号分类(MUSIC)空间谱搜索,实现对目标的DOA估计。仿真结果表明,该算法可实现对数目多于互质阵列物理阵元的相干与非相干混合目标的DOA估计。对比矩阵重构、前向空间平滑和前后向空间平滑3种解相关算法,矩阵重构解相关获得了更大的可分辨目标数目,在低信噪比(SNR)下呈现出更佳的估计误差性能,而空间平滑解相关在低快拍情况下具备更优的估计误差性能。

关键词: DOA 估计; 互质阵列; 共轭矩阵重排; 差协同阵; 解相关

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA201905.0805

DOA estimation for coherent and incoherent sources based on co-prime array

JIA Yong¹, KONG Keke², GAN Na¹, ZHONG Xiaoling¹, GUO Yong¹

(1.College of Information Science and Technology, Chengdu University of Technology, Chengdu Sichuan 610059, China; 2.Ministry of Management and Development, China Electronic Technology Cyber Security Co., Ltd, Chengdu Sichuan 610093, China)

Abstract: Based on the co-prime array, a Direction of Arrival(DOA) estimation algorithm is proposed for mixed coherent and uncorrelated targets. Firstly, based on the concept of difference co-array equivalence, the elements of correlation matrix are rearranged into an augmented correlation matrix. Then the augmented correlation matrix is decorrelated through the matrix reconstruction operation. Finally, through Multiple Signal Classification(MUSIC) spatial spectrum searching on the decorrelated correlation matrix, DOA estimation is obtained. Simulation results show that the proposed algorithm can resolve significantly more coherent and incoherent targets than the number of physical elements. It can be concluded that the matrix reconstructing algorithm obtains a larger number of distinguishable sources and the error performance is better under low Signal to Noise Ratio(SNR), while the two spatial smoothing algorithms obtain a better error performance in the case of low snapshot.

Keywords: DOA estimation; co-prime array; conjugate matrix rearrangement; difference co-array; decorrelation

空间达波方向(DOA)估计作为阵列信号处理的主要研究内容之一,广泛应用于移动通信、雷达、声纳探测、无线导航等领域^[1-2]。传统的 DOA 估计算法如多重信号分类(MUSIC)算法,通常采用均匀直线阵列(Uniform Linear Array, ULA)^[3-5],这类估计算法最大可分辨目标数目受物理阵元数的限制,无法估计大于物理阵元数目的空间目标,由此引入非均匀稀疏阵列,如互质阵列^[5]、嵌套阵列^[6]、最小冗余阵列^[7-8],基于差协同阵等效的概念,构造虚拟 ULA,然后利用 MUSIC 算法进行空间谱搜索实现目标的 DOA 估计,突破物理阵元数对最大可分辨目标数的限制,提升了 DOA 估计的自由度。现有基于互质阵列的 DOA 估计算法均只针对非相干目标^[6,9-11],从差协同阵角度入手,利用差协同阵中虚拟阵元的位置与相关间隔一一对应的关系,将相关矩阵中的相关元素进行矢量化处理,作为差协同阵的等效单快拍全相干信号,然后通过空间平滑解相关处理,形成包含非相干目标 DOA 的空间谱。由于差协同阵虚拟阵元的数目远超出互质阵列物理阵元的数目,因此利用差协同

收稿日期: 2017-12-28; 修回日期: 2018-05-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61501062; 41574136; 41304117; 61401077)

阵的概念可以使得 DOA 估计的最大可分辨目标数目突破互质阵列物理阵元的限制。然而,这类算法仅适用于空间存在非相干目标的情况,当空间中存在相干目标时,相关元素中存在非零交叉项,导致此类算法失效。

针对上述算法对相干目标失效的问题,本文提出一种基于互质阵列的相干与非相干混合目标 DOA 估计算法。首先,基于差协同阵等效的概念,将互质阵列相关矩阵的元素重排形成增广相关矩阵;然后,采用矩阵重构方法^[12-13]对增秩相关矩阵进行解相关处理;最后,对解相关的增广相关矩阵进行 MUSIC 空间谱搜索^[9],实现对混合目标的 DOA 估计。仿真结果表明,该算法可实现多于互质阵列物理阵元数目的混合目标 DOA 估计。进一步地,通过仿真对比了矩阵重构、前向空间平滑^[14]、前后向空间平滑^[15]三种解相关处理下的 DOA 估计性能。结果表明,矩阵重构解相关获得了更大的可分辨目标数目,在低信噪比下估计误差性能更好,而空间平滑解相关在低快拍情况下具备更优的估计误差性能。

1 阵列信号模型

互质阵列由两个非均匀稀疏物理阵组成,如图 1 所 示 , 一 个 包 含 N 个 发 射 阵 元 , 位 于 $\{Mnd_0,0 \le n \le N-1\}$; 另一个包含 2M-1 个接收阵

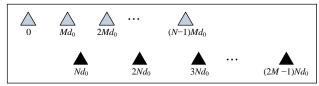


Fig.1 Model of co-prime array 图 1 互质阵列模型

元,位于 $\{Nmd_0,0 \le m \le 2M-\}$,由此互质阵列总共包含 N+2M-1 个物理阵元,其中,M,N 为两个互质整数, d_0 为相邻阵元间隔,大小为空间目标的半波长。

根据互质阵列模型,假设含有 L 个非相干目标和 K 个相干目标的混合信号位于接收阵列的远场,为了将问题简化,进一步假设非相干目标的位置为 1 到 L,相干目标的位置为 L+1 到 L+K,信号的功率为 $\sigma_1^2,\sigma_2^2,...,\sigma_L^2,...,\sigma_{L+K}^2$,方向为 $\theta_1,\theta_2,...,\theta_{L+K}$,噪声为相互独立的高斯白噪声,功率为 σ^2 且与目标相互独立。

当阵列工作于频率 ω 时,接收信号模型可描述为:

$$X = AS + N \tag{1}$$

式中: $S=[S_1,S_2,\cdots,S_L,\cdots,S_{L+K}]^T$ 为信号矢量,上标 T 表示矩阵的转置; N 为噪声矢量; A 为操纵矩阵,其第 (i,j) 个分量可表示为:

$$[A]_{i,j} = e^{jk_0x_i\sin(\theta_j)}, i = 1, 2, \dots, N + 2M - 1; j = 1, 2, \dots, L, \dots, L + K$$
(2)

式中: x_i 为第 i 个物理阵元的位置; θ_j 为第 j 个目标的到达方向; $k_0 = \omega/c$ 表示频率为 ω 时的波数, c 为自由空间的光速。

2 相干与非相干目标 DOA 估计算法

2.1 相关矩阵的计算

由式(1)可得阵列接收 L+K 个目标的数据自相关矩阵为:

$$\mathbf{R}_{xx} = E\{XX^{\mathrm{H}}\}\tag{3}$$

式中:上标 H 表示共轭转置; $E\{\bullet\}$ 为统计平均操作,在实际情况中,常用时间平均代替。

 $\mathbf{\textit{R}}_{ss} = \operatorname{diag}\left(\left[\sigma_{1}^{2}, \sigma_{2}^{2}, \cdots, \sigma_{L}^{2}, \cdots \sigma_{L+K}^{2}\right]\right)$ 为空间目标自相关系数矩阵。式(3)中,相关间隔为 p 的元素可表示为:

$$r(p) = \sum_{l=1}^{L} \sigma_l^2 e^{jk_0 p d_0 \sin(\theta_l)} + \sum_{m=L+1}^{L+K} \sum_{n=L+1}^{L+K} \rho_{mn} e^{jk_0 p d_0 \sin(\theta_l)} + \sigma^2 \delta(p)$$
(4)

式中: pd_0 是互质阵列中任意两个物理阵元的位置差; $\delta(p)$ 为噪声矩阵对应项函数; 互相关系数 ρ_{mn} 表示为:

$$\rho_{mn} = E\left\{S_m S_n^*\right\}, L+1 \leqslant m \leqslant L+K; L+1 \leqslant n \leqslant L+K, m \neq n$$
(5)

式中上标*表示共轭操作。式(4)说明相关矩阵的元素与互质阵列差协同阵虚拟阵元位置一一对应。

2.2 差协同阵的布局结构

互质阵列差协同阵的布局结构如图 2 所示,由互质阵列阵元位置差值构成,其虚拟阵元的位置表示为:

$$P = \{ \pm (Mnd_0 - Nmd_0) \}, \ 0 \le n \le N - 1, 0 \le m \le 2M - 1$$
 (6)

由图 2 可以看出,互质阵列差协同阵由均匀密布子协同阵与其两侧关于原点对称的非均匀子协同阵组成,其中三角形表示虚拟阵元位置,圆圈表示空洞。均匀子协同阵以单位间隔 d_0 均匀分布,非均匀子协同阵中存在空洞,其阵元分布呈现非均匀性,图 3 给出 M=2 和 N=3 的互质阵列差协同阵布局实例。

2.3 相关矩阵的增广

对应于互质阵列差协同阵均匀子协同阵部分,利用式 (5), 令 Q = MN + M, 将相关元素排列成下列矢量:

$$[r(-Q+1),r(-Q+2),...,r(-1),r(0),r(1),...,r(Q-1)]$$
 (7) 将上式中相关单元进行矩阵增广构成 $Q \times Q$ 的相关矩阵表示为:

$$\mathbf{R}'_{xx} = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \cdots & r(Q-1) \\ r(-1) & r(0) & \cdots & r(Q-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(-Q+1) & r(-Q+2) & \cdots & r(0) \end{bmatrix}$$
(8)

显然.

$$\mathbf{R}_{xx}'(i-j) = (\mathbf{R}_{xx}')^*(i-j), \ 0 \le i \le Q-1; \ 0 \le j \le Q-1$$
 (9)

因此,式(8)中增广相关矩阵 R_{xx} 的上三角矩阵与下三角矩阵包含相同目标信息,同时具有 Toeplitz 矩阵特征。

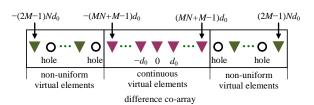


Fig.2 Model of difference co-array 图 2 互质阵列差协同阵模型

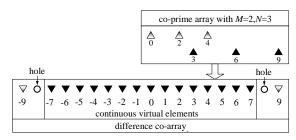


Fig.3 An example of the layout structure of difference co-array 图 3 差协同阵布局结构实例

2.4 解相关处理

当空间中存在相干目标时,增广相关矩阵 R_{xx} 会亏秩,导致 MUSIC 算法失效。解决矩阵亏秩的关键是对相关矩阵进行解相关处理,完成对其秩的恢复。经典的算法有空间平滑算法、矩阵重排算法等。

前向空间平滑算法是对相关矩阵进行解相关的有效方法,其基本原理是将 N_0 元均匀直线物理阵列从第一个阵元开始分成 L_0 个相互交错的子阵,每个子阵的阵元数目为 $m_0 = N_0 - L_0 + 1$,各个子阵的阵列流型相同,从而可通过对子阵的协方差矩阵求平均来实现解相关,形成一个等效的 m_0 阶子阵,实现方法如下:

$$\mathbf{R}_{f} = \frac{1}{L_{0}} \sum_{k=1}^{L_{0}} \mathbf{F}_{k} \mathbf{R}_{xx}^{'} \mathbf{F}_{k}^{T}$$
(10)

式中 $F_k = \left[\boldsymbol{\theta}_{m_0 \times (k-1)} \middle| \boldsymbol{I}_{m_0} \middle| \boldsymbol{\theta}_{m_0 \times (N_0 - k - m_0 + 1)} \right]$, \boldsymbol{I}_{m_0} 为 m_0 阶的单位阵,当子阵数目 m_0 大于空间目标数目时,经过平滑的 m_0 阶子阵协方差矩阵的秩恢复为目标数目。对于前向空间平滑, N_0 个物理接收阵元最多可以实现 $N_0/2$ 个相干目标的解相关,后向空间平滑算法原理与前向空间平滑类似,只是子阵从最后一个物理接收阵元开始划分。

前后向空间平滑算法建立在前向空间平滑的基础上,利用 ULA 的旋转不变性,对阵列同时进行前、后向平滑,形成 m_0 阶子阵的协方差矩阵为:

$$\boldsymbol{R}_{\text{fb}} = \frac{1}{2L_0} \sum_{k=1}^{L_0} \boldsymbol{F}_k \left(\boldsymbol{R}_{xx}^{'} + \boldsymbol{J} \left(\boldsymbol{R}_{xx}^{'} \right)^* \boldsymbol{J} \right) \boldsymbol{F}_k^{\mathrm{T}}$$
(11)

式中矩阵 J 为反对角线上元素为 1, 其余元素为 0 的 N_0 阶交换矩阵。由此, N_0 个物理接收阵元最多可以实现 $2N_0/3$ 个相关目标的解相关。

由于上述空间平滑处理降低了相关矩阵的维数,减小了 DOA 估计的自由度,即最大可分辨目标数目,因此本文引入矩阵重构算法对增广相关矩阵进行解相关处理。

首先,将式(8)中增广相关矩阵的下三角元素全部置0,得到:

$$\mathbf{R}_{\text{Toeplitz}} = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \cdots & r(Q-1) \\ 0 & r(0) & \cdots & r(Q-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & r(0) \end{bmatrix}$$
(12)

然后,利用前后向空间平滑的思想,对上三角矩阵进行共轭平滑处理:

$$\mathbf{R}_{\text{Toeplize}}^{'} = \mathbf{J}_{M} \mathbf{R}_{\text{Toeplitz}}^{*} \mathbf{J}_{M} \tag{13}$$

式中 J_M 与式(11)的 J 类似,为 M 阶交换矩阵。取 $R_{xx}^{''} = (R_{Toepliz}^{\dagger} R_{Toepliz}^{\dagger} R_{Toepliz}^{\dagger} 2$ 作为 MUSIC 算法中的协方差矩阵,显然, $R_{xx}^{''}$ 也符合 Toeplitz 矩阵特征。重排矩阵 $R_{Toeplit}^{\dagger}$ 为上三角矩阵,不论目标是否相关,其必定为满秩矩阵,显然经过共轭平滑处理的矩阵 $R_{Toeplit}^{\prime}$ 也为满秩矩阵,由此克服了互质阵列差协同阵等效方法只能估计非相关目标的限制,在保证超物理阵元数目 DOA 估计的情况下,不受目标相关性的约束。同时,与空间平滑算法相比,Toeplitz 矩阵重构算法解相关不需要以牺牲 DOA 估计自由度为代价,运算量也大大降低。

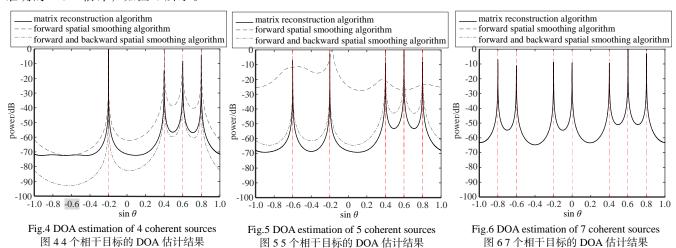
3 仿真与性能分析

3.1 DOA 估计仿真

根据图 1,选取 M=2 和 N=3 的互质阵列进行仿真,共包含 2M+N-1=6 个接收阵元,阵元单位间隔 d_0 设置为 1。由互质阵列模型可得两阵列的位置分别为 0,2,4 和 3,6,9。结合式(6)和互质阵列差协同阵模型可得虚拟阵列均匀子协同阵位于 -(Q-1)=-7 到 Q-1=7 的区间,其阵元关于原点对称,且原点两侧处于对称位置的阵元包含相同的目标信息,因此从 0 到 7 的 8 个阵元包含了从-7 到 7 区间接收阵列的所有目标信息。对照差协同阵中均匀分布的虚拟阵元,按照式(8)将对应的互质阵列相关元素重新排列可得 8×8 的增广协方差矩阵。

由于多径传播等因素的影响,空间目标存在不同程度的相关性,导致相关矩阵亏秩,需要进行解相关处理。本节考虑目标为全相干时,前向平滑、前后向平滑、矩阵重构 3 种算法的解相关处理性能。首先仿真相干目标数目为 4,5 时,3 种算法下的 DOA 估计。Matlab 仿真设置信噪比为 20 dB,快拍数为 1 024,仿真结果如图 4、图 5 所示,图中竖直虚线和竖直点划线分别表示相干目标和非相干目标的实际位置。

由图 4 可以看出,相干目标数目为 4 时,矩阵重构和前后向平滑算法都能准确地估计目标方向,前向平滑虽然在理论上能估计 N_0 / 2 个目标,但此时谱峰分辨力较差,可以看出明显的误差。由图 5 可以看出,相干目标增加到 5 时,前向平滑算法已经失效,虽然前后向平滑算法在理论上能估计 $2N_0$ / 3 个相干目标,但是由于采样数目、系统误差的影响,在目标数目为 5 时,谱峰分辨力降低,而矩阵重构算法仍然能进行准确的 DOA 估计,且谱峰分辨力高。将相干目标数目增加到 7 时,两种空间平滑算法已经完全失效,矩阵重构算法仍然保持准确的 DOA 估计,如图 6 所示。



3.2 性能分析

基于 3.1 节, 在 4 个相干目标的情况下, 其他条件不变, 进行 500 次蒙特卡洛实验, 比较 3 种算法对信噪比和快拍数目的估计性能。估计性能由估计误差表征, 估计误差定义为:

$$RMSE = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{4} \sqrt{\frac{1}{500} \sum_{j=1}^{500} (\hat{\theta}_{kj} - \theta)^2}$$
 (14)

式中: θ 为 DOA 真实值; $\hat{\theta}_{ki}$ 为第 k 个目标的第 j 次蒙特卡洛 DOA 估计值。

信噪比从-10 dB 到 20 dB, 每 5 dB 统计一次估计误差, 快拍数从 50 到 450, 每 50 次快拍统计一次估计误差, 其他条件与 3.1 节相同, 3 种算法的性能曲线如图 7 和图 8 所示。

由图 7 可以看出,在低信噪比时,矩阵重构算法的估计误差最小。由图 8 可知,在相同的快拍次数下,矩阵重构算法的估计误差大于两种空间平滑算法,在快拍数目较小时,矩阵重构算法的估计性能明显变差,两种空间平滑算法的估计误差相差不大。

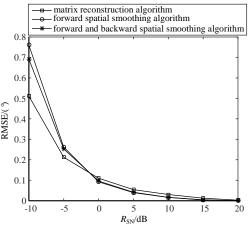


Fig.7 Performance of 3 algorithms under different SNRs 图 7 三种算法 DOA 估计误差随信噪比的变化曲线

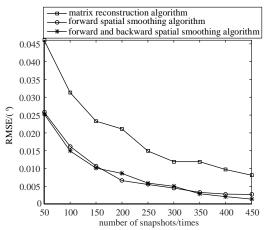


Fig.8 Performance of 3 algorithms under different snapshots 图 8 三种算法 DOA 估计误差随快拍数的变化曲线

4 结论

本文提出一种基于互质阵列的相干与非相干混合目标 DOA 估计算法。实现过程为,首先基于差协同阵等效的概念,将互质阵列相关矩阵的元素重排形成增广相关矩阵,然后采用矩阵重构算法对增广相关矩阵进行解相关处理,最后对解相关的增广相关矩阵进行 MUSIC 空间谱搜索,实现对混合目标的 DOA 估计。仿真表明该算法可实现对多于互质阵列物理阵元数目的相干与非相干混合目标 DOA 估计。通过仿真对比矩阵重构、前向空间平滑、前后向空间平滑 3 种解相关处理下的估计性能,结果表明,矩阵重构算法能估计更多的目标,且谱峰分辨力高,在低信噪比下,矩阵重构算法的估计误差更小,但在相同的快拍次数下,矩阵重构算法的估计误差性能低于空间平滑算法。

参考文献:

- [1] YAN B,HE F,JIN J,et al. DOA estimation for attitude determination on communication satellites[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014,27(3):670-677.
- [2] XIE R,LIU Z,ZHANG Z. DOA estimation for monostatic MIMO radar using polynomial rooting[J]. Signal Processing, 2010, 90(12):3284-3288.
- [3] TUNCER T E,FRIEDLANDER B. Classical and modern direction-of-arrival estimation[M]. Boston:Academic Press (Elsevier), 2009.
- [4] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. International Journal of Engineering Research, 1986,2(3):276-280.
- [5] 杨仰强,王世练,张尔扬. 柱面共形阵列高性能低复杂度 DOA 估计算法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2016, 14(6):897-904. (YANG Yangqiang,WANG Shilian,ZHANG Eryang. High performance and low complexity DOA estimation method for cylindrical array[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2016,14(6):897-904.)
- [6] QIN S,ZHANG Y D,AMIN M G. Generalized co-prime array configurations for direction-of-arrival estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015,63(6):1377-1390.
- [7] VAIDYANATHAN P P,PAL P. Nested arrays: a novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010,58(8):4167-4181.
- [8] PANAYIRCI E, CHEN W L. Minimum redundancy array structure for interference cancellation[J]. Signal Processing, 1995, 42(3):319-334.

- [9] TAN Z,ELDAR Y C,NEHORAI A. Direction of arrival estimation using co-prime arrays: a super resolution viewpoint[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014,62(21):5565-5576.
- [10] PAL P,VAIDYANATHAN P P. Sparse sensing with co-prime samplers and arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011,59(2):573-586.
- [11] BOUDAHER E, JIA Y, AHMAD F, et al. Multi-frequency co-prime arrays for high-resolution direction-of-arrival estimation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015,63(14):3797-3808.
- [12] 伍逸枫,丛玉良,何斌. 基于 Toeplitz 矩阵重构的相干信源波达方向估计研究[J]. 电光与控制, 2010(3):60-63. (WU Yifeng,CONG Yuliang,HE Bin. DOA estimation of coherent resources based on Toeplitz matrix reconstruction[J]. Electronics Optics and Control, 2010(3):60-63.)
- [13] 张远芳,李会勇,谢菊兰. 电磁矢量阵列的四元数 Toeplitz 矩阵重构算法[J]. 现代雷达, 2016(4):42-45. (ZHANG Yuanfang,LI Huiyong,XIE Julan. Quaternion Toeplitz matrix reconstruction algorithm based on electromagnetic vector sensor array[J]. Modern Radar, 2016(4):42-45.)
- [14] LIU C L, VAIDYANATHAN P P. Remarks on the spatial smoothing step in co-array MUSIC[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015,22(9):1438-1442.
- [15] 吴向东,马仑,梁中华. 一种改进的加权空间平滑算法[J]. 数据采集与处理, 2015,31(4):824-829. (WU Xiangdong,MA Lun,LIANG Zhonghua. Improved weighted spatial smoothing algorithm[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2015,31(4):824-829.)

作者简介:



贾 勇(1985-), 男, 山东省青州市人, 博士, 副教授, 主要研究方向为雷达信号处理、阵列信号处理.email:jiayong2014@cdut.edu.cn.

郭 勇(1960-), 男,四川省内江市人,博士,教授,主要研究方向为灾害预警与救援技术.

孔柯柯(1984-), 男,河南省洛阳市人,硕士,工程师,主要研究方向为网络与信息安全技术.

干 娜(1996-), 女,四川省眉山市人,在读本科生,主要研究方向为阵列信号处理.

钟晓玲(1976-), 女, 四川省泸州市人, 硕士, 教授, 主要研究方向为信号与信息处理、通信与信息技术、灾害预警及应急救援技术.