文章编号： 2095-4980(2019)05-0836-04

基于 MT-SIE 法求解电大介质目标电磁散射

赵　磊

(中国电子科技集团公司 第三十八研究所，安徽 合肥 230088)

摘　要： 介绍了一种用于均匀介质目标电磁散射求解的新型多区域表面积分方程(MT-SIE)方法。不同于传统的用于介质目标散射求解的积分方法，该方法将均匀介质目标分解为内、外2个独立的子区，通过在介质表面强加Robin传输条件来保证电流和磁流的连续性。由于介质目标被分解为内外2个独立的子区，不同的子区允许非共形剖分。相较于传统方法，该方法可以更高效地与多层快速多级子(MLFMA)相结合求解电大尺寸目标。为进一步加速矩阵的迭代求解，提出了一种高斯−赛德尔型预条件技术，可以有效改善矩阵的收敛，加快迭代求解速度。

关键词： 电磁散射；多区域方程；高斯−赛德尔；预条件技术

中图分类号： TN957　　**文献标志码：** A　　**doi：** 10.11805/TKYDA201905.0836

Electromagnetic scattering from homogeneous dielectric objects with Multiple-Traces SIE method

ZHAO Lei

(The 38th Research Institute, China Electronic Technology Group Corporation, Hefei Anhui 230088, China)

Abstract: A novel Multiple-Traces Surface Integral Equation(MT-SIE) method is proposed for solving Electromagnetic(EM) scattering from homogeneous dielectric objects. Different from traditional Poggio−Miller−Chang−Harrington−Wu−Tsai(PMCHWT) method, the non-conformal MT-SIE method can discretize the surface with two pairs of non-conformal meshes(exterior and interior). Meanwhile, the Transmission Conditions(TCs) are enforced to ensure the continuity of currents, on the interface of the exterior domain and interior domain. Compared with traditional PMCHWT method, this method can be combined with Multilevel Fast Multipole Algorithm(MLFMA) more easily for solving homogeneous dielectric objects. To accelerate the matrix solution speed, a Gauss−Seidel precondition technology is introduced, and it leads to a better convergence and significantly reduces the memory and time consumption.

Keywords: electromagnetic scattering; multiple-traces; Gauss−Seidel; precondition technology

均匀介质目标的电磁仿真[1-6]在工程中越来越重要，具有广泛的工程应用需求，如雷达天线罩、介质谐振天线等。为求解该类问题，矩量法[7-9]因其精确高效的特性被广泛用于该类目标的散射特性分析。相比较于体积分方程，表面积分方程[10]因其仅需表面离散的性质更适合于均匀介质目标的散射求解。

传统上构建用于介质目标电磁建模的积分方程均是定义一套表面未知量，用该未知量在介质内外表面构建 2 套方程，最终将方程叠加发展出新的方程形式，典型的代表为 PMCHWT[11]和电磁流混合场积分方程(Electric/Magnetic current Combined Field Integral Equation, JMCFIE)[12]。同时，为保证求解的精确度，传统方法的剖分尺寸通常为 $0.1\lambda_d$(λ_d 为介质波长)。然而，当与多层快速多级子方法结合求解电大尺寸目标的电磁散射时，往往会影响多层快速多级子方法的效率，导致附近组时间内存消耗过大。为了克服该困难，本文在传统的 PMCHWT 方程[13-14]基础上提出了一种新型的多区域 PMCHWT(Multiple-Traces PMCHWT, MT-PMCHWT)方程，通过将介质内外分解为独立的子区[15]，并通过强加 Robin 传输条件保证场的连续性。相较于文献[13]的一套剖分网格，该方法在内外表面建立了 2 套相互独立的网格，可以有效改善原 PMCHWT 方程的收敛，减少与多级子方法结合时附近组的时间、内存消耗，从而更高效地求解电大尺寸介质目标的电磁散射。

收稿日期： 2017-12-20；**修回日期：** 2018-04-29

1　多区域积分方程方法

1.1 多区域积分方程的构建

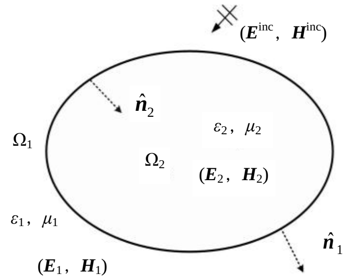

Fig.1 Medium target under plane wave irradiation
图 1 平面波照射下的介质目标

图 1 为介质目标 Ω_2 在均匀平面波 $\boldsymbol{E}^{\mathrm{inc}},\boldsymbol{H}^{\mathrm{inc}}$ 的照射下，介质体表面 $\partial\Omega$ 的感应电流、磁流 $\boldsymbol{J},\boldsymbol{M}$。$\hat{\boldsymbol{n}}_1,\hat{\boldsymbol{n}}_2$ 分别为其表面和内表面外法方向量。归一化的表面等效电流、磁流可表示为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{J}_{\mathrm{m}}=\hat{n}_{\mathrm{m}}\times\boldsymbol{H}_{\mathrm{m}}\\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{m}}=\dfrac{1}{\eta_0}\boldsymbol{E}_{\mathrm{m}}\times\hat{n}_{\mathrm{m}},\end{cases} r\in\partial\Omega_{\mathrm{m}} \tag{1}$$

由式(1)所示的边界条件可进一步在介质区域内外推导出对应的电场积分方程和磁场积分方程。为了保证内外子区电流和磁流的连续性，可以在介质表面强加如下所示的 Robin 传输条件：

$$\begin{cases}J_1-\hat{\boldsymbol{n}}_1\times M_1+J_2-\hat{\boldsymbol{n}}_2\times M_2=0\\ \hat{\boldsymbol{n}}_1\times J_1+M_1-\hat{\boldsymbol{n}}_2\times J_2+M_2=0\end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases}\eta_{\mathrm{r}}J_2-\hat{\boldsymbol{n}}_2\times M_2+\eta_{\mathrm{r}}J_1+\hat{\boldsymbol{n}}_1\times M_1=0\\ \eta_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{n}}_2\times J_2+M_2-\eta_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{n}}_1\times J_1+M_1=0\end{cases} \tag{3}$$

式中：M_1,M_2,J_1,J_2 分别表示内外表面的感应磁流和感应电流；$\eta_{\mathrm{r}}=\eta_2/\eta_1$，其中 η_1 和 η_2 为 Ω_1 和 Ω_2 区的本征阻抗。

通过简单的推导可以证明，式(2) ~ (3)和介质内外的电磁流关系 $J_1=-J_2,M_1=-M_2$ 是等效的。新的多区域积分方程(MT-PMCHWT)的构建过程为：a) 在介质内外分别构建电场积分方程和磁场积分方程；b) 将介质内外的积分方程和磁场积分方程分别与式(2),(3)作线性加权，从而得到新的 MT-PMCHWT。

1.2 多区域积分方程的矩阵形式

使用屋脊基函数(RWG)来离散、测试对应的 MT-PMCHWT，可以得到式(4)所示矩阵方程形式：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}^{\mathrm{o}} & \boldsymbol{M}_{\mathrm{oi}}\\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{io}} & \boldsymbol{A}^{\mathrm{i}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{J}^{\mathrm{o}}\\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{o}}\\ \boldsymbol{J}^{\mathrm{i}}\\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{i}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_{\mathrm{j}}^{\mathrm{o}}\\ \boldsymbol{V}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{o}}\\ 0\\ 0\end{bmatrix} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{M}_{\mathrm{oi}}$ 和 $\boldsymbol{M}_{\mathrm{io}}$ 为连接内外子区的稀疏矩阵；$\boldsymbol{V}_{\mathrm{j}}^{\mathrm{o}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{o}}$ 为入射电场和磁场产生的激励矩阵；$\boldsymbol{A}^0,\boldsymbol{A}^{\mathrm{i}}$ 为内外子区的自耦合矩阵，$\boldsymbol{A}^{\mathrm{o}},\boldsymbol{A}^{\mathrm{i}}$ 可以进一步表示为：

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{o}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{\mathrm{jj}}^{\mathrm{o}} & \boldsymbol{A}_{\mathrm{jm}}^{\mathrm{o}}\\ \boldsymbol{A}_{\mathrm{mj}}^{\mathrm{o}} & \boldsymbol{A}_{\mathrm{mm}}^{\mathrm{o}}\end{bmatrix},\boldsymbol{A}^{\mathrm{i}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{\mathrm{jj}}^{\mathrm{i}} & \boldsymbol{A}_{\mathrm{jm}}^{\mathrm{i}}\\ \boldsymbol{A}_{\mathrm{mj}}^{\mathrm{i}} & \boldsymbol{A}_{\mathrm{mm}}^{\mathrm{i}}\end{bmatrix} \tag{5}$$

为高效求解该矩阵，本文提出了一种高斯–赛德尔型稀疏近似逆预条件形式。预条件矩阵表示如下：

$$\boldsymbol{M}^{-1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{\mathrm{o}}^{-1} & 0\\ -\boldsymbol{P}_{\mathrm{o}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{io}}\boldsymbol{P}_{\mathrm{o}}^{-1} & \boldsymbol{P}_{\mathrm{i}}^{-1}\end{bmatrix} \tag{6}$$

这里稀疏矩阵 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{o}}^{-1}$ 和 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{i}}^{-1}$ 的构建过程和稀疏近似逆预条件的预处理矩阵的构建过程相同，均通过最小化 $\left\|\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{\mathrm{o}}\boldsymbol{P}_{\mathrm{o}}^{-1}\right\|_{\mathrm{F}}$ 和 $\left\|\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}}\boldsymbol{P}_{\mathrm{i}}^{-1}\right\|_{\mathrm{F}}$ 得到。预处理之后的矩阵系统可以进一步表示为：

$$\boldsymbol{M}^{-1}\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}^{\mathrm{o}} & \boldsymbol{M}_{\mathrm{oi}}\\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{io}} & \boldsymbol{A}^{\mathrm{i}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{J}^{\mathrm{o}}\\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{o}}\\ \boldsymbol{J}^{\mathrm{i}}\\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{i}}\end{bmatrix}=\boldsymbol{M}^{-1}\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_{\mathrm{j}}^{\mathrm{o}}\\ \boldsymbol{V}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{o}}\\ 0\\ 0\end{bmatrix} \tag{7}$$

2　数值算例

2.1 介质球的电磁散射

为证明 MT-PMCHWT 的求解精确度，本文考查半径 r=0.45 m 的介质球的电磁散射。介质球的相对介电常数和磁导率分别为 $\varepsilon_{\mathrm{r}}=4,\mu_{\mathrm{r}}=1$，平面波的频率为 300 MHz，平面波的入射角 θ=0°,φ=0°，观察角 θ=0°~180°，间距 $d\theta$=0°。为详细考查该方法的收敛精确度，定义均方根误差(Root-Mean-Square Error，RMSE)：

$$RMSE=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|\sigma_i-\sigma_i^{\mathrm{Mie}}\right|^2} \tag{8}$$

式中：σ_i 表示第 i 个入射角计算得到的雷达散射截面(Radar Cross Section，RCS)值；σ_i^{Mie} 表示第 i 个观察角得到的解析解的 RCS 值。

图 2 为介质球的双站 RCS 结果，可以看出新的 MT-PMCHWT 结果和解析解很好地吻合。

图 3 中给出了随着剖分密度的增加，均方根误差的收敛情况。由图 3 可以看出，随着剖分密度的增加，该方法收敛性更好。

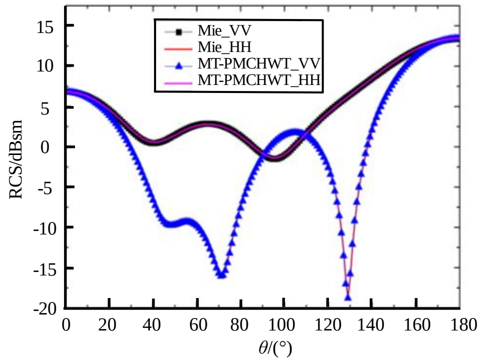

Fig.2 Bistatic RCS simulation results of dielectric sphere
图 2 介质球的双站 RCS 结果

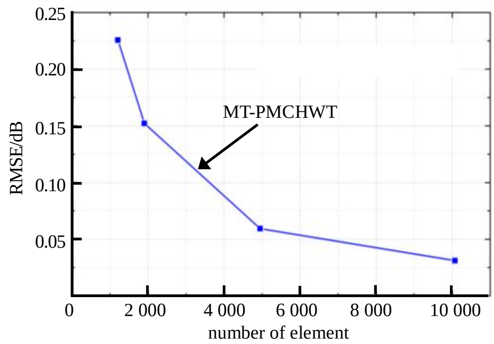

Fig.3 RMSE of dielectric sphere
图 3 介质球的均方根误差

2.2 半球形介质天线罩的电磁散射

为进一步证明该算法的效率，计算了半球形介质天线罩的散射。半球形介质罩的半径 r=10 m，厚度 d=30 mm，介质的电参数为 $\varepsilon_{\mathrm{r}}=9,\mu_{\mathrm{r}}=1$，如图 4 所示。入射平面波的频率为 f=1 GHz。表 1 给出了传统的未加预条件的 MT-PMCHWT 方法和加了高斯–赛德尔型稀疏近似逆预条件之后的计算资源消耗情况。从表中的数据看出：加入预条件后，计算时间节省了近 40%，迭代求解的步数不到传统方法的 20%，从而证明该预条件大大提高了计算效率。

表 1 预处理前后的资源消耗
Table1 Resource consumption before and after preprocessing

method	time/s	memory/ GB	iteration steps
before preprocessing	3 470	9.95	331
after preprocessing	2 130	12.30	42

图 5 给出了预处理之后的介质罩的雷达散射截面积，可以看出预处理前后的结果和商业软件 FEKO 的结果均很好地吻合。

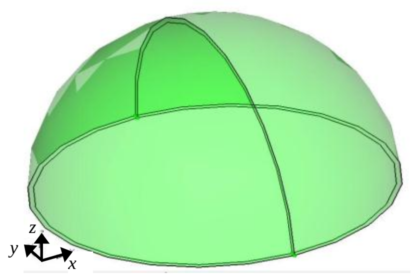

Fig.4 Model of dielectric radome
图 4 介质天线罩模型

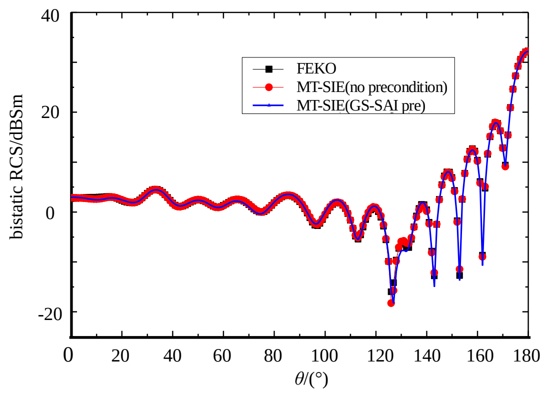

Fig.5 Bistatic RCS simulation results of dielectric radome
图 5 介质罩的双站 RCS

3 结论

本文提出了一种新型多区域表面积分方程求解均匀介质目标的电磁散射,并进一步采用高斯—赛德尔型稀疏近似逆预条件以提高矩阵的迭代收敛性。不同于传统的方法，该方法将介质目标分解为内外 2 个独立的子区，并通过传输条件来保证内外子区的场的连续性，可以高效计算电大介质目标的雷达散射截面积。

参考文献：

[1] 高玉颖,刘志伟,张世琳,等. 基于积分方程的地下管线电磁散射计算[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2017,15(2):247-252. (GAO Yuying,LIU Zhiwei,ZHANG Shilin,et al. Electromagnetic scattering calculation of underground pipelines based on integral equation[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2017,15(2):247-252.)

[2] LEE J F,LEE R,CANGELLARIS A. Time domain finite element methods[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1997,45(3):430-442.

[3] 蒋彦雯,邓彬,王宏强. 基于 FEKO 和 CST 的太赫兹目标 RCS 仿真[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2013,11(5):684-689. (JIANG Yanwen,DENG Bin,WANG Hongqiang,et al. RCS simulation in THz band based on FEKO and CST[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2013,11(5):684-689.)

[4] TAFLOVE A,HAGNESS S C. Computational electrodynamics:the finite-difference time-domain method[M]. 3rd ed. Reading,MA:Artech House, 2005.

[5] XIAO T,LIU Q H. Three-dimensional unstructured-grid discontinuous Galerkin method for Maxwell's equations with well-posed perfectly matched layer[J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2005,46(5):459-463.

[6] AINSWORTH M,MONK P,MUNIZ W. Dispersive and dissipative properties of discontinuous Galerkin finite element methods for the second-order wave equation[J]. Journal of Scientific Computing, 2006,27(1/2/3):5-40.

[7] HARRINGTON R F. Field computation by moment methods[M]. Oxford:Oxford University Press, 1996.

[8] MARKKANEN J,YLÄ-OIJALA P,SIHVOLA A. Discretization of volume integral equation formulations for extremely anisotropic materials[J]. IEEE Transactions on Antennas Propagation, 2012,60(11):5195-5202.

[9] CAI Q M,ZHAO Y W,ZHENG Y T,et al. Volume integral equation with higher order hierarchical basis functions for analysis of dielectric electromagnetic scattering[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2015,63(11):4964-4975.

[10] ZHEN P,LIM K H,LEE J F. Computations of electromagnetic wave scattering from penetrable composite targets using a surface integral equation method with multiple traces[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2013,61(1):256-270.

[11] CHANG Y,HARRINGTON R F. A surface formulation for characteristic modes of material bodies[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1977,25(6):789-795.

[12] YLÄ-OIJALA P,TASKINEN M. Application of combined field integral equation for electromagnetic scattering by dielectric and composite objects[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2005,53(3):1168-1173.

[13] ZHAO R,HU J,ZHAO H,et al. Fast solution of electromagnetic scattering from homogeneous dielectric objects with multiple-traces EF/MFIE method[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2017(16):2211-2215.

[14] ZHEN P,LIM K H,LEE J F. A boundary integral equation domain decomposition method for electromagnetic scattering from large and deep cavities[J]. Journal of Computational Physics, 2015,280(C):626-642.

[15] RAN Z,HU J,ZHAO H,et al. Solving EM scattering from multiscale coated objects with integral equation domain decomposition method[J]. IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters, 2016(15):742-745.

作者简介：

赵　磊(1981-)，男，河南省唐河市人，硕士，高级工程师/雷达总设计师，主要研究方向为雷达总体设计、电磁散射与逆散射.email:nanian2502@163.com.